

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

გ. ნარეშელაშვილი, ი. ქართველიშვილი

ოპერაციათა კვლევა



რეგისტრირებულია სტუ-ს
სარედაქციო-საგამომცემლო
საბჭოს მიერ

თბილისი
2013

დამხმარე სახელმძღვანელო გათვალისწინებულია ოპერაციათა კვლევის ამოცანების ოპტიმალური ამონახსნების მისაღებად პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გამოყენებით. გადმოცემულია პროგრამული პაკეტის გამოყენების ინსტრუქციები.

დამხმარე სახელმძღვანელო შეიძლება გამოიყენოს მას-ის სპეციალობის სტუდენტებმა საკურსო სამუშაოს შესრულებისას დისციპლინაში „ოპერაციათა კვლევა“, აგრეთვე სხვა სპეციალობის სტუდენტებმა და მეცნიერ მუშაკებმა.

რეცენზენტი პროფ. თ. სუხიაშვილი

© საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2013
ISBN
<http://www.gtu.ge/publishinghouse/>



შინაარსი

ლაბორატორიული სამუშაო №1	5
წრფივი პროგრამირების ამოცანის გეომეტრიული წარმოდგენა	
ლაბორატორიული სამუშაო №2	12
წარმოების ოპტიმალური დაგეგმვის ამოცანა	
ლაბორატორიული სამუშაო №3	16
ოპტიმალური შერევის ამოცანა	
ლაბორატორიული სამუშაო №4	21
ოპტიმალური ჭრის ამოცანა	
ლაბორატორიული სამუშაო №5	25
მთელიცხვითი პროგრამირების ამოცანა	
ლაბორატორიული სამუშაო №6	33
სატრანსპორტო ამოცანა	
ლაბორატორიული სამუშაო №7	36
დანაშენის ამოცანა	
ლაბორატორიული სამუშაო №8	39
ორი ჩარხის ამოცანა	
ლაბორატორიული სამუშაო №9	43
პროექტის ქსელური ანალიზის ამოცანა. CPM მეთოდი.	
ლაბორატორიული სამუშაო №10	51
პროექტის ქსელური ანალიზის ამოცანა. PERT მეთოდი.	

<p>ლაბორატორიული სამუშაო №11 60</p> <p>ერთარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა</p> <p>შეუზღუდავი რიგით (ლოდინით) – M/M/1</p>	60
<p>ლაბორატორიული სამუშაო №12 67</p> <p>მრავლარხიანიარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა</p> <p>შეუზღუდავი რიგით (ლოდინით) – M/M/S</p>	67
<p>ლაბორატორიული სამუშაო №13 75</p> <p>ერთარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა</p> <p>შეზღუდული რიგით (უარის თქმით) –</p> <p>M/M/1 with a Finite System Size</p>	75
<p>ლაბორატორიული სამუშაო №14 83</p> <p>მრავლარხიანიარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა</p> <p>შეზღუდული რიგით (უარის თქმით) –</p> <p>MM/M/S with a Finite System Size</p>	83
<p>ლაბორატორიული სამუშაო №15 91</p> <p>მატრიცული თამაშების ამოხსნა</p>	91

ლაბორატორიული სამუშაო №1
წრფივი პროგრამირების ამოცანის
გეომეტრიული წარმოდგენა

მოცემულობის მიღების შემდეგ სტუდენტი ადგენს წრფივი პროგრამირების ამოცანის შეზღუდვების სისტემას და მიზნობრივ ფუნქციას. წრფივი პროგრამირების ამოცანის გეომეტრიული წარმოდგენა და მისი ამოხსნა შესაძლებელია იმ შემთხვევაში, როდესაც შეზღუდვების სისტემა და მიზნობრივი ფუნქცია შეიცავენ მხოლოდ ორ უცნობს. განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: „სამქროში ორი სახის A და B ნაწარმის დასამზადებლად გამოიყენება სახარატო, საფრეზო და სახეხი ჩარხები. სახარატო ჩარხზე ორივე სახის ერთეული ნაწარმის დამუშავების დრო შესაბამისად ტოლია 10 და 8 საათი, საფრეზო ჩარხზე – 5 და 10 საათი, სახეხ ჩარხზე – 6 და 12 საათი. ჩარხების მუშაობის დროის ფონდი შემდეგია: სახარატოსათვის – 168 საათი, საფრეზოსათვის – 180 საათი, სახეხისათვის – 144 საათი. ერთეული ნაწარმის რეალიზაციის შედეგად მიღებული მოგება შეადგენს: A ნაწარმისათვის – 14 ლარს, B ნაწარმისათვის – 18 ლარს. განსაზღვრეთ ნაწარმის დამზადების ოპტიმალური გეგმა“.

შევადგინოთ ამოცანის მათემატიკური მოდელი. შემოვიღოთ შემდეგი სახის აღნიშვნები:

x_1 – A სახის ნაწარმის გამოსაშვები რაოდენობა (ცალი),

x_2 – B სახის ნაწარმის გამოსაშვები რაოდენობა (ცალი).

შეზღუდვების სისტემას ექნება შემდეგი სახე:

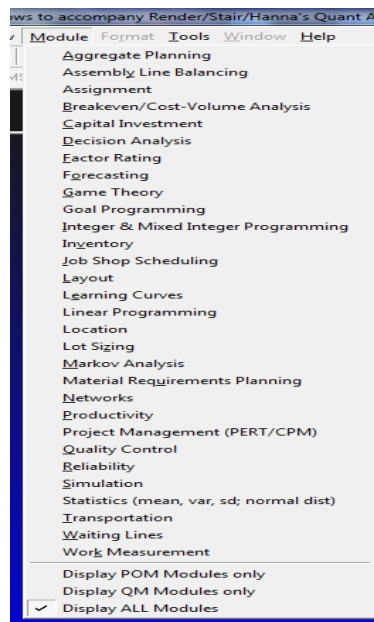
$$\begin{cases} 10x_1 + 8x_2 \leq 168 \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 180 \\ 6x_1 + 12x_2 \leq 144 \end{cases} \quad (1)$$

მიზნობრივი ფუნქცია:

$$F = 14x_1 + 18x_2 \rightarrow \max \quad (2)$$

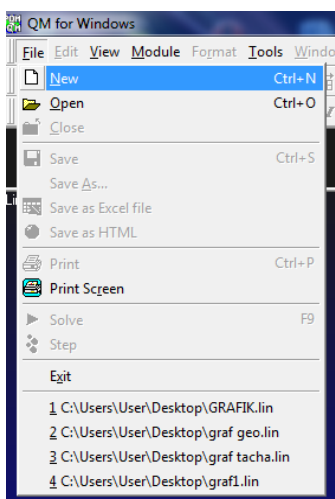
ე.ი. (1) შეზღუდვების სისტემის შემთხვევაში საჭიროა მოიძებნოს (2) მიზნობრივი ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ ეკრანზე გამოჩნდება „Module“-ის მენიუ (ნახ.1), რომელშიც ვირჩევთ წრფივი პროგრამირების მოდულს „Linear Programming“.



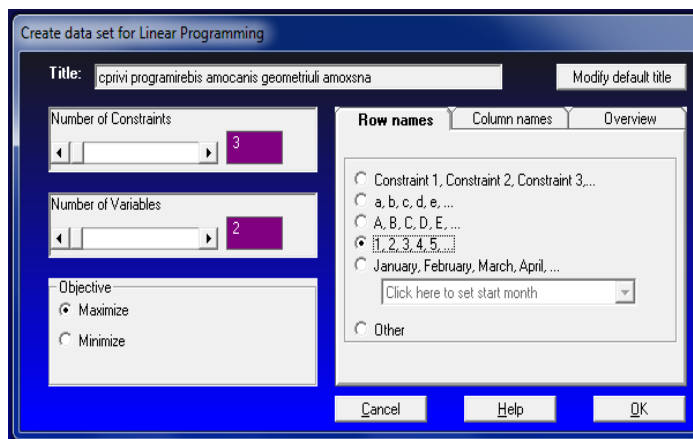
ნახ.1

შემდეგ ძირითადი მენიუს სტრიქონში ვირჩევთ „File“-ს მენიუდან „New“-ს (ნახ.2).



ნახ.2

ეკრანზე გამოდის შემდეგი დიალოგური ფორმა (ნახ.3).



ნახ.3

პირველ სტრიქონში (Title) ვწერთ ამოცანის დასახელებას. მეორე სტრიქონში (Number of Constants) მიუთითებთ შეზღუდვების სისტემაში არსებული უტოლობების რაოდენობას (მოცემულ მაგალითში – 3-ს). მესამე სტრიქონში (Number of Variables) უთითებთ ცვლადების რაოდენობას (მოცემულ მაგალითში – 2-ს). მეოთხე სტრიქონში (Objective) ვირჩევთ, თუ საით მიისწრაფის მიზნობრივი ფუნქცია (მოცემულ მაგალითში - Maximize). მეხუთე სტრიქონში (Row name options) ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს (მაგალითში არჩეულია რიცხვითი დასახელებები 1,2, ...).

პარამეტრების დაყენების შემდეგ ვაჭერთ ღილაკს „OK“-ს და გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.4), სადაც უნდა შევიტანოთ მათემატიკური მოდელის საწყისი მნიშვნელობები.

	X1	X2	RHS	Equation form
Maximize	0	0		Max
1	0	0 <=	0	<= 0
2	0	0 <=	0	<= 0
3	0	0 <=	0	<= 0

ნახ.4

პირველ სტრიქონში (Maximize) შეგვაქვს მიზნობრივი ფუნქციის რიცხვითი კოეფიციენტები, ხოლო დანარჩენ სამში უტოლობების კოეფიციენტები და თავისუფალი წევრები (ნახ.5).

	X1	X2	RHS	Equation form
Maximize	14	18		Max 14X1 + 18X2
1	10	8	<= 168	10X1 + 8X2 <= 168
2	5	10	<= 180	5X1 + 10X2 <= 180
3	6	12	<= 144	6X1 + 12X2 <= 144

ნახ.5

მონაცემების შეტანის შემდეგ ვაჭერთ ღილაკს „Solve“ და გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი (ნახ.6).

	X1	X2	RHS	Dual
Maximize	14	18		
1	10	8	<= 168	.8333
2	5	10	<= 180	0
3	6	12	<= 144	.9444
Solution->	12	6	276	

ნახ.6

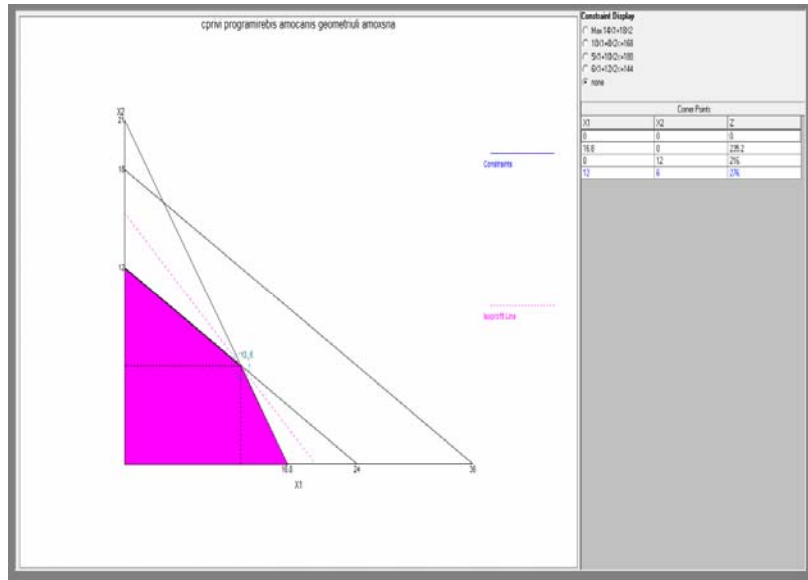
მიღებული შედეგიდან ჩანს შემდეგი: იმისათვის რომ საამქრომ მიიღოს მაქსიმალური მოგება, უნდა დაამზადოს A სახის ნაწარმი 12 ცალის ოდენობით, ხოლო B სახის – 6 ცალი. ამ შემთხვევაში მაქსიმალური მოგება შეადგენს 276 ლარს. ცხრილის ბოლო სვეტი (Dual) წარმოადგენს თითოეული შეზღუდვისათვის ორადულ შეფასებას. სიდიდე 0,8333 გვიჩვენებს, რომ თუ სახარატო ჩარხის მუშაობის დროის ფონდს გავზრდით 1 საათით, მოგება გაიზრდება 0,8333 ლარით. ანალოგიურად შესაძლებელია ორადული შეფასებების 0-სა და 0,9444-ს გაგება საფრეზო და სახეხი ჩარხებისათვის.

როგორც ავნიშნეთ, რადგანაც ამოცანა შეიცავს ორ უცნობს, შესაძლებელია მისი წარმოდგენა გეომეტრიულად. ამისათვის მენიუში, რომელიც ახლავს ამოხსნის ცხრილს (ნახ.7), ვირჩევთ მე-6 სტრიქონს „Graph“-ს და ვღებულობთ ამოცანის გეომეტრიულ წარმოდგენას (ნახ.8).

	X1	X2	RHS	Dual	
Maximize	14	18			
1	10	8	<=	168	.8333
2	5	10	<=	180	0
3	6	12	<=	144	.9444
Solution->	12	6		276	

ნახ.7

წვეტილ წრეწირში მოთავსებულია ამონახსნის მრავალკუდხედის კიდურა წერტილი და მისი კოორდინატები (12,6), რომელშიც მიზნობრივი ფუნქცია აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას.



ნახ.8

ლაბორატორიული სამუშაო №2
წარმოების ოპტიმალური დაგეგმვის ამოცანა

განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: „საქსოვი ფაბრიკა აწარმოებს ოთხი სახეობის ქსოვილს: A, B, C და D. ამისათვის ფაბრიკა გამოიყენებს სამი სახის ნედლეულს: მატყლს, სინტეტიკურ ძაფს და საღებავს. ქსოვილის თითოეული მეტრის დასამზადებლად სახეების მიხედვით საჭიროა: A-თვის – მატყლი 1.2კგ, სინტეტიკური ძაფი – 1კგ, საღებავი – 1კგ; B-თვის შესაბამისად – 0.45კგ, 0.5კგ, 0.8 კგ; C-თვის – 0.8კგ, 1კგ, 0.6კგ; D-თვის – 3კგ, 0კგ, 1.2კგ. ფაბრიკას გააჩნია რესურსების შემდეგი მარაგი: მატყლი – 300კგ, სინტეტიკური ძაფი – 200კგ, საღებავი – 250კგ. ქსოვილის თითოეულ მეტრს სახეობების მიხედვით ფაბრიკისათვის მოაქვს შემდეგი სახის შემოსავალი: A-ს – 2 ლარი; B-ს – 1.5 ლარი; C-ს – 2 ლარი და D-ს – 4 ლარი. განსაზღვრეთ ქსოვილების წარმოების ოპტიმალური გეგმა.“

შევადგინოთ ამოცანის მათემატიკური მოდელი. შემოვიღოთ შემდეგი სახის აღნიშვნები:

x_1 – A სახის ქსოვილის დასამზადებელი რაოდენობა მეტრებში, x_2 – B სახის, x_3 – C სახის და x_4 – D სახის.

შეზღუდვების სისტემას ექნება შემდეგი სახე:

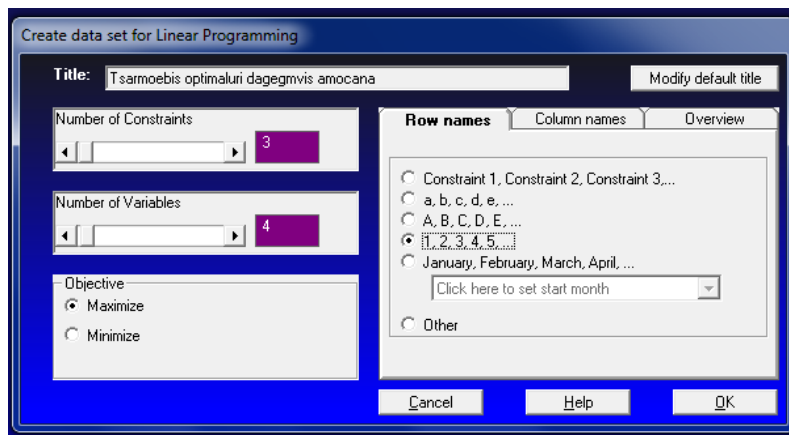
$$\begin{cases} 1,2x_1 + 0,45x_2 + 0,8x_3 + 3x_4 \leq 300 \\ 1x_1 + 0,5x_2 + 1x_3 + 0x_4 \leq 200 \\ 1x_1 + 0,8x_2 + 0,6x_3 + 1,2x_4 \leq 250 \end{cases} \quad (1)$$

მიზნობრივი ფუნქცია:

$$F = 2x_1 + 1.5x_2 + 2x_3 + 4x_4 \rightarrow \max \quad (2)$$

ე.ი. (1) შეზღუდვების სისტემის შემთხვევაში საჭიროა მოიძებნოს (2) მიზნობრივი ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობა.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ „Module“ მენიუში ვირჩევთ წრფივი პროგრამირების მოდულს „Linear Programming“ და „File“ მენიუს სტრიქონში New“-ს მითითების შემდეგ, როგორც წინა მაგალითში, გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.1), რომელშიც შეგვაქვს ამოცანის დასახელება, შეზღუდვებისა და ცვლადების რაოდენობა, კუთითებთ მიზნობრივი ფუნქციის მისწრაფებას (Maximize) და სტრიქონის დასახელების ტიპს.



ნახ.1

„OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფანჯარა (ნახ.2), რომელშიც შეგვაქვს შეზღუდვების სისტემის (1) და მიზნობრივი ფუნქციის (2) რიცხვითი კოეფიციენტები.

	X1	X2	X3	X4	RHS	Equation form
Maximize	2	1.5	2	4		Max $2X1 + 1.5X2 + 2X3 + 4X4$
1	1.2	.45	.8	3	<= 300	$1.2X1 + .45X2 + .8X3 + 3X4$
2	1	.5	1	0	<= 200	$X1 + .5X2 + X3$
3	1	.8	.6	1.2	<= 250	$X1 + .8X2 + .6X3 + 1.2X4$

ნახ.2

მონაცემების შეტანის შემდეგ ისევე, როგორც წინა ამოცანაში, ვირჩევთ ბრძანებას „Solve“ და გამოდის საბოლოო შედეგი (ნახ.3).

	X1	X2	X3	X4	RHS	Dual
Maximize	2	1.5	2	4		
1	1.2	.45	.8	3	<= 300	9722
2	1	.5	1	0	<= 200	6806
3	1	.8	.6	1.2	<= 250	8028
Solution->	0	154.1667	122.9167	44.0972		653.4722

ნახ.3

საბოლოო შედეგიდან ჩანს: იმისათვის რომ ფაბრიკამ მიიღოს მაქსიმალური მოგება, მან უნდა დაამზადოს A სახის ქსოვილი – 0 მეტრი, B სახის – 154.1667 მეტრი, C სახის –

122.9167 მეტრი და D სახის – 44.0972 მეტრი. ამ შემთხვევაში მოგება შეადგენს 653.472 ლარს. ორადული შეფასებიდან ჩანს, რომ თუ მატყლის რაოდენობას გავზრდით 1 კგ-ით, მოგება გაიზრდება 0.9722 ლარით, შესაბამისად სინტეტიკური ძაფის 1 კგ – 0.6806 ლარით და საღებავის 1 კგ – 0.9028 ლარით.

ლაბორატორიული სამუშაო №3
ოპტიმალური შერევის ამოცანა

განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: „ნავთობგადამამუშავებელ ქარხანას გააჩნია სამი სახის ნავთობპროდუქტები: ალკილბენზინი 5000 ტონა, პირობენზოლი 3000 ტონა და ტოლოული 1500 ტონა. ალკილბენზინის ოქტანური რიცხვი უდრის 60, პირობენზოლის – 95 და ტოლოულის – 100. ნავთობპროდუქტების შერევის შედეგად ღებულობენ ორი მარკის ბენზინს: A და B, რომელთა ოქტანური რიცხვი უნდა იყოს შესაბამისად 70 და 90. ბენზინის ოქტანური რიცხვი განისაზღვრება როგორც შემადგენელი კომპონენტების საშუალო წონითი ოქტანური რიცხვები. ერთი ტონა ალკილბენზინი ღირს 50 ლარი, პირობენზოლი – 70 ლარი, ტოლოული – 80 ლარი. ერთი ტონა A მარკის ბენზინის ფასია 80 ლარი, ხოლო B მარკის – 90 ლარი.

განსაზღვრეთ ნავთობპროდუქტების შერევის ოპტიმალური გეგმა, რომელიც მოუტანს ქარხანას მაქსიმალურ მოგებას იმ პირობის გათვალისწინებით, რომ B მარკის ბენზინი გამოშვებული იქნას არანაკლებ 1800 ტონისა“.

შევადგინოთ ამოცანის მათემატიკური მოდელი. შემოვიღოთ შემდეგი სახის აღნიშვნები:

x_{11} – ალკილბენზინის რაოდენობა ტონებში A მარკის ბენზინში;

x_{12} – ალკილბენზინის რაოდენობა ტონებში B მარკის ბენზინში;

x_{21} – პირობენზოლის რაოდენობა ტონებში A მარკის ბენზინში;

x_{22} – პირობენზოლის რაოდენობა ტონებში B მარკის ბენზინში;

x_{31} – ტოლოულის რაოდენობა ტონებში A მარკის ბენზინში;

x_{32} – ტოლოულის რაოდენობა ტონებში B მარკის ბენზინში.

შეზღუდვების სისტემას ექნება შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} \leq 5000 \\ x_{21} + x_{22} \leq 3000 \\ x_{31} + x_{32} \leq 1500 \\ \frac{60x_{11} + 95x_{21} + 100x_{31}}{x_{11} + x_{21} + x_{31}} = 70 \\ \frac{60x_{12} + 95x_{22} + 100x_{32}}{x_{12} + x_{22} + x_{32}} = 90 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 1800 \end{cases} \quad (1)$$

მიზნობრივი ფუნქცია:

$$F = [80(x_{11} + x_{21} + x_{31}) + 90(x_{12} + x_{22} + x_{32})] - [50(x_{11} + x_{12}) + 70(x_{21} + x_{22}) + 80(x_{31} + x_{32})] \rightarrow \max \quad (2)$$

მონაცემების კომპიუტერში შეტანამდე უნდა შევასრულოდ შეზღუდვების სისტემაში (1) მეოთხე და მეხუთე ტოლობებისა და მიზნობრივი ფუნქციის (2) გარდაქმნა შემდეგნაირად:

$$60x_{11} + 95x_{21} + 100x_{31} = 70x_{11} + 70x_{21} + 70x_{31}$$

$$60x_{12} + 95x_{22} + 100x_{32} = 90x_{12} + 90x_{22} + 90x_{32}$$

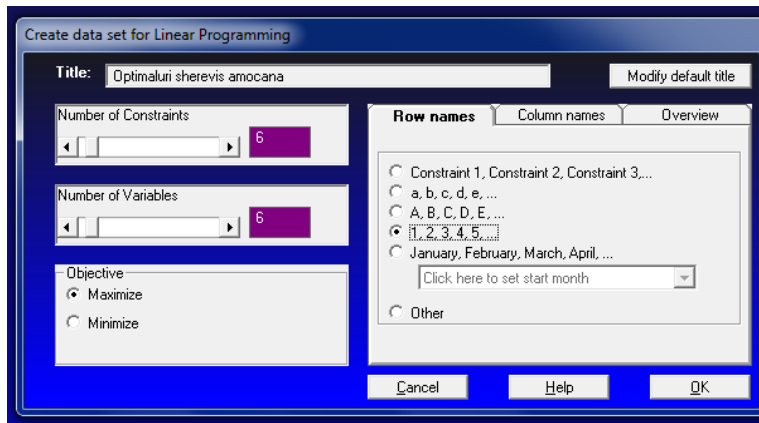
$$F = 80x_{11} + 80x_{21} + 80x_{31} + 90x_{12} + 90x_{22} + 90x_{32} - \\ - 50x_{11} - 50x_{12} - 70x_{21} - 70x_{22} - 80x_{31} - 80x_{32} \rightarrow \max$$

საბოლოოდ ამოცანის შეზღუდვებს და მიზნობრივ ფუნქციას ექნება შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} \leq 5000 \\ x_{21} + x_{22} \leq 3000 \\ x_{31} + x_{32} \leq 1500 \\ -10x_{11} + 25x_{21} + 30x_{31} = 0 \\ -30x_{12} + 5x_{22} + 10x_{32} = 0 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 1800 \end{cases} \quad (3)$$

$$F = 30x_{11} + 40x_{12} + 10x_{21} + 20x_{22} + 0x_{31} + 10x_{32} \rightarrow \max \quad (4)$$

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ, ისევე როგორც წინა ამოცანებში ვირჩევთ მოდულს „Linear Programming“ და შემდეგ მონაცემები შეგვაქვს დიალოგურ ფორმებში (ნახ.1), (ნახ.2):



ნახ.1

	X11	X12	X21	X22	X31	X32	RHS	Equation form
Maximize	30	40	10	20	0	10		Max 30X11 + 40X12 + 10X21
1	1	1	0	0	0	0	<= 5000	X11 + X12 <= 5000
2	0	0	1	1	0	0	<= 3000	X21 + X22 <= 3000
3	0	0	0	0	1	1	<= 1500	X31 + X32 <= 1500
4	-10	0	25	0	30	0	= 0	-10X11 + 25X21 + 30X31 = 0
5	0	-30	0	5	0	10	= 0	-30X12 + 5X22 + 10X32 = 0
6	0	1	0	1	0	1	>= 1800	X12 + X22 + X32 >= 1800

ნახ.2

შემდეგ ვაჭერთ ღილაკს „Solve“ და ვღებულობთ საბოლოო შედეგს (ნახ.3).

	X11	X12	X21	X22	X31	X32	RHS	Dual
Maximize	30	40	10	20	0	10		
1	1	1	0	0	0	0	<= 5000	25
2	0	0	1	1	0	0	<= 3000	22.5
3	0	0	0	0	1	1	<= 1500	15
4	-10	0	25	0	30	0	= 0	-5
5	0	-30	0	5	0	10	= 0	-5
6	0	1	0	1	0	1	>= 1800	0
Solution->	4285.714	714.286	1714.286	1285.714	0	1500		215000

ნახ.3

შედეგიდან ჩანს, რომ ქარხნის მაქსიმალური მოგება შეადგენს 215000 ლარს. ამისათვის ქარხანამ A მარკის ბენზინის მისაღებად უნდა შეაზავოს ალკილბენზინი 4285,714 ტონა, პირობენზოლი 1714,286 ტონა და ტოლოული 0 ტონა და მიიღებს A მარკის ბენზინს $4285,714 + 1714,286 + 0 = 6000$ ტონის რაოდენობით. B მარკის ბენზინის მისაღებად უნდა შეზავდეს ალკილბენზინი – 714,2857 ტონა, პირობენზოლი – 1285,714 ტონა და ტოლოული – 1500 ტონა. სულ B მარკის ბენზინს მივიღებთ $714,2857 + 1285,714 + 1500 = 3500$ ტონას. ბენზინში შემავალი ინგრადიენტები სრულიად არიან გამოყენებული: ალკილბენზინი – $4285,714 + 714,2857 = 5000$ ტონა; პირობენზოლი – $1714,286 + 1285,714 = 3000$ ტონა; ტოლოული – $0 + 1500 = 1500$ ტონა.

ორადული შეფასებიდან ჩანს, რომ თუ გავზრდით ალკილბენზინის რაოდენობას 1000 ტონით, მაშინ ორადული შეფასების 25 გათვალისწინებით მოგება გაიზრდება $25 \cdot 1000 = 25000$ ლარით. ანალოგიურად პირობენზოლის რაოდენობის გაზრდა 1000 ტონით იძლევა დამატებით მოგებას $22,5 \cdot 1000 = 22500$ ლარს, ხოლო ტოლოულის გაზრდა 1000 ტონით – $15 \cdot 1000 = 15000$ ლარს.

ლაბორატორიული სამუშაო №4
ოპტიმალური ჭრის ამოცანა

განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: “საამქრომ მიიღო დავალება დაამზადოს რკინის ღერძები 120სმ სიგრძის 470 ცალის რაოდენობით და 80სმ სიგრძის 450 ცალის რაოდენობით. ამისათვის საამქროს გააჩნია რკინის ღერძები სიგრძით 250სმ და 190სმ.

განსაზღვრეთ, რა რაოდენობის 250სმ და 190სმ ღერძები უნდა დაიჭრას, რომ ნარჩენების რაოდენობა იყოს მინიმალური“.

პირველ რიგში განვსაზღვროთ ღერძების რაციონალური ჭრის ყველა ხერხი (ვარიანტი):

	250 სმ			190 სმ	
	ხერხი 1	ხერხი 2	ხერხი 3	ხერხი 4	ხერხი 5
120 სმ	2	1	0	1	0
80 სმ	0	1	3	0	2
ნარჩენები	10	50	10	70	30

შევადგინოთ ამოცანის მათემატიკური მოდელი. შემოვიღოთ შემდეგი სახის აღნიშვნები:

x_1 – 250 სმ სიგრძის ღერძების საჭირო რაოდენობა ჭრის 1 ხერხის გამოყენების დროს;

x_2 – 250 სმ სიგრძის ღერძების საჭირო რაოდენობა ჭრის 2 ხერხის გამოყენების დროს;

x_3 – 250 სმ სიგრძის ღერძების საჭირო რაოდენობა ჭრის
3 ხერხის გამოყენების დროს;

x_4 – 190 სმ სიგრძის ღერძების საჭირო რაოდენობა ჭრის
4 ხერხის გამოყენების დროს;

x_5 – 190 სმ სიგრძის ღერძების საჭირო რაოდენობა ჭრის
5 ხერხის გამოყენების დროს;

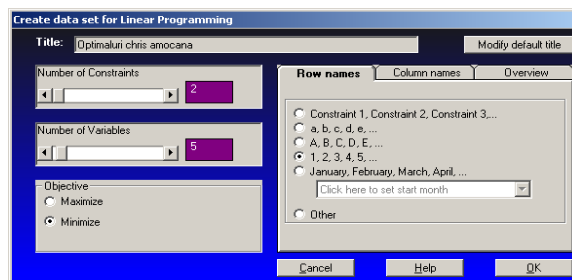
შეზღუდვებს ექნება შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 0x_3 + x_4 + 0x_5 = 470 \\ 0x_1 + x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 2x_5 = 450 \end{cases} \quad (1)$$

მიზნობრივი ფუნქცია:

$$F = 10x_1 + 50x_2 + 10x_3 + 70x_4 + 30x_5 \rightarrow \min \quad (2)$$

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ ვირჩევთ მოდულს „Linear Programming“ და შეგვაქვს დიალოგურ ფორმაში (ნახ.1) ამოცანის მათემატიკური მოდელის პარამეტრები (ამოცანის დასახელება, შეზღუდვების და ცვლადების რაოდენობა, რა მნიშვნელობა უნდა მიიღოს მიზნობრივმა ფუნქციამ და სტრიქონების დასახელების ტიპი).



ნახ.1

„OK“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2), რომელშიც უნდა შევიტანოთ სისტემის (1) და მიზნობრივი ფუნქციის (2) რიცხვითი კოეფიციენტები.

Optimaluri chris amocana							
	X1	X2	X3	X4	X5	RHS	Equation form
Minimize	10	50	10	70	30		Min $10X_1 + 50X_2 + 10X_3 + 70X_4 + 30X_5$
1	2	1	0	1	0	= 470	$2X_1 + X_2 + X_4 = 470$
2	0	1	3	0	2	= 450	$X_2 + 3X_3 + 2X_5 = 450$

ნახ.2

შეტანის შემდეგ ვაჭერთ ლილაკს “Solve” და ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის საბოლოო შედეგი (ნახ.3).

(untitled) Solution							
	X1	X2	X3	X4	X5	RHS	Dual
Minimize	10	50	10	70	30		
1	2	1	0	1	0	= 470	-5
2	0	1	3	0	2	= 450	-3.3333
Solution->	235	0	150	0	0	3850	

ნახ.3

შედეგიდან ჩანს, რომ ჭრის სუთი ვარიანტიდან ორი არის ოპტიმალური: პირველი და მესამე. ამასთან დასაჭრელია მხოლოდ 250სმ სიგრძის ღერძები. ჭრის პირველი ვარიანტის დროს იჭრება 235 ცალი (თითო ღერძიდან გამოდის 2 ცალი 120 სმ სიგრძის ღერძი). ჭრის მესამე ვარიანტის დროს იჭრება 150 ცალი (თითო ღერძიდან გამოდის 3 ცალი 80სმ სიგრძის ღერძი). ჯამში მთლიანად იჭრება $235 + 150 = 385$ ცალი 250სმ სიგრძის ღერძები. ჭრის შედეგად მიღებული ნარჩენების მინიმალური ჯამური სიგრძე შეადგენს 3850 სმ.

ლაბორატორიული სამუშაო №5
მთელრიცხვითი პროგრამირების ამოცანა

ა) მთელრიცხვა ცვლადებით:

„ავტოქარხანა აწარმოებს მსუბუქი ავტომობილების სამ მოდელს: A, B და C-ს, რომლებიც მზადდება 3 საამქროში. საამქროების სიმძლავრეები შესაბამისად შეადგენენ 300, 250 და 200 ადამიან/დღეს დეკადაში. პირველ საამქროში A მოდელის დამზადებისათვის საჭიროა 6 ადამიან/დღე, B მოდელის – 4 და C მოდელის – 2 ადამიან/დღე დეკადაში. მეორე საამქროში სიმძლავრეები მოდელების მიხედვით შეადგენენ 3, 4 და 5 ადამიან/დღეს, ხოლო მესამე – 3 ადამიან/დღე ყოველ მოდელზე. მოგება, რომელსაც დებულობს ქარხანა ერთი ავტომობილის გაყიდვისაგან მოდელის მიხედვით შესაბამისად შეადგენს 10, 13 და 10 ათას დოლარს. განსაზღვრეთ ავტომობილების წარმოების ოპტიმალური გეგმა“.

შევადგინოთ ამოცანის მათემატიკური მოდელი. შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

x_1 – A მოდელის ავტომანქანის გამოსაშვები რაოდენობა;

x_2 – B მოდელის ავტომანქანის გამოსაშვები რაოდენობა;

x_3 – C მოდელის ავტომანქანის გამოსაშვები რაოდენობა.

შეზღუდვების სისტემას ექნება შემდეგი სახე:

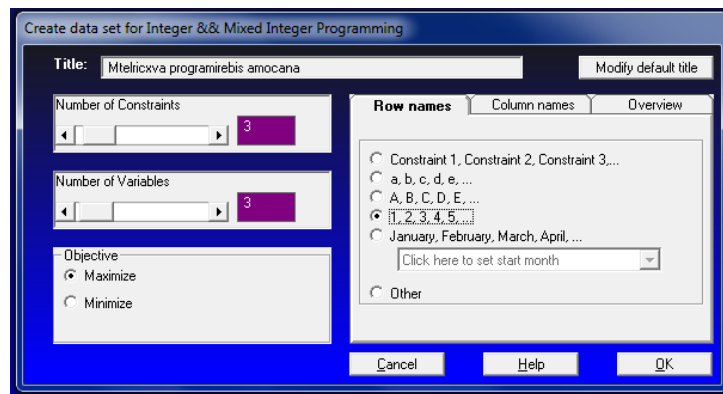
$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 300 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 250 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 200 \end{cases} \quad (1)$$

შეზღუდვების სისტემაში უნდა გავითვალისწინოთ კიდევ ერთი პირობა: ყველა უცნობი x_1 , x_2 და x_3 წარმოადგენენ მთელ რიცხვებს.

მიზნობრივი ფუნქცია:

$$F = 10x_1 + 13x_2 + 10x_3 \rightarrow \max \quad (2)$$

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ ვირჩევთ მოდულს „Integer & Mixed Integer Programming“ და ძირითად მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.1).



ნახ.1

პირველ სტრიქონში (Title) ვწერთ ამოცანის დასახელებას. მეორე სტრიქონში (Number of Constants) ვუთითებთ შეზღუდვების სისტემაში (1) არსებულ უტოლობების რაოდენობას (ამოცანაში – 3). ესამე სტრიქონში (Number of Variables) ვუთითებთ ცვლადების რაოდენობას (ამოცანაში – 3). მეოთხე სტრიქონში (Objective) ვირჩევთ მიზნობრივი ფუნქციის მაქსიმუმს თუ მინიმუმს ვეძებთ (ამოცანაში – Maximize). მეხუთე სტრიქონში (Row name options) ვირჩევთ შეზღუდვებში სტრიქონების დასახელების ტიპს (მაგალითში არჩეულია რიცხვითი დასახელებები 1,2,...).

პარამეტრების მითითების შემდეგ ვაჭერთ ღილაკს „OK“ და ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2), სადაც შეგვაქვს ამოცანის მათემატიკური მოდელის საწყისი მნიშვნელობები. პირველ სტრიქონში (Maximize) შეგვაქვს მიზნობრივი ფუნქციის რიცხვითი კოეფიციენტები, ხოლო დანარჩენ სამში უტოლობების კოეფიციენტები და თავისუფალი წევრები (სვეტი RHS). ბოლო სტრიქონში (Variable tipe) უნდა მივუთითოთ, რომ ცვლადები x_1 , x_2 და x_3 მთელი რიცხვებია – Integer.

	X1	X2	X3	RHS	Equation form
Maximize	10	13	10		Max: 10X1 + 13X2 + 10X3
1	6	4	2	<= 300	6X1 + 4X2 + 2X3 <= 300
2	3	4	5	<= 250	3X1 + 4X2 + 5X3 <= 250
3	3	3	3	<= 200	3X1 + 3X2 + 3X3 <= 200
Variable type	Integer	Integer	Integer		

ნახ.2

მონაცემების შეტანის შემდეგ ვაჭერთ ლილას „Solve“ და ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი (ნახ.3).

Variable	Type	Value
X1	Integer	14
X2	Integer	52
X3	Integer	0
Solution value		816

ნახ.3

ამონახსნიდან ჩანს, რომ მაქსიმალური მოგების მისაღებად ავტოქარხანამ უნდა დაამზადოს A მოდელის ავტომობილი 14 ცალის რაოდენობით, B მოდელის – 52 ცალი, C მოდელის – არ უნდა გამოუშვას. ამ შემთხვევაში მისი მოგება შეადგენს მაქსიმუმს – 816 ათას ლლარს.

ბ) ბულის ცვლადებით:

„ქარხნის რეკონსტრუქციისათვის წარმოდგენილია 10 პროექტი, რომელთაგანაც თითოეული ხასიათდება ოთხი აგრეგირებული მახასიათებლებით: შრომის, ენერჯის, მასალების და ფულადი სახსრების დანახარჯებით და აგრეთვე ყოველწლიური მოგებით, თუ პროექტი განხორციელდება. შესაბამისი მონაცემები და არსებული რესურსების მოცულობები მოყვანილია ცხრილში:

პროექტი	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	რესურსი
შრომა, ნორმა/საათი	50	60	30	40	80	70	50	20	40	50	300
ენერგია, ათასი კვატი	4	4	2	5	5	2	3	6	6	3	24
მასალები, მლნ.ლარი	3	2	4	5	3	2	4	2	2	3	20
ფულადი ხარჯები, მლნ.ლარი	7	5	9	6	4	3	7	2	4	5	30
მოგება, მლნ.ლარი	9	8	8.5	8.8	9	8	9	8.7	8.9	8	

პროექტის შერჩევის დროს გათვალისწინებული უნდა იყოს შემდეგი შეზღუდვები: ერთდროულად არ შეიძლება განხორციელდეს შვიდ პროექტზე მეტი; პროექტები 5 და 8 გამორიცხავენ ერთმანეთს. განსაზღვრეთ პროექტების შერჩევის ოპტიმალური ვარიანტი“.

შეკადინოთ ამოცანის მათემატიკური მოდელი. შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

x_1 – პირველი პროექტის ცვლადი ($x_1=0$ ან $x_1=1$);

x_2 – მეორე პროექტის ცვლადი ($x_2=0$ ან $x_2=1$);

x_3 – მესამე პროექტის ცვლადი ($x_3=0$ ან $x_3=1$);

x_4 – მეოთხე პროექტის ცვლადი ($x_4=0$ ან $x_4=1$);

x_5 – მეხუთე პროექტის ცვლადი ($x_5=0$ ან $x_5=1$);

x_6 – მეექვსე პროექტის ცვლადი ($x_6=0$ ან $x_6=1$);

x_7 – მეშვიდე პროექტის ცვლადი ($x_7=0$ ან $x_7=1$);

x_8 – მერვე პროექტის ცვლადი ($x_8=0$ ან $x_8=1$);

x_9 – მეცხრე პროექტის ცვლადი ($x_9=0$ ან $x_9=1$);

x_{10} – მათე პროექტის ცვლადი ($x_{10}=0$ ან $x_{10}=1$).

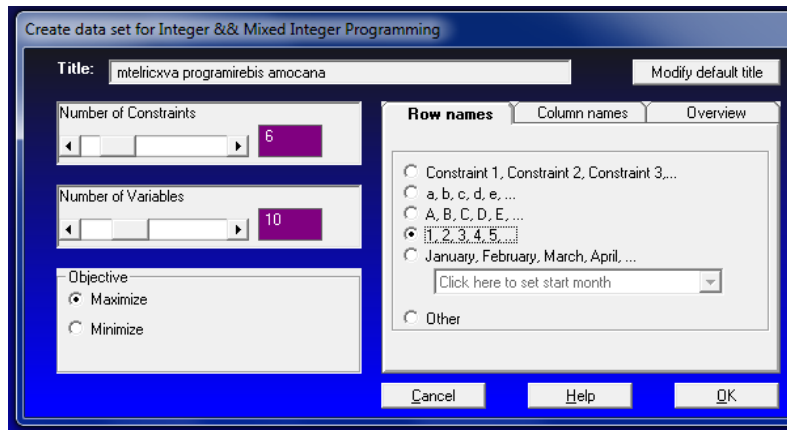
შეზღუდვების სისტემას ექნება შემდეგი სახე:

$$\begin{cases} 50x_1 + 60x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 80x_5 + 70x_6 + 50x_7 + 20x_8 + 40x_9 + 50x_{10} \leq 300 \\ 4x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 5x_5 + 2x_6 + 3x_7 + 6x_8 + 6x_9 + 3x_{10} \leq 24 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 3x_5 + 2x_6 + 4x_7 + 2x_8 + 2x_9 + 3x_{10} \leq 20 \\ 7x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 6x_4 + 4x_5 + 3x_6 + 7x_7 + 2x_8 + 4x_9 + 5x_{10} \leq 30 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \leq 7 \\ x_5 + x_8 \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

მიზნობრივი ფუნქციაა:

$$F = 9x_1 + 8x_2 + 8,5x_3 + 8,8x_4 + 9x_5 + 8x_6 + 9x_7 + 8,7x_8 + 8,9x_9 + 8x_{10} \rightarrow \max \quad (2)$$

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ, როგორც წინა ამოცანაში, ვირჩევთ მოდულს “Integer & Mixed Integer Programming”, შემდეგ „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ „New“-ს და ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფანჯარა (ნახ.1).



ნახ.1

შესატანი პარამეტრების ჩამონათვალი და შემადგენლობა იგივეა, რაც წინა ამოცანაში. „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2) და შეგვაქვს შეზღუდვების სისტემის (1) და მიზნობრივი ფუნქციის (2) რიცხვითი კოეფიციენტები. წინა ამოცანისაგან განსხვავებით, ბოლო სტრიქონში (Variable type) ვუთითებთ, რომ უცნობები x_i -ები წარმოადგენენ ბულის ცვლადებს, ანუ ღებულობენ 0-ის ან 1-ის მნიშვნელობებს.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	RHS	Equation for
Maximize	9	8	8.5	8.8	9	8	9	8.7	8.9	8	300	Max 9X1 + 8X2 + 8.5X3 + 8.8X4 + 9X5 + 8X6 + 9X7 + 8.7X8 + 8.9X9 + 8X10
1	50	60	30	40	80	70	50	20	40	50	<=	50X1 + 60X2 + 30X3 + 40X4 + 80X5 + 70X6 + 50X7 + 20X8 + 40X9 + 50X10
2	4	4	2	5	5	2	3	6	6	3	<=	24 4X1 + 4X2 + 2X3 + 5X4 + 5X5 + 2X6 + 3X7 + 6X8 + 6X9 + 3X10
3	3	2	4	5	3	2	4	2	2	3	<=	20 3X1 + 2X2 + 4X3 + 5X4 + 3X5 + 2X6 + 4X7 + 2X8 + 2X9 + 3X10
4	7	5	9	6	4	3	7	2	4	5	<=	30 7X1 + 5X2 + 9X3 + 6X4 + 4X5 + 3X6 + 7X7 + 2X8 + 4X9 + 5X10
5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	<=	10 X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 + X8 + X9 + X10
6	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	<=	1 X5 + X8 <=
Variable type	0:1	0:1	0:1	0:1	0:1	0:1	0:1	0:1	0:1	0:1		

ნახ.2

„Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი (ნახ.3). შედეგიდან ჩანს, რომ მაქსიმალური მოგების მისაღწევად, რომელიც შეადგენს 51,6 მლნ.ლარს, საჭიროა განხორციელდეს ათიდან ექვსი პროექტი: 1,6,7,8,9, და 10.

QM for Windows

File Edit View Module Format Tools Window Help

Q:\trial\Unocode M5 - 131 - 00 - 0.0

Objective: Maximize
Minimize

Maximum number of iterations: 1000
Maximum level (depth) in process: 50

Integer & Mixed Integer Programming Results

mtelricxva programirebis amocana solution

Variable	Type	Value
X1	O/1	1
X2	O/1	0
X3	O/1	0
X4	O/1	0
X5	O/1	0
X6	O/1	1
X7	O/1	1
X8	O/1	1
X9	O/1	1
X10	O/1	1
Solution value		51.6

6sb.3

ლაბორატორიული სამუშაო №6
სატრანსპორტო ამოცანა

ვთქვათ მოცემული გვაქვს შემდეგი მაგალითი: „სამშენებლო მასალების საწარმოების B₁, B₂, B₃ და B₄ მოთხოვნილება დღე-ღამეში ქვიშაზე შესაბამისად არის 30, 30, 20 და 20 ტონა. საწარმოების ქვიშით მომარაგება ხდება 4 კარიერიდან A₁, A₂, A₃ და A₄, რომელთა ქვიშის მოპოვების მარაგი დღე-ღამეში შესაბამისად არის 20, 40, 10 და 30 ტონა. საწარმოებში ქვიშის შეზიდვა ხდება ავტომანქანებით. ქვიშის გადაზიდვის დანახარჯები მოყვანილია მატრიცაში (ცხრილი 1).

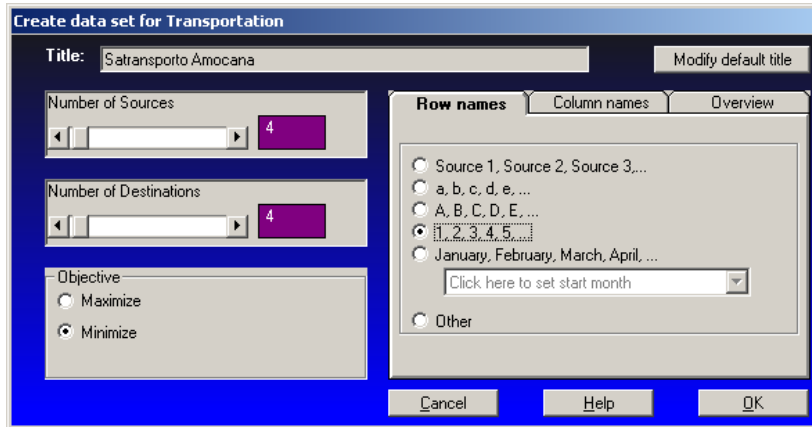
გადაზიდვების მატრიცა არ საჭიროებს „ჩრდილო-დასავლეთ“ კუთხის მეთოდისა და განაწილების ან პოტენციალთა მეთოდის გამოყენებას, როგორც ამას მოითხოვს ხელით ამოხსნა. მისი ალგორითმების ბიჯები ჩაღებულია პროგრამულ პაკეტში.

ცხრილი 1

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	მარაგი
A ₁	2	3	2	4	20
A ₂	1	4	3	2	40
A ₃	4	2	1	2	10
A ₄	2	3	1	2	30
მოთხოვნა	30	30	20	20	100

ე.ი. უნდა განესაზღვროთ უცნობების ისეთი არაუარყოფითი მნიშვნელობები, რომლებიც დააკმაყოფილებენ სატრანსპორტო ამოცანის შეზღუდვებს და რომლისთვისაც მიზნობრივი ფუნქცია იღებს მინიმალურ მნიშვნელობას.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ „Module“ მენიუში უნდა ავირჩიოთ „Transportation“. შემდეგ ძირითად მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს (ნახ.1).



ნახ.1

პირველ სექციაში (Title) ვწერთ ამოცანის დასახელებას. მეორე სექციაში (Number of Sources) ვირჩევთ გაგზავნის პუნქტების რაოდენობას. მესამე სექციაში (Number of Destinations) ვირჩევთ მოთხოვნის პუნქტების რაოდენობას. მეოთხე სექციაში (Objective) ვირჩევთ, თუ საით მიისწრაფვის მიზნობრივი

ფუნქცია. მეხუთე სექციაში (Row name options) ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს.

პარამეტრების დაყენების შემდეგ ვაწვებით კლავიშს „OK“ და გამოდის შემდეგი დიალოგური ფორმა, სადაც საშუალება გვეძლევა შევიტანოთ საწყისი მნიშვნელობები (ნახ.2).

Objective					Starting method	
<input type="radio"/> Maximize <input checked="" type="radio"/> Minimize					Any starting method	
	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	SUPPLY	
1		2	3	2	4	20
2		1	4	3	2	40
3		4	2	1	2	10
4		2	3	1	2	30
DEMAND		30	30	20	20	

ნახ.2

მონაცემების შეტანის შემდეგ ვაწვებით კლავიშს „Solve“ და გამოდის საბოლოო შედეგი (ნახ.3).

Objective					Starting method	
<input type="radio"/> Maximize <input checked="" type="radio"/> Minimize					Any starting met	
Optimal cost =	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4		
\$170						
1		20	0			
2	30			10		
3		10				
4			20	10		

ნახ.3

ე.ი. ოპტიმალური ამონახსნი იქნება: $x_{12}=20$; $x_{21}=30$; $x_{32}=10$; $x_{33}=0$; $x_{24}=10$; $x_{43}=20$; $x_{44}=10$. შესაბამისად მიზნობრივი ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა შეადგენს – 170-ს.

ლაბორატორიული სამუშაო №7
დანიშნის ამოცანა

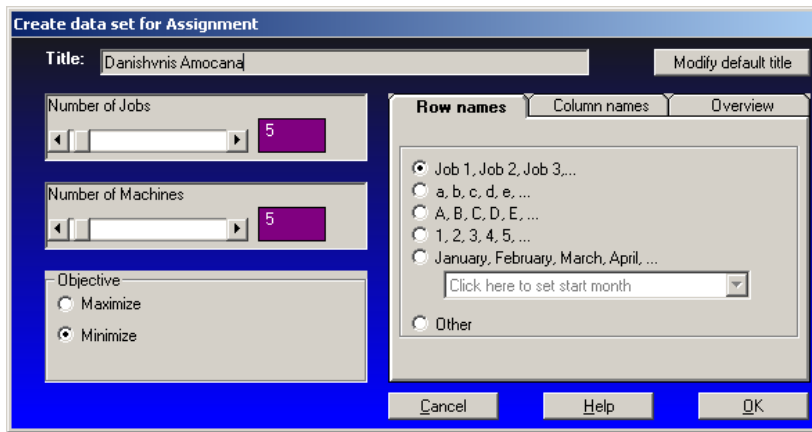
განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: ხუთ მუშას M_1, M_2, M_3, M_4 და M_5 შეუძლია შეასრულოს 5 სახეობის სამშენებლო სამუშაო S_1, S_2, S_3, S_4 და S_5 . ყველა სახეობის სამუშაოს შესრულების დრო თითოეული მუშის მიხედვით ცნობილია და მოყვანილია მატრიცის სახით (ცხრილი 1).

ცხრილი 1

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
M_1	16	21	10	12	6
M_2	11	5	6	7	15
M_3	6	9	7	8	6
M_4	3	5	7	5	10
M_5	8	9	12	4	9

ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ შემსრულებლები ისე უნდა გაგანაწილოთ სამუშაოების მიხედვით, რომ მთელი სამუშაოების შესასრულებლად საჭირო დროის დანახარჯების ჯამი იყოს მინიმალური.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ „Module“ მენიუში უნდა ავირჩიოთ „Assignment“. შემდეგ ძირითად მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს (ნახ.1).



ნახ.1

პირველ სექციაში (Title) ვწერთ ამოცანის დასახელებას. მეორე სექციაში (Number of Jobs) ვირჩევთ შესასრულებელი სამუშაოების რაოდენობას. მესამე სექციაში (Number of Machines) ვირჩევთ სამუშაოების შემსრულებლების რაოდენობას. მეოთხე სექციაში (Objective) ვირჩევთ, თუ საით მიისწრაფვის მიზნობრივი ფუნქცია. მეხუთე სექციაში (Row name options) ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს.

პარამეტრების დაყენების შემდეგ ვაწკებთ კლავიშს „OK“ და გამოდის შემდეგი დიალოგური ფორმა, სადაც საშუალება გვუძლევს შევიტანოთ საწყისი მნიშვნელობები (ნახ.2).

PNM - [Data Table]

File Edit View Module Format Tools Window Help

Objective
 Maximize
 Minimize

Instruction
 Enter the cost

	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	16	21	10	12	6
Job 2	11	5	6	7	15
Job 3	6	9	7	8	6
Job 4	3	5	7	5	10
Job 5	8	9	12	4	9

ნახ.2

მონაცემების შეტანის შემდეგ ვაწვებით კლავის „Solve“ და გამოდის საბოლოო შედეგი (ნახ.3).

PNM - [Assignments]

File Edit View Module Format Tools Window Help

Objective
 Maximize
 Minimize

Instruction
 There are more results available i

Optimal cost = \$25

	Machine 1	Machine 2	Machine 3	Machine 4	Machine 5
Job 1	16	21	10	12	Assign 6
Job 2	11	Assign 5	6	7	15
Job 3	6	9	Assign 7	8	6
Job 4	Assign 3	5	7	5	10
Job 5	8	9	12	Assign 4	9

ნახ.3

ე.ი. ოპტიმალური ამონახსნი იქნება: $x_{15}=1$; $x_{22}=1$; $x_{33}=1$; $x_{41}=1$; $x_{54}=1$. შესაბამისად მიზნობრივი ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა შეადგენს – 25-ს.

ლაბორატორიული სამუშაო №8
ორი ჩარხის ამოცანა

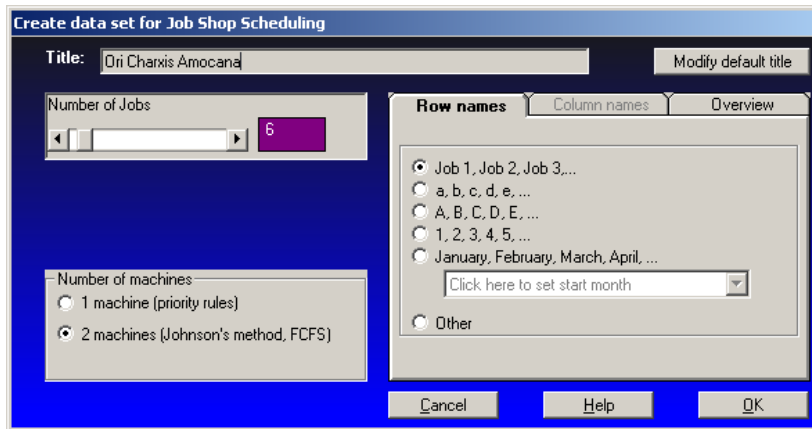
ვთქვათ მოცემული გვაქვს ორი ჩარხი, რომლებზედაც უნდა დამუშავდეს დეტალები და თითოეული დეტალის თითოეულ ჩარხზე დამუშავების დრო (ცხრილი 1).

ცხრილი 1

i	t_{i1}	t_{i2}
1	3	1
2	5	7
3	2	3
4	4	6
5	8	2
6	4	7

ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: უნდა განისაზღვროს დეტალების დამუშავების ისეთი მიმდევრობა ორივე ჩარხზე, რომ მათი დამუშავების ჯამური დრო იყოს მინიმალური.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ „Module“ მენიუში უნდა ავირჩიოთ „Job Shop Scheduling“. შემდეგ ძირითად მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს (ნახ.1).



ნახ.1

პირველ სექციაში (Title) ვწერთ ამოცანის დასახელებას. მეორე სექციაში (Number of Jobs) ვირჩევთ ჩარხებზე დასამუშავებელი დეტალების რაოდენობას. მესამე სექციაში (Number of Machines) ვირჩევთ ჩარხების რაოდენობას. მეხუთე სექციაში (Row name options) ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს.

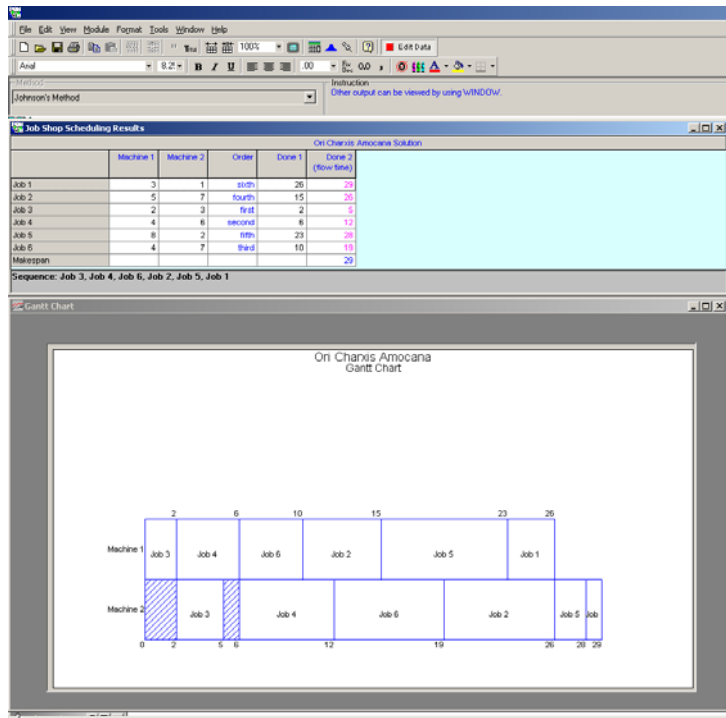
პარამეტრების დაყენების შემდეგ ვაწკებთ კლავიშს „OK“ და გამოდის შემდეგი დიალოგური ფორმა, სადაც საშუალება გვქვდა შევიტანოთ საწყისი მნიშვნელობები (ნახ.2).

The screenshot shows a software window titled "[Data Table]". The menu bar includes File, Edit, View, Module, Format, Tools, Window, and Help. The toolbar contains icons for file operations and a zoom level of 100%. The font is set to Arial, size 8.25. The "Method" dropdown is set to "Johnson's Method". Below the menu and toolbar is a table with the following data:

	Machine 1	Machine 2
Job 1	3	1
Job 2	5	7
Job 3	2	3
Job 4	4	6
Job 5	8	2
Job 6	4	7

ნახ.2

მონაცემების შეტანის შემდეგ ვაწვევით კლავის „Solve“ და გამოდის საბოლოო შედეგი. დეტალების დამუშავების მიღებული ოპტიმალური მიმდევრობა აგრეთვე წარმოდგენილია განტ-რუქის საშუალებით (ნახ.3).



ნახ.3

ე.ი. დეტალების დამუშავების ოპტიმალური გეგმა იქნება:
 {3, 4, 6, 2, 5, 1}.

შესაბამისად ოპტიმალური ვარიანტის დროს დეტალების დამუშავების დრო შეადგენს – 29-ს.

ლაბორატორიული სამუშაო №9
პროექტის ქსელური ანალიზის ამოცანა. CPM მეთოდი

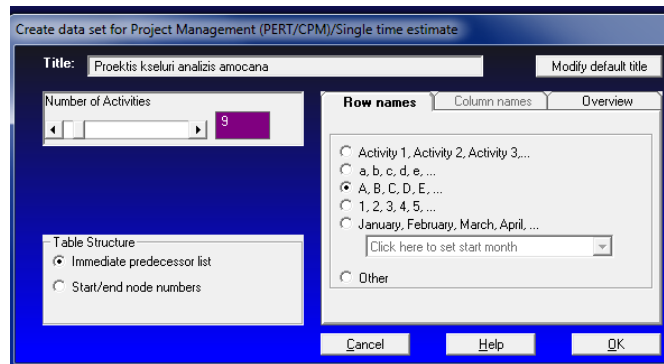
განვიხილოდ შემდეგი ამოცანა: „ქალაქის მერიამ გადაწყვიტა სავაჭრო ცენტრის მშენებლობა. სამუშაოები, რომლებიც უნდა ჩატარდეს პროექტის რეალიზაციისათვის, მათი ურთიერთკავშირები და შესრულების დრო მოყვანილის (ცხრილი 1)-ში.

ცხრილი 1

სამუშაო	სამუშაოს შინაარსი	წინმდებარე სამუშაო	შესრულების დრო (კვირა)
A	არქიტექტურული პროექტის მომზადება	–	5
B	მომავალი შეიჯარეების განსაზღვრა	–	6
C	შეიჯარეებისათვის პროსპექტის მომზადება	A	4
D	შემსრულებლის ამორჩევა	A	3
E	მშენებლობაზე ნებართვის საბუთების მომზად.	A	1
F	მშენებლობაზე ნებართვის აღება	E	4
G	მშენებლობის განხორციელება	D, F	14
H	შეიჯარეებთან ხელშეკრულებების დადება	B, C	12
I	შეიჯარეებისათვის ფართების განაწილება	G, H	2

განსაზღვრეთ, რამდენი სამუშაოა შესასრულებელი კრიტიკულ გზაზე? რა სიგრძის არის კრიტიკული გზა? რამდენი კვირით შეიძლება გადავიტანოთ E სამუშაოს დაწყება, რომ ამან

გავლენა არ იქონიოს პროექტის შესრულების ვადაზე? რამდენი კვირით შეიძლება გადავიტანოთ B სამუშაოს დაწყების დრო, რომ მან გავლენა არ იქონიოს პროექტის შესრულების ვადაზე (დროის სრული რეზერვი)? რამდენი კვირით შეიძლება გადავიტანოთ C სამუშაოს დაწყების დრო, რომ მან არ შეცვალოს შემდგომი მოვლენის დაწყების ყველაზე ნაადრევი ვადა (დროის თავისუფალი რეზერვი)? ამოცანის საწყისი მონაცემების შეტანა შესაძლებელია ორი ხერხით. პირველი ხერხის თანახმად პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ ვირჩევთ მოდულს „Project Management (PERT/CPM)“. ძირითადი მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან ვირჩევთ „Single time estimate“-ს. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფანჯარა (ნახ.1).



ნახ.1

პირველ სტრიქონში „Title“ შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში „Number of Activities“ შეგვაქვს სამუშაოების რაოდენობა (მაგალითში – 9). მესამე სტრიქონში ვუთითებთ ცხრილის სტრუქტურას, ანუ ამოცანის ამოხსნა ხდება პირველი ხერხით (ამოცანაში Immediate predecessor list). მეოთხე სტრიქონში „Row names“ ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს (ამოცანაში A,B,C,E....). „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ, ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2).

Activity	Activity time	Predecessor 1	Predecessor 2	Predecessor 3	Predecessor 4
A	5				
B	6				
C	4	A			
D	3	A			
E	1	A			
F	4	E			
G	14	D	F		
H	12	B	C		
I	2	G	H		

ნახ.2

პირველ სვეტში „Activity“ ჩამოთვლილია სამუშაოების დასახელებები. მეორე სვეტში „Activity time“ შეგვაქვს სამუშაოების შესრულების დრო. მესამე და მეოთხე სვეტებში „Predecessor1“ და „Predecessor2“ შეგვაქვს სტრიქონებში

მითითებულ სამუშაოების წინამდებარე სამუშაოები. ღილაკი „Solve“ დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამონხნის შედეგი (ნახ.3).

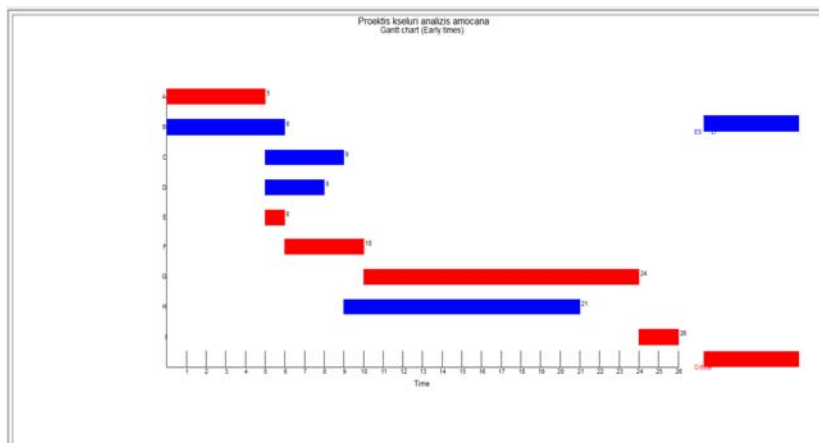
The screenshot shows a software window titled 'QM for Windows' with a menu bar (File, Edit, View, Module, Format, Tools, Window, Help) and a toolbar. Below the toolbar, there are options for 'Network type' (Immediate predecessor list, Start/end node numbers) and a 'Single line estimate' dropdown. The main area displays 'Project Management (PERT/CPM) Results' for the project 'proektis kseluri analisis amocana solution'. The results are presented in a table with the following data:

Activity	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
Project	26					
A	5	0	5	0	5	0
B	6	0	6	6	12	6
C	4	5	9	8	12	3
D	3	5	8	7	10	2
E	1	5	6	5	6	0
F	4	6	10	6	10	0
G	14	10	24	10	24	0
H	12	9	21	12	24	3
I	2	24	26	24	26	0

ნახ.3

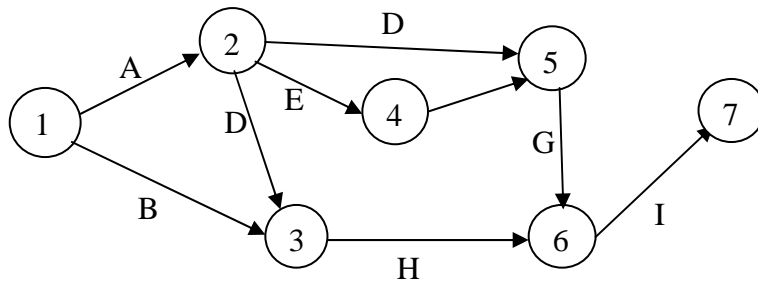
ამონახსნიდან ჩანს, რომ კრიტიკულ გზაზე არის ხუთი სამუშაო A,E,F,G და I (ამ სამუშაოების მნიშვნელობები ბოლო სვეტში „Slack“-ში შესაბამისად 0-ის ტოლია. კრიტიკული გზის სიგრძე, ე.ი. პროექტის შესრულების მინიმალური დრო უდრის 26 კვირას („Project“ სტრიქონის მნიშვნელობა უდრის 26). E სამუშაოს დაწყების დროს გადატანა შეუძლებელია („Slack“ სვეტში E მნიშვნელობა უდრის 0-ს). B სამუშაოს დაწყების დრო

შეიძლება გადატანილი იქნას 6 კვირით, ხოლო C-ში – 3 კვირით. გარდა ამისა, სამუშაოების ხანგრძლივობა, მათი დაწყებისა და დამთავრების ვადები, ასევე სამუშაოები, რომლებიც განლაგებული არიან კრიტიკულ გზაზე შესაძლებელია ვნახოთ განტ-რუქის საშუალებით. ამისათვის მენიუში, რომელიც თან ახლავს ამონახსნათა ცხრილს, ვირჩევთ სტრიქონს „Charts“ და ეკრანზე გამოდის ამოცანის განტ-რუქა (ნახ.4).



ნახ.4

ამოცანის ამოხსნა მეორე ხერხით გულისხმობს, რომ საწყისი მონაცემების შესატანად გამოიყენება პროექტის სამუშაოების წარმოდგენა გრაფის სახით (ნახ.5).



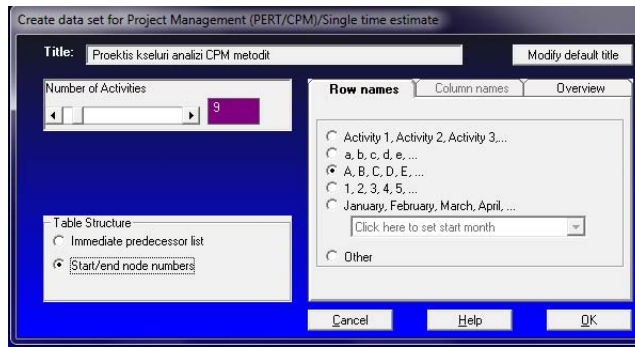
ნახ.5

ამ გრაფის შესაბამისი აღწერა მოყვანილია (ცხრილ 2)-ში:

ცხრილი 2

სამუშაო	მწვერვალი- დასაწყისი	მწვერვალი- დაბოლოება	შესრულების დრო
A	1	2	5
B	1	3	6
C	2	3	4
D	2	5	3
E	2	4	1
F	4	5	4
G	5	6	14
H	3	6	12
I	6	7	2

როგორც პირველი ხერხის ამოხსნისას, ამ შემთხვევაშიც ვტვირთავთ პროგრამულ პაკეტს „POM for Windows“, ვირჩევთ მოდულს „Project Management (PERT/CPM)“. ძირითად მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან – „Single time estimate“-ს, ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.6).



ნახ.6

ყველა სტრიქონში შეგვაქვს იგივე ინფორმაცია, რაც წინა ამოცანისთვის. განსხვავებულია მხოლოდ ცხრილის სტრუქტურის სტრიქონი, რომელისათვის ვირჩევთ „Start/end node numbers“. „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.7), რომელიც შეესაბემა (ცხრილ 2)-ს.

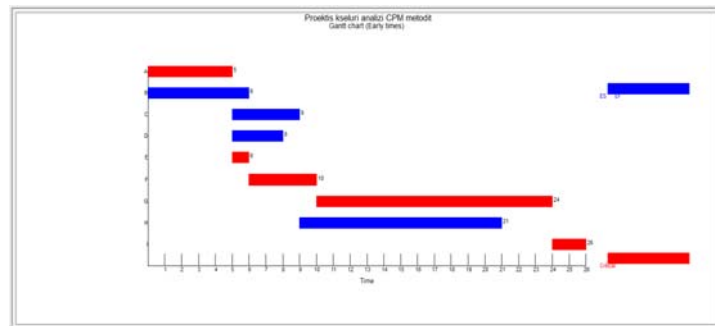
Activity	Start node	End node	Activity time
A	1	2	5
B	1	3	6
C	2	3	4
D	2	5	3
E	2	4	1
F	4	5	4
G	5	6	14
H	3	6	12
I	6	7	2

ნახ.7

შეგვაქვს რიცხვითი მონაცემები მეორე, მესამე და მეოთხე სვეტებში. მეორე სვეტში „Start node“-ში შეგვაქვს სამუშაოს საწყისი მწვერვალის ნომერი, მესამეში „End node“ – სამუშაოს დაბოლოების წერტილი, მეოთხეში „Activity time“ – სამუშაოს შესრულების დრო. „Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ვლბულობთ ამოცანის ამოხსნის შედეგს (ნახ.8) და განტ-რუქას (ნახ.9), რომლებიც იდენტურია პირველი ხერხით ამოხსნილი შედეგებისა.

Activity	Start node	End node	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
Project			26					
A	1	2	5	0	5	0	5	0
B	1	3	6	0	6	6	12	6
C	2	3	4	5	9	8	12	3
D	2	5	3	5	8	7	10	2
E	2	4	1	5	6	5	6	0
F	4	5	4	6	10	6	10	0
G	5	6	14	10	24	10	24	0
H	3	6	12	9	21	12	24	3
I	6	7	2	24	26	24	26	0

ნახ.8



ნახ.9

ლაბორატორიული სამუშაო №10
პროექტის ქსელური ანალიზის ამოცანა. PERT მეთოდი

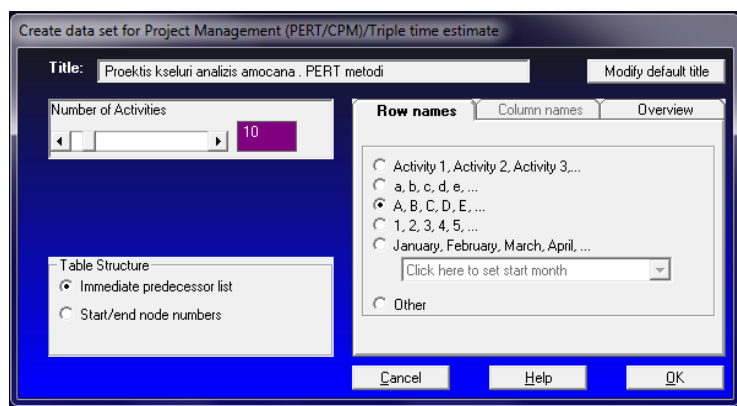
განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: „მექანიკურმა ქარხანამ დაამუშავა ახალი ხელსაწყო. ქარხნის ხელმძღვანელობამ გადაწყვიტა შეისწავლოს ახალი ხელსაწყოს რეალიზაციის შესაძლებლობები. ამ გამოკვლევის საბოლოო შედეგი არის იმ სამუშაოების ჩამონათვალი სიახლის წარმოებისათვის და გასაღებისათვის. სამუშაოების ჩამონათვალი და შესრულების ვადები (კვირაში) მოყვანილია (ცხრილ 1)-ში.

ცხრილი 1

სამუშაო	სამუშაოს შინაარსი	უშუალოდ წინამდებარე სამუშაო	ოპტიმისტური დრო	ყველაზე საავრადო დრო	პესიმისტური დრო
1	2	3	4	5	6
A	საკონსტრ.პროექტის მომზადება	–	4	5	12
B	სამარკეტინგო გეგმის დამუშავება	–	1	1,5	5
C	სამარშრუტო რუკის მომზადება	A	2	3	4
D	საცდელი ნიმუშის შექმნა	A	3	4	11
E	სარეკლამო ბუკლეტის შექმნა	A	2	3	4
F	დანახარჯების ანგარიში	C	1,5	2	2,5
G	ტესტირების ჩატარება	D	1,5	3	4,5
H	ბაზრის შესწავლა	B,E	2,5	2,5	7,5
I	ფასებზე ანგარიშის მომზადება	H	1,5	2	2,5
J	საბოლოო მოხსენების მომზადება	F,G,I	1	2	3

განსაზღვრეთ პროექტის კრიტიკული გზა. რას უდრის პროექტის შესრულების სავარაუდო დრო? რას უდრის იმის ალბათობა, რომ პროექტი შესრულდება 20 კვირაში? ორი კვირით ადრე? 15-დან 19 კვირამდე?

ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია ორი ხერხით. პირველ შემთხვევაში პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის ჩატვირთვის შემდეგ ვირჩევთ მოდულს „Project Management (PERT/CPM)“. ძირითადი მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან „Triple time estimate“-ს. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.1).



ნახ.1

პირველ სტრიქონში „Title“-ში შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში „Number of Activites“-ში შეგვაქვს პროექტში შემავალი სამუშაოების რაოდენობა (მაგალითში – 10). მესამე სტრიქონში ვუთითებთ ცხრილის

სტრუქტურას (ამოცანისათვის – „Immediate predecessor list“). მეოთხე სტრიქონში „Row names“ ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს (ამოცანაში – A,B,C,D,E....). „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2).

Activity	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Predecessor 1	Predecessor 2	Predecessor 3	Predecessor 4	Predecessor 5	Predecessor 6	Predecessor 7
A	4	5	12							
B	1	1.5	5							
C	2	3	4	A						
D	3	4	11	A						
E	2	3	4	A						
F	1.5	2	2.5	C						
G	1.5	3	4.5	D						
H	2.5	3.5	7.5	B	E					
I	1.5	2	2.5	H						
J	1	2	3	F	G	I				

ნახ.2

პირველ სვეტში „Activity“-ში ჩამოთვლილია სამუშაოების დასახელებები. მეორე სვეტში „Optimistic time“-ში შეგვაქვს შესაბამისი სამუშაოს შესრულების ოპტიმალური დრო. მესამე სვეტში „Most Likely time“-ში შეგვაქვს შესაბამისი სამუშაოს შესრულების საგარაუდო დრო. მეოთხე სვეტში „Pessimistic time“ შეგვაქვს შესაბამისი სამუშაოს შესრულების პესიმისტური დრო. მეხუთე, მეექვსე და ა.შ. სვეტებში „Predecessor 1“, „Predecessor 2“,... შეგვაქვს სტრიქონში მითითებული სამუშაოს წინამდებარე სამუშაოები. ღილაკი „Solve“-ს დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი (ნახ.3).

Activity	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project	17						1.65
A	6	0	6	0	6	0	1.33
B	2	0	2	7	9	7	.67
C	3	6	9	10	13	4	.33
D	5	6	11	7	12	1	1.33
E	3	6	9	6	9	0	.33
F	2	9	11	13	15	4	.17
G	3	11	14	12	15	1	.5
H	4	9	13	9	13	0	.83
I	2	13	15	13	15	0	.17
J	2	15	17	15	17	0	.33

ნახ.3

როგორც ამონახსნიდან ჩანს, პროექტის კრიტიკული გზა შეიცავს ხუთ სამუშაოს A, E, H, I და J-ს (ბოლოსწინა სვეტში „Slack“-ში შესაბამისი სამუშაოების მნიშვნელობები 0-ს ტოლია). კრიტიკული გზის სიგრძე, ე.ი. პროექტის შესრულების მინიმალური დრო უდრის 17 კვირას („Project“-ს სტრიქონის სვეტ „Activity“-ის მნიშვნელობა უდრის 17-ს). ცხრილის ბოლო სვეტი შეიცავს მთლიანად პროექტის და ცალკეული სამუშაოების შესრულების ვადის შუაკვადრატული გადახრის მნიშვნელობებს $\sigma(T)$ -ს. ეს გვაძლევს საშუალებას ვუბასუხოთ ზემოთ დასმულ კითხვებზე.

ალბათობის თეორიის თანახმად, შემთხვევითი სიდიდეს $Z = \frac{T_0 - E(T)}{\sigma(T)}$ აქვს ნორმალური განაწილება და ალბათობა იმისა,

რომ პროექტი შესრულდება 20 კვირაში, უდრის:

$$P(T_0 \leq 20) = P(Z \leq \frac{20-17}{1.65}) = P(Z \leq 1.82)$$

ნორმალური განაწილების ცხრილის თანახმად, ალბათობა იმისა, რომ პროექტი შესრულდება 20 კვირაში, როდესაც შესრულების სავარაუდო ვადა 17 კვირაა, უდრის:

$$P(T_0 \leq 20) = 0.95$$

ვიპოვოთ ალბათობა იმისა, რომ პროექტი შესრულდება ორი კვირით ადრე, ანუ 15 კვირაში:

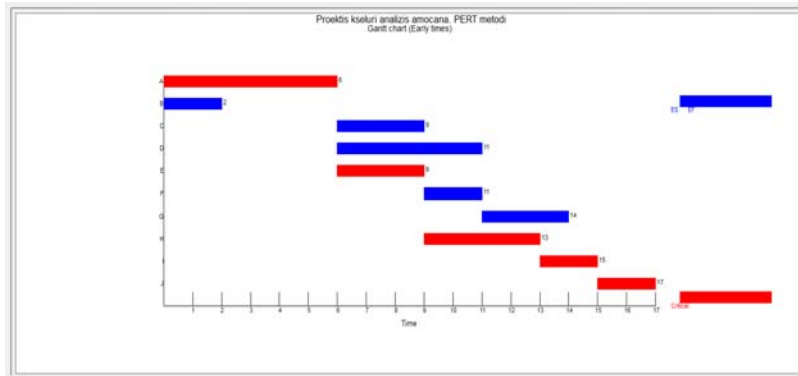
$$P(T_0 \leq 15) = P(Z \leq \frac{15-17}{1.65}) = P(Z \leq -1.21) = 0.11$$

ვიპოვოთ ალბათობა იმისა, რომ პროექტი შესრულდება 15-დან 19 კვირამდე:

$$\begin{aligned} P(15 \leq T_0 \leq 19) &= P(Z \leq \frac{19-17}{1.65}) - P(Z \leq \frac{15-17}{1.65}) = P(Z \leq 1.21) - P(Z \leq -1.21) \\ &= 0.88 - 0.11 = 0.77 \end{aligned}$$

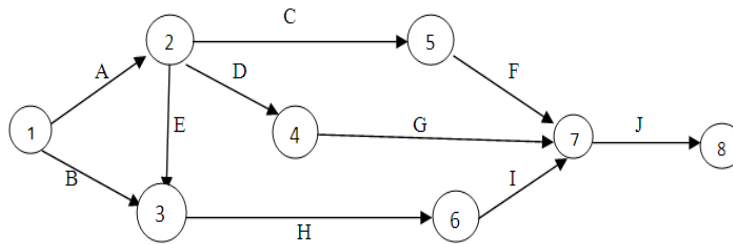
ისევე, როგორც CPM მეთოდში, PERT-შიც შესაძლებელია პროექტის და მასში შემავალი სამუშაოების დაწყებისა და დამთავრების ვადების ნახვა განტ-რუქით. ამისათვის მენიუში,

რომელიც ახლავს ამონახსნთა ცხრილს, ვირჩევთ სტრიქონს „Chart“-ს და ეკრანზე გამოდის ამოცანის განტ-რუქა (ნახ.4).



ნახ.4

მეორე ხერხით ამოხსნის დროს პროექტი მოცემულია გრაფის სახით (ნახ.5).

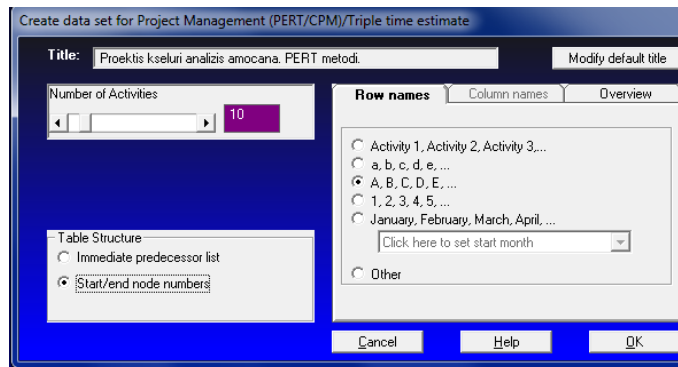


ნახ.5

ამ გრაფის და საწყისი მონაცემების მიხედვით, რომლებიც მოყვანილია (ცხრილ 1)-ში, ვაღვენთ დამხმარე (ცხრილს 2)-ს:

სამუშაო	საწყისი მწვერვალი	საბოლოო მწვერვალი	ოპტიმისტური დრო	ყველაზე სავარაუდო დრო	პესიმისტური დრო
A	1	2	4	5	12
B	1	3	1	1,5	5
C	2	5	2	3	4
D	2	4	3	4	11
E	2	3	2	3	4
F	5	7	1,5	2	2,5
G	4	7	1,5	3	4,5
H	3	6	2,5	3,5	7,5
I	6	7	1,5	2	2,5
J	7	8	1	2	3

როგორც პირველი სერხით ამოხსნისას, ვტვირთავთ პროგრამულ პაკეტს „POM for Windows“-ს, ვირჩევთ მოდულს „Project Management (PERT/CPM)“-ს. ძირითადი მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ამ სტრიქონის გაფართოვებიდან „Triple time estimate“-ს. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.6).



ნახ.6

ყველა სტრიქონში შეგვაქვს იგივე ინფორმაცია, როგორც წინა ამოცანაში, გარდა სტრიქონისა „Table Structure“, რომელშიც ვუთითებთ ცხრილის სტრუქტურას „Start/end node numbers“. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.7).

Proektis kseluri analizis amocana. PERT metodi.					
Activity	Start node	End node	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time
A	1	2	4	5	12
B	1	3	1	1.5	5
C	2	5	2	3	4
D	2	4	3	4	11
E	2	3	2	3	4
F	5	7	1.5	2	2.5
G	4	7	1.5	3	4.5
H	3	6	2.5	3.5	7.5
I	6	7	1.5	2	2.5
J	7	8	1	2	3

ნახ.7

(ცხრილ 2)-ის დახმარებით შეგვაქვს ინფორმაცია პროექტში შემავალ სამუშაოების შესახებ. „Solve“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ ვლბულობთ ამოცანის ამოხსნის შედეგს (ნახ.8) და განტ-რუქას (ნახ.9), რომლებიც იდენტურია პირველი ხერხით ამოხსნილი შედეგებისა.

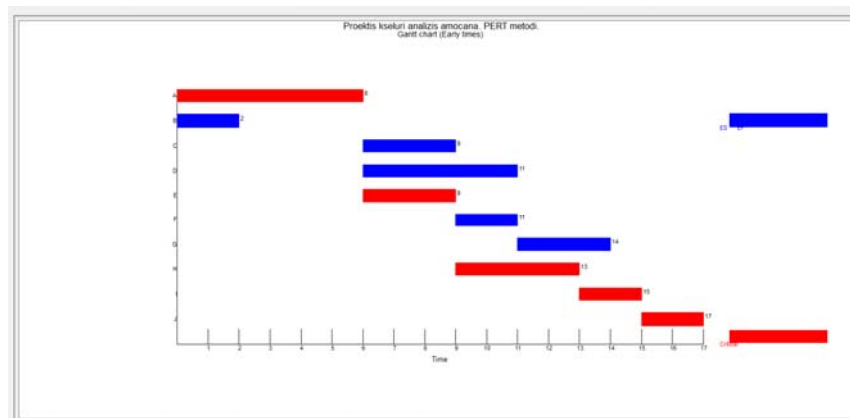
Microsoft Office Project Management (PERT/CPM) Results

Project Management (PERT/CPM) Results

Proektis kseluri analisis amocana. PERT metodi. solution

Activity	Start node	End node	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project			17						1.65
A	1	2	6	0	6	0	6	0	1.33
B	1	3	2	0	2	7	9	7	.67
C	2	5	3	6	9	10	13	4	.33
D	2	4	5	6	11	7	12	1	1.33
E	2	3	3	6	9	6	9	0	.33
F	5	7	2	9	11	13	15	4	.17
G	4	7	3	11	14	12	15	1	.5
H	3	6	4	9	13	9	13	0	.83
I	6	7	2	13	15	13	15	0	.17
J	7	8	2	15	17	15	17	0	.33

636.8



636.9

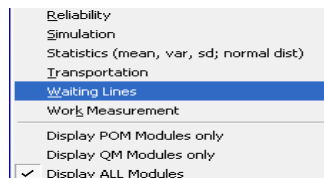
ლაბორატორიული სამუშაო №11
ერთარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა
შეუზღუდავი რიგით (ლოდინით) – M/M/1

მასობრივი მომსახურების სისტემების (მმს) მუშაობა შეიძლება შეფასებული იქნას, როგორც რაოდენობრივი მაჩვენებლებით, ასევე ფულადი დანახარჯების თვალსაზრისით.

განვიხილოთ ერთარხიანი მმს-ის შემდეგი მაგალითი: „მანქანების სამრეცხაოში ერთი მრეცხავია, რომელსაც შეუძლია გარეცხოს 3 ავტომანქანა საათში. მომსახურების დრო განაწილებულია ექსპონენციალური კანონით. სამრეცხაოში საათში საშუალოდ შემოდის 2 ავტომანქანა პუასონის განაწილების კანონის თანახმად. კლიენტების მომსახურება ხდება რიგის მიხედვით და მათი რიცხვი არ არის შეზღუდული. განსაზღვრეთ მომსახურების სისტემის ძირითადი მაჩვენებლები“.

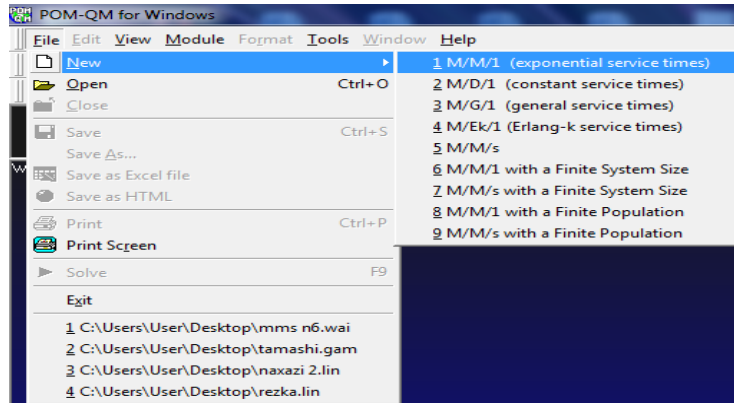
ა) განვსაზღვროთ ავტოსამრეცხაოს მუშაობის ეფექტურობა. საწყისი მონაცემები: $\lambda=2$ მანქანა/სთ, $\mu=3$ მანქანა/სთ, $n=1$.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ ეკრანზე გამოჩნდება „Module“-ის მენიუ (ნახ.1), რომელშიც მიუთითებთ მმს-ის მოდულს “Waiting Lines“.



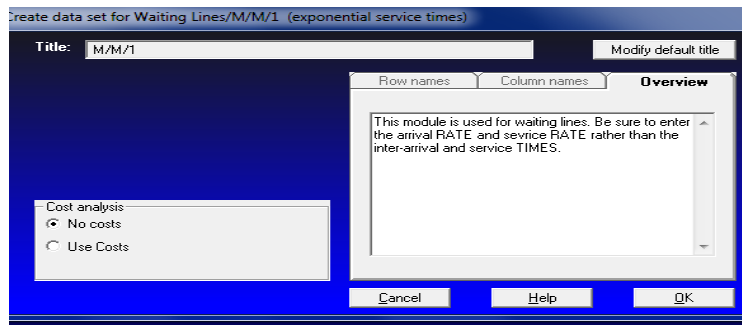
ნახ.1

მოდულის არჩევის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2), რომლის ძირითადი მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ამ სტრიქონის გაფართოვებიდან პირველ სტრიქონს „1 M/M/1 (exponential service times)“.



ნახ.2

ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.3).



ნახ.3

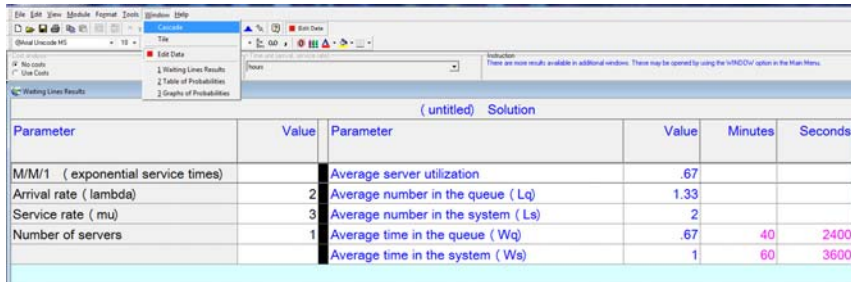
პირველ სტრიქონში „Title“ შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში „Cost analysis“ ვირჩევთ რეჟიმს „No Costs“. ეს ნიშნავს იმას, რომ შემდგომში სრულდება მშს-ს მხოლოდ რაოდენობრივი მახასიათებლების ანგარიში. „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.4).

Parameter	Value
M/M/1 (exponential service times)	
Arrival rate (lambda)	2
Service rate (mu)	3
Number of servers	1

ნახ.4

სტრიქონში „Time Unit (arrival, service rate)“ უნდა მიეთითოს λ -ს და μ -ს დროის დროის განზომილება (წუთი, საათი, დღელაძე და ა.შ.). მოდულის „Waiting Lines“ არჩევისას განზომილება ავტომატურად მითითებულია სათებში – „hours“, რაც ემთხვევა მოყვანილი ამოცანის პირობებს, ამიტომ მას არ ვცვლით. ცხრილის სტრიქონში „Arrival rate (lambda)“ შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა – 2, სტრიქონში „Service rate(mu)“ – μ -ს მნიშვნელობა – 3. ვინაიდან ლაბორატორიულ სამუშაოში განიხილება ერთარხიანი მშს-სი, სტრიქონში „Number of servers“ ავტომატურად დაფიქსირებულია – 1.

„Solve“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი, რომელსაც თან ახლავს ეკრანზე გამოსატანი სასურველი პარამეტრების ჩამონათვალი მენიუში „Cascade“ (მმს-ის მახასიათებლები, ალბათობების მნიშვნელობები, ალბათობების გრაფიკული გამოსახულება) (ნახ.5).



Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/1 (exponential service times)		Average server utilization	.67		
Arrival rate (lambda)	2	Average number in the queue (Lq)	1.33		
Service rate (mu)	3	Average number in the system (Ls)	2		
Number of servers	1	Average time in the queue (Wq)	.67	40	2400
		Average time in the system (Ws)	1	60	3600

ნახ.5

ამოცანის ამოხსნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ალბათობა იმისა, რომ ავტომანქანა მიიღებს უარს მომსახურებაზე (მრეცხავი დაკავებულია): $P_{უ.თ.} = 0,67$.
2. რიგში მდგომი მანქანების საშუალო რაოდენობა: $L_q = 1,33$.
3. სამრეცხაოში მყოფი მანქანების საშუალო რაოდენობა: $L_s = 2$ მანქანა.
4. რიგში ლოდინის საშუალო დრო: $W_q = 0,67$ საათი = 40 წუთი.
5. სამრეცხაოში ლოდინის საშუალო დრო: $W_s = 1$ საათი.

ალბათობები იმისა, რომ სამრეცხაოში იმყოფება K რაოდენობის ავტომანქანა (ნახ.6) შესაძლებელია გავიგოთ მენიუ „Cascade“-ში მეორე სტრიქონის „2 Table of Probabilities“ მითითებით.

Table of Probabilities			
(untitled) Solution			
k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys <= k)	Prob (num in sys >k)
0	.33	.33	.67
1	.22	.56	.44
2	.15	.71	.29
3	.1	.81	.19
4	.07	.88	.12
5	.04	.92	.08
6	.03	.95	.05
7	.02	.97	.03
8	.01	.98	.02
9	.01	.99	.01
10	.01	.99	.01
11	.0	1	.01

ნახ.6

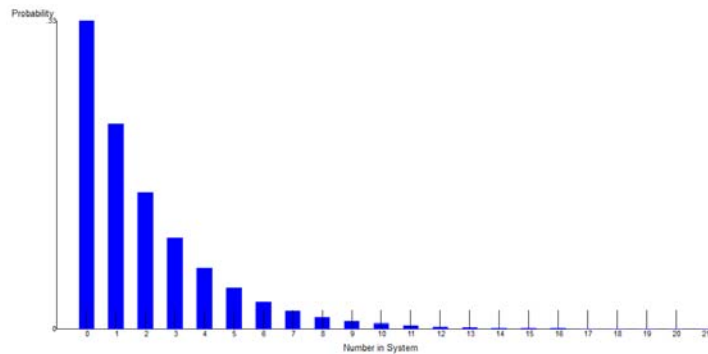
ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა, რომ სამრეცხაო თავისუფალია ($K=0$):

$$P_0=0,33$$

სოლო ალბათობები იმისა, რომ სამრეცხაოში არის 1,2,3,...,11 მანქანა:

$$P_1=0,22, P_2=0,15, P_3=0,1, \dots, P_{11}=0.$$

ეს ალბათობები გრაფიკის სახით მოყვანილია (ნახ.7)-ზე. ამისათვის მენიუ „Cascade“-ში ვუთითებთ მესამე სტრიქონს „3 Graphs of Probabilities“.

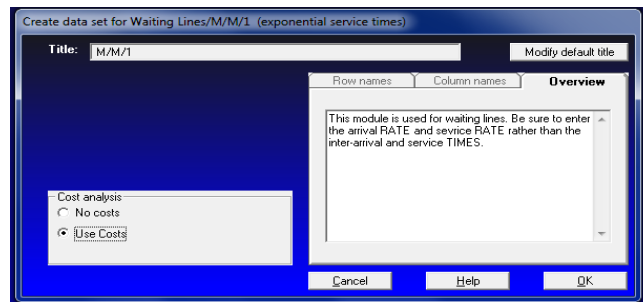


ნახ.7

ბ) შევაფასოთ სამრეცხაოს მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის გამოყენებით.

ვთქვათ, რომ სამრეცხაოში მომსახურება პირობითათ ღირს 2,5 ლარი/საათში, ხოლო ავტომანქანის მფლობელისათვის ერთი საათით მოცდენა უჯდება 5 ლარი.

ძირითადი მენიუს „New“ სტრიქონის გაფართოვებიდან „M/M/1“-ს ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოსულ დიალოგურ ფორმის მეორე სტრიქონში „Cost analysis“-ში ვირჩევთ „Use Costs“ რეჟიმს (ნახ.8).



ნახ.8

„OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.9).

Cost analysis	
<input type="radio"/> No costs <input checked="" type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
M/M/1 (exponential service)	
Arrival rate (lambda)	2
Service rate (mu)	3
Number of servers	1
Server cost \$/time	2.5
Waiting cost \$/time	5

ნახ.9

პირველ ორ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ), ხოლო მეოთხე და მეხუთეში სტრიქონებში „Server cost \$/time“-ში და „Waiting cost \$/time“-ში შესაბამისად 2,5 და 5 ლარი. „Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.10).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/1 (exponential service)		Average server utilization	.67		
Arrival rate (lambda)	2	Average number in the queue (Lq)	1.33		
Service rate (mu)	3	Average number in the system (Ls)	2		
Number of servers	1	Average time in the queue (Wq)	.67	40	2400
Server cost \$/time	2.5	Average time in the system (Ws)	1	60	3600
Waiting cost \$/time	5	Cost (Labor + # waiting*wait cost)	9.17		
		Cost (Labor + # in system*wait cost)	12.5		

ნახ.10

პირველი ხუთი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში. განხილულ ამოცანისათვის მეექვსე პარამეტრი „Cost (Labor + # waiting*wait cost)“ წარმოადგენს რიგში მოცდენის და სამრეცხაოს მომსახურების საათობრივ ჯამურ ხარჯებს, რომლებიც შეადგენენ 9,17 ლარს. მეშვიდე პარამეტრიც „Cost (Labor + # in sistem*wait cost)“ წარმოადგენს სამრეცხაოში ავტომანქანის მომსახურებაზე გაწეულ და მოცდენის საათობრივ ხარჯებს და ისინი შეადგენენ 12,5 ლარს.

ლაბორატორიული სამუშაო №12
მრავალარხიანიარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა
შეუზღუდავი რიგით (ლოდინით) – M/M/S

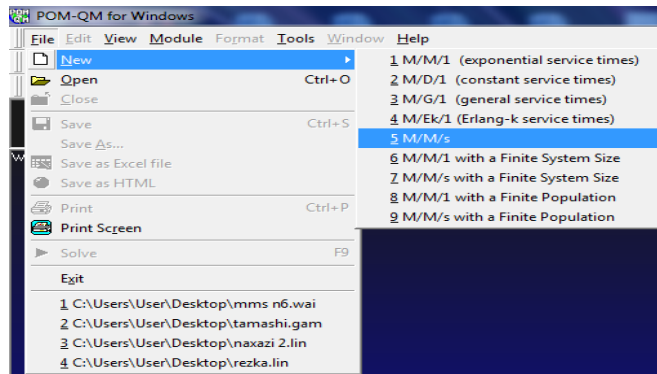
განვიხილოთ მრავალარხიანიარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა (მმს) შეუზღუდავი რიგით:

„მმს-ი წარმოადგენს ავტოგასამართ სადგურს საწვავის 5-თი ჩამომხსმელი მოწყობილობით. სადგურში შემოსული ავტომანქანების ნაკადი უმარტივესია და მისი ინტენსიურობაა 35 მანქანა/საათში. საწვავით ავზის შევსება ხდება საშუალოდ 3 წუთში. რიგში შესაძლებელია ავტომანქანების ნებისმიერი რაოდენობის დგომა. განსაზღვრეთ გასამართი ავტოსადგურის მუშაობის ეფექტურობა“.

ა) განვსაზღვროთ გასამართი სადგურის რაოდენობრივი მაზასიათებლები. საწყისი მონაცემებია: $\lambda=35$ მანქანა/სთ, $T_{გომს.}=3$ წუთი $=3/60$ საათი $=1/20$ საათი, $n=5$.

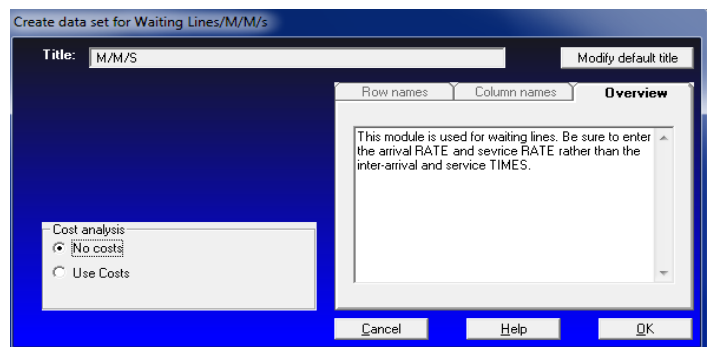
მომსახურებული ავტომანქანების (გამომავალი ნაკადის) ინტენსიურობა $\mu=1/T_{გომს.}=20$ მანქანა/სთ.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ პროგრამული მოდულების ჩამონათვალიდან „Module“-დან ვირჩევთ მოდულს „Waiting Lines“ და შემდგომში ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.1).



ნახ.1

„New“ სტრიქონის გაფართოებაში ვირჩევთ მეხუთე სტრიქონს „M/M/S“-ს და გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2).



ნახ.2

პირველ სტრიქონში „Title“ შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში „Cost analysis“ ვირჩევთ რეჟიმს „No Costs“. „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.3).

Cost analysis		Time unit (arrival, service rate)
<input checked="" type="radio"/> No costs <input type="radio"/> Use Costs		hours
Parameter	Value	
M/M/s		
Arrival rate (lambda)	35	
Service rate (mu)	20	
Number of servers	5	

ნახ.3

სტრიქონში „Time Unit [arrival, service rate]“ უნდა მიეთითოს λ -ს და μ -ს დროის განზომილება (წუთი, საათი, დღე და ა.შ.). მოდულის „Waiting Lines“ არჩევისას განზომილება ავტომატურად მითითებულია სათებში – „hours“, რაც ემთხვევა მოყვანილ ამოცანის პირობებს, ამიტომ მას არ ვცვლით. ცხრილის სტრიქონში „Arrival rate (lambda)“ შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა 35, სტრიქონში „Service rate(mu)“ - μ -ს მნიშვნელობა – 20 და სტრიქონში „Number of servers“ – n-ის მნიშვნელობა – 5.

„Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.4).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/s		Average server utilization	.35		
Arrival rate (lambda)	35	Average number in the queue (Lq)	.02		
Service rate (mu)	20	Average number in the system (Ls)	1.77		
Number of servers	5	Average time in the queue (Wq)	0	.03	2.02
		Average time in the system (Ws)	.05	3.03	182.02

ნახ.4

ამოცანის ამოხსნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ალბათობა იმისა, რომ ავტომანქანა მიიღებს უარს მომსახურებაზე (ყველა ჩამოსასხმელი მოწყობილობა დაკავებულია): $P_{\text{უ.თ.}}=0,35$.

2. რიგში მდგომი მანქანების საშუალო რაოდენობა:

$$L_q=0,02 \text{ მანქანა.}$$

3. გასამართ სადგურში მყოფი მანქანების საშუალო რაოდენობა: $L_s=1,77$ მანქანა.

4. რიგში ლოდინის საშუალო დრო:

$$W_q=0 \text{ საათი } =0,03 \text{ წუთი.}$$

5. გასამართ სადგურში ლოდინის საშუალო დრო:

$$W_s=0,05 \text{ საათი } =3,03 \text{ წუთი.}$$

ალბათობები იმისა, რომ გასამართ სადგურში იმყოფება K რაოდენობის ავტომანქანა შესაძლებელია გავიგოთ მენიუ „Cascade“-ში მეორე სტრიქონის „2 Table of Probabilities“-ით (ნახ.5).

k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys <= k)	Prob (num in sys >k)
0	.17	.17	.83
1	.3	.48	.52
2	.27	.74	.26
3	.15	.9	.1
4	.07	.96	.04
5	.02	.99	.01
6	.01	1	.0
7	.0	1	.0

ნახ.5

ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა რომ გასამართ სადგურის ყველა ჩამოსასხმელი მოწყობილობა თავისუფალია ($K=0$):

$$P_0=0,17.$$

ხოლო ალბათობები იმისა, რომ გასამართ სადგურში იმყოფება 1,2,3, ..., 7 ავტომანქანა, ტოლია:

$$P_1=0,3; P_2=0,27; P_3=0,15; P_4=0,07; P_5=0,02; P_6=0,01; P_7=0.$$

წინა ამოცანასთან განსხვავებით, ამ ამოცანის ამონახსნში შესაძლებელია გავიგოთ თითოეული ჩამოსასხმელი მოწყობილობის სხვადასხვა მახასიათებლები. ამისათვის „Cascade“ მენიუში ვირჩევთ მესამე სტრიქონს „3 Sensitivity to num servers“ და ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.6).

Sensitivity to num servers						
M/M/S Solution						
	1	2	3	4	5	6
Average server utilization		.88	.58	.44	.35	.29
Average number in the queue (Lq)		5.72	.47	.09	.02	.0
Average number in the system (Ls)		7.47	2.22	1.84	1.77	1.75
Average time in the queue (Wq)		.16	.01	.0	0	0
Average time in the system (Ws)		.21	.06	.05	.05	.05

ნახ.6

ცხრილიდან ჩანს:

1. ალბათობები იმისა, რომ 1,2,3,4 და მე-5 საწვავის ჩამოსასხმელი მოწყობილობები დაკავებულია – სტრიქონი „Average server utilization“, ტოლებია: $P_{ლაკ,1}=0,88$; $P_{ლაკ,2}=0,58$; $P_{ლაკ,3}=0,44$; $P_{ლაკ,4}=0,35$; $P_{ლაკ,5}=0,29$.

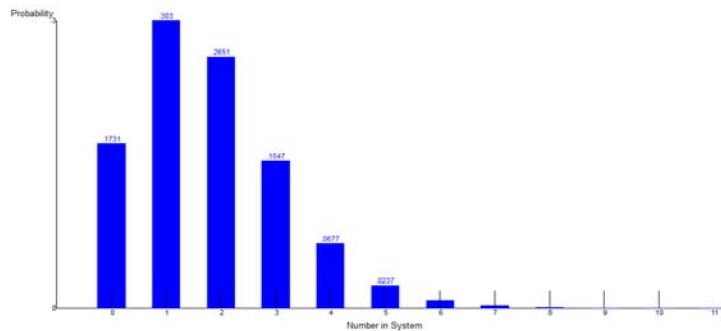
2. რიგში მდგომი მანქანების საშუალო რაოდენობა ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით: $L_{q1}=5,72$ მანქ.; $L_{q2}=0,47$ მანქ.; $L_{q3}=0,09$ მანქ.; $L_{q4}=0,02$ მანქ.; $L_{q5}=0$ მანქ.

3. გასამართ სადგურში მყოფი ავტომანქანების საშუალო რაოდენობა ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით: $L_{s1}=7,47$ მანქ.; $L_{s2}=2,22$ მანქ.; $L_{s3}=1,84$ მანქ.; $L_{s4}=1,77$ მანქ.; $L_{s5}=1,75$ მანქ.

4. ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით რიგში ლოდინის საშუალო დრო: $W_{q1}=0,16$ სთ.; $W_{q2}=0,01$ სთ.; $W_{q3}=0$ სთ.; $W_{q4}=0$ სთ.; $W_{q5}=0$ სთ.

5. ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით გასამართ სადგურში ლოდინის საშუალო დრო: $W_{s1}=0,21$ სთ.; $W_{s2}=0,06$ სთ.; $W_{s3}=0,05$ სთ.; $W_{s4}=0,05$ სთ.; $W_{s5}=0,05$ სთ.

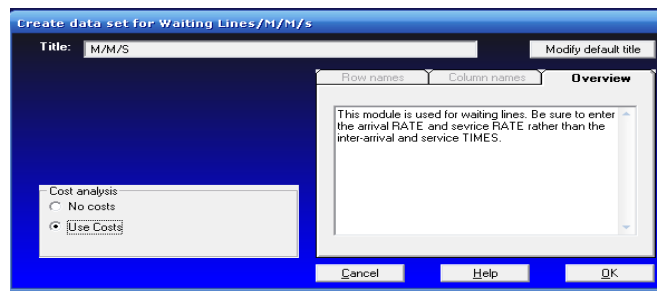
აღბათობები გრაფიკის სახით მოყვანილია (ნახ.7)-ზე. ამისათვის მენიუ „Cascade“-ში ვუთითებთ მესამე სტრიქონს „4 Graphs of Probabilities“.



ნახ.7

ბ) შევაფასოთ ავტოგასამართი სადგურის მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის მეშვეობით. ვთქვათ, რომ ავტომანქანის მომსახურება ღირს პირობითად – 2 ლარი/საათში, ხოლო ავტომანქანის მოცდენა მძღოლს უვდება პირობითად 5 ლარი/საათში.

ძირითადი მენიუს „New“ სტრიქონის გაფართოვებიდან „M/M/S“-ს ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოსულ დიალოგურ ფორმის მეორე სტრიქონში „Cost analisys“-ში ვირჩევთ „Use Costs“ რეჟიმს (ნახ.8).



ნახ.8

„OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.9).

Cost analysis	
<input type="radio"/> No costs <input checked="" type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
M/M/s	
Arrival rate(lambda)	35
Service rate(mu)	20
Number of servers	5
Server cost \$/time	2
Waiting cost \$/time	5

ნახ.9

პირველ სამ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ და n), ხოლო მეოთხე და მეხუთე სტრიქონებში „Server cost \$/time“-ში და „Waiting cost \$/time“-შესაბამისად 2 და 5 ლარი.

„Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.10).

Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/S	Average server utilization	.35	
Arrival rate(λ)	Average number in the queue(L_q)	.02	
Service rate(μ)	Average number in the system(L_s)	1.77	
Number of servers	Average time in the queue(W_q)	0	2.02
Server cost \$/time	Average time in the system(W_s)	.05	3.03
Waiting cost \$/time	Cost (Labor + # waiting*wait cost)	10.1	
	Cost (Labor + # in system*wait cost)	18.85	

ნახ.10

პირველი ხუთი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში. განხილულ ამოცანისათვის შევექვეთ პარამეტრი „Cost (Labor + # waiting*wait cost)“ წარმოადგენს რიგში მოცდენის და სადგურის მომსახურების საათობრივ ჯამურ ხარჯებს, რომლებიც შეადგენენ 10,1 ლარს. მეშვიდე პარამეტრი „Cost (Labor + # in sistem*wait cost)“ წარმოადგენს სადგურში ავტომანქანის მომსახურებაზე გაწეულ და მოცდენის საათობრივ ხარჯებს და ისინი შეადგენენ 18,85 ლარს.

ლაბორატორიული სამუშაო №13
ერთარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა
შეზღუდული რიგით (უარის თქმით) –
M/M/1 with a Finite System Size

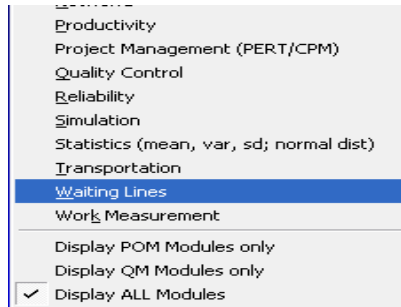
მასობრივი მომსახურების სისტემების (მმს) მუშაობა შეიძლება შეფასებული იქნას, როგორც რაოდენობრივი მაჩვენებლებით, ასევე ფულადი დანახარჯების თვალსაზრისით.

განვიხილოთ ერთარხიანი მმს-ს შემდეგი მაგალითი: „სპეციალიზირებული დიაგნოსტიკური პუნქტი წარმოადგენს ერთარხიან მმს-ს. ავტომანქანებისათვის, რომლებიც ელოდებიან დიაგნოსტიკას, სადგომების რაოდენობა შეზღუდულია და უდრის 3. თუ ყველა სადგომი დაკავებულია, დიაგნოსტიკისათვის შემოსული მანქანა რიგში არ დგება და ტოვებს პუნქტს. დიაგნოსტიკაზე შემოსული მანქანების ნაკადს აქვს ინტენსიურობა – 0,85 მანქანა/საათში. ერთი მანქანის დიაგნოსტიკა საშუალოდ გრძელდება 1,05 საათს. განსაზღვრეთ დიაგნოსტიკური პუნქტის მუშაობის მახასიათებლები“.

ა) განვსაზღვროთ პუნქტის მუშაობის რაოდენობრივი პარამეტრები. საწყისი მონაცემებია: $\lambda = 0,85$ მანქანა/სთ, $T_{\text{მმს}}=1,05$ სთ, $n = 1$, $m=3$.

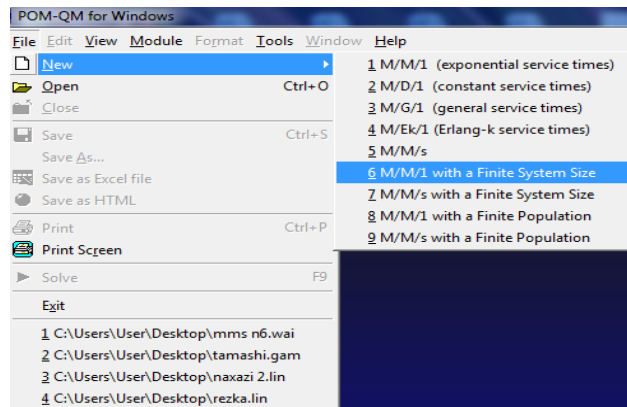
განვსაზღვროთ გამომავალი ნაკადის (მომსახურებული მანქანების) ინტენსიურობა: $\mu=1/T_{\text{მმს}}=1/1,05=0,952$ მანქანა/სთ.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ ეკრანზე გამოჩნდება „Module“-ს მენიუ (ნახ.1), რომელშიც მიუთითებთ მის-ის მოდულს “Waiting Lines“.



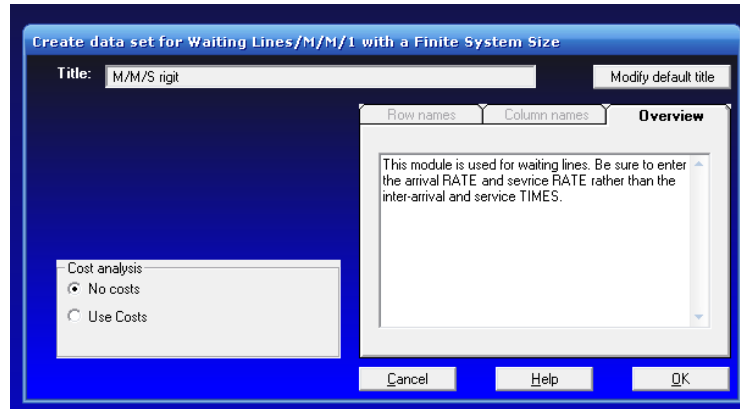
ნახ.1

მოდულის არჩევის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2), რომლის ძირითად მენიუს სტრუქტურაში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრუქტურას „New“-ს და ამ სტრუქტურის გაფართოებიდან პირველ მეექვსე სტრუქტურას „n M/M/1 with a Finite System Size“.



ნახ.2

ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.3).



ნახ.3

პირველ სტრიქონში „Title“ შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში „Costanalysis“ ვირჩევთ რეჟიმს „No Costs“. ეს ნიშნავს, რომ შემდგომში სრულდება მსს-ს მხოლოდ რაოდენობრივი მახასიათებლების ანგარიში. „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.4).

Cost analysis	
<input checked="" type="radio"/> No costs <input type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
MM/1 with a Finite System Size	
Arrival rate(lambda)	.85
Service rate(mu)	.952
Number of servers	1
Maximum system size	4

ნახ.4

სტრიქონში „Time Unit [arrival, service rate]“ უნდა მიეთითოს λ -ს და μ -ს დროის განზომილება (წუთი, საათი, დღეღამე და ა.შ.). მოდულის „Waiting Lines“ არჩევას განზომილება ავტომატურად მიითებულობს სათებში – „hours“, რაც ემთხვევა მოყვანილი ამოცანის პირობებს, ამიტომ მას არ ვცვლით. ცხრილის სტრიქონში „Arrival rate (lambda)“ შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა – 0,85. სტრიქონში „Service rate(mu)“ – μ -ს მნიშვნელობა – 0,952. ვინაიდან ლაბორატორიულ სამუშაოში განიხილება ერთარხიანი მს, სტრიქონში „Number of servers“ ავტომატურად დაფიქსირებულია 1.

„Solve“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი, რომელსაც თან ახლავს ეკრანზე გამოსატანი სასურველი პარამეტრების ჩამონათვალი მენიუ „Cascade“-ში (მს-ს მახასიათებლები, ალბათობების მნიშვნელობები, ალბათობების გრაფიკული გამოსახულება) (ნახ.5).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
MM1 with a Finite System Size		Average server utilization	752		
Arrival rate(lambda)	05	Average number in the queue(Lq)	1.022		
Service rate(mu)	952	Average number in the system(Ls)	1.775		
Number of servers	1	Average time in the queue(Wq)	1.427	85.642	5138.517
Maximum system size	4	Average time in the system(Ws)	2.478	148.667	8920.029
		Effective arrival rate	.716		
		Probability that system is full	.157		

ნახ.5

ამოცანის ამოხსნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ალბათობა იმისა, რომ ავტომანქანა მიიღებს უარს მომსახურებაზე (მრეცხავი დაკავებულია): $P_{უ.თ.}=0,157$.

2. ალბათობა იმისა, რომ დიაგნოსტიკურ პუნქტში ავტომანქანების საშუალო რაოდენობა მეტია 0-ზე (Average server utilization): $P_{n>0}=0,752$.

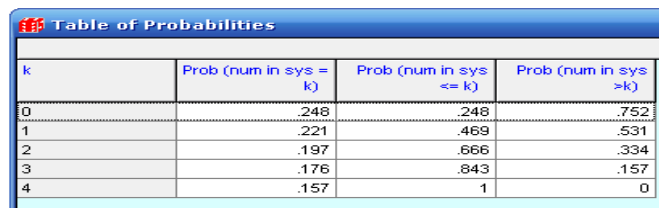
3. ავტომანქანების რიგის საშუალო სიგრძე (Average number in the queue): $L_q=1,022$ მანქანა.

4. ავტომანქანების საშუალო რაოდენობა დიაგნოსტიკურ პუნქტში (Average number in the system): $L_s=1,755$ მანქანა.

5. რიგში ავტომანქანების ყოფნის საშუალო დრო (Average time in the queue): $W_q=0,67$

6. დიაგნოსტიკურ პუნქტში მანქანების ყოფნის საშუალო დრო (Average time in the system): $W_s=2,478$ საათი.

დიაგნოსტიკურ პუნქტში მდგომარეობის ალბათობების ნახვა შესაძლებელია მენიუ „Cascade“-ში მეორე სტრიქონის „2 Table of Probabilities“ მითითებით. ეკრანზე გამოდის ალბათობების ცხრილი (ნახ.6).



k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys <= k)	Prob (num in sys >k)
0	.248	.248	.752
1	.221	.469	.531
2	.197	.666	.334
3	.176	.843	.157
4	.157	1	0

ნახ.6

ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა, რომ დიაგნოსტიკური პუნქტი თავისუფალია ($K=0$):

$$P_0=0,248$$

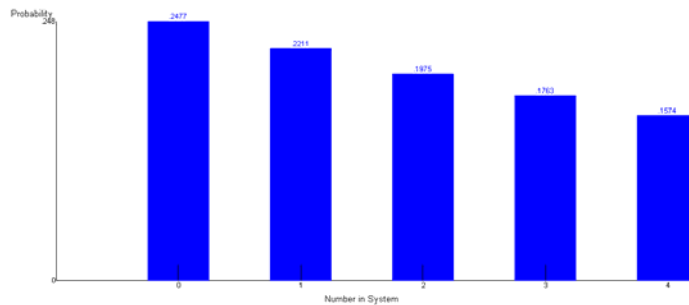
ხოლო ალბათობები იმისა, რომ პუნქტში არის 1,2,3 და 4 მანქანა:

$$P_1=0,221, P_2=0,197, P_3=0,176, P_4=P_{\text{კომ.}}=0,157.$$

ალბათობა იმისა, რომ პუნქტში მოსულ ახალ ავტომანქანას მოუწევს ცდა:

$$P_{n>0}=0,752.$$

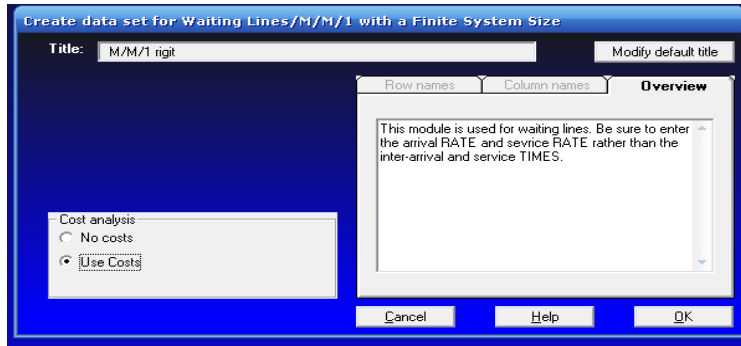
ამ ალბათობების გრაფიკული სახე მოყვანილია (ნახ.7)-ზე. ამისათვის მენიუ „Cascade“-ში ვუთითებთ მესამე სტრიქონს „3 Graphs of Probabilities“.



ნახ.7

ბ) შევაფასოთ დიაგნოსტიკური პუნქტის მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის გამოყენებით. ვთქვათ, რომ პუნქტში მომსახურება პირობითათ ღირს 2,5 ლარი/საათში, ხოლო ავტომანქანის მფლობელს ერთი საათით მოცდენა უჯდება 10

ლარი. ძირითადი მენიუს „New“ სტრიქონის გაფართოებიდან „M/M/1 with a Finite System Size“-ს ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოსული დიალოგურ ფორმის მეორე სტრიქონში „Cost analysis“-ში ვირჩევთ „Use Costs“ რეჟიმს (ნახ.8).



ნახ.8

„OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.9).

Cost analysis	
<input type="radio"/> No costs <input checked="" type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
MM/1 with a Finite System Size	
Arrival rate(lambda)	.85
Service rate(mu)	.952
Number of servers	1
Maximum system size	4
Server cost \$/time	2.5
Waiting cost \$/time	10

ნახ.9

პირველ ორ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ), ხოლო მეოთხე და მეხუთეში სტრიქონებში „Server cost \$/time“-ში და „Waiting cost \$/time“-ში შესაბამისად

2,5 და 10 ლარი. „Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.10).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
MM/M1 with a Finite System Size		Average server utilization	.752		
Arrival rate(lambda)	.85	Average number in the queue(Lq)	1.022		
Service rate(mu)	.952	Average number in the system(Ls)	1.775		
Number of servers	1	Average time in the queue(Wq)	1.427	85.642	5138.517
Maximum system size	4	Average time in the system(Ws)	2.478	148.667	8920.028
Server cost \$/time	2.5	Effective arrival rate	.716		
vWaiting cost \$/time	10	Probability that system is full	.157		
		Cost (Labor + # waiting*wait cost)	12.723		
		Cost (Labor + # in system*wait cost)	20.246		

ნახ.10

პირველი შვიდი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში განხილულ ამოცანისათვის. მერვე პარამეტრი „Cost (Labor + # waiting*wait cost)“ წარმოადგენს რიგში მოცდენის და პუნქტში მომსახურების საათობრივ ჯამურ ხარჯებს, რომლებიც შეადგენენ – 12,723 ლარს. მეცხე პარამეტრი „Cost (Labor + # in sistem*wait cost)“ წარმოადგენს დიაგნოსტიკურ პუნქტში ავტომანქანის მომსახურებაზე გაწეული ხარჯების რაოდენობას და მოცდენის საათობრივი ხარჯების ჯამს, რომელიც შეადგენს – 20,246 ლარს.

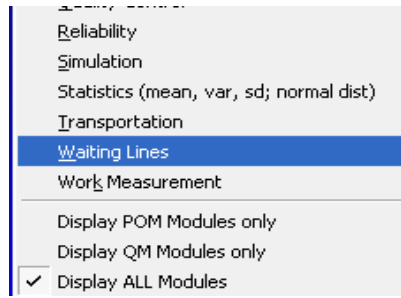
ლაბორატორიული სამუშაო №14
მრავალარხიანიარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა
შეზღუდული რიგით (უარის თქმით) –
MM/M/S with a Finite System Size

განვიხილოთ მრავალარხიანიარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა (მმს) შეზღუდული რიგით:

„საბარგო სადგური აღჭურვილია 2 გადმოსატვირთი ბაქანით. ვაგონების შემოსვლის ინტენსიურობა სადგურში დასაცლელად შეადგენს 0,4 ვაგონი/დღელამეში. დაცლის საშუალო დრო შეადგენს 2 დღელამეს. იმ შემთხვევაში, თუ დასაცლელად რიგში დგას 3 ვაგონი, მაშინ შემოსული შემადგენლობა ექვემდებარება გადამისამართებას სხვა სადგურში. განსაზღვრეთ: ა) საბარგო სადგურის მუშაობის რაოდენობრივი მახასიათებლები; ბ) სადგურის მუშაობის ეკონომიკური მახასიათებლები“.

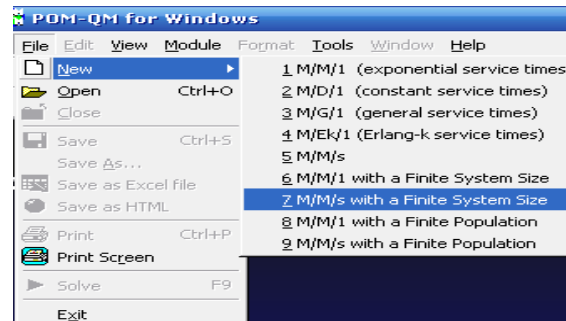
ა) განვსაზღვროთ სადგურის რაოდენობრივი მახასიათებლები. საწყისი მონაცემებია: $\lambda=0,4$ ვაგონი/დღელამეში; $T_{\text{მომს.}}=2$ დღელამე; $n=2$; $m=3$. განვსაზღვროთ გამომავალი ნაკადის (დაცლილი ვაგონების) ინტენსიურობა: $\mu=1/T_{\text{მომს.}}=1/2=0,5$ ვაგონი/დღელამეში.

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ პროგრამული მოდულების ჩამონათვალიდან „Module“-დან ვირჩევთ მოდულს „Waiting Lines“ (ნახ.1).



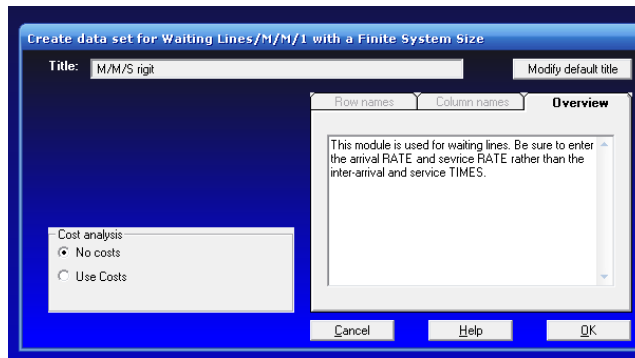
ნახ.1

მოდულის არჩევის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2), რომლის ძირითადი მენიუს სტრიქონში „File“-ს მენიუდან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ამ სტრიქონის გაფართოვებიდან მეშვიდე სტრიქონს „M/M/S with a Finite System Size“.



ნახ.2

ამ სტრიქონის ამორჩევის შედეგად, ეკრანზე გამოდის ფორმა (ნახ.3).



ნახ.3

პირველ სტრიქონში „Title“ შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონსი „Cost analysis“ ვირჩევთ რეჟიმს „No Costs“. „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.4).

Cost analysis	
<input checked="" type="radio"/> No costs <input type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
M/M/s with a Finite System Size	
Arrival rate(lambda)	.4
Service rate(mu)	.5
Number of servers	2
Maximum system size	5

ნახ.4

სტრიქონში „Time Unit [arrival, service rate]“ უნდა მიეთითოს λ -ს და μ -ს დროის განზომილება (წუთი, საათი, დღეღამე და ა.შ.). მოდულის „Waiting Lines“ არჩევისას განზომილება ავტომატურად მითითებულია სათებში – „hours“, ხოლო ამ ამოცანაში განზომილება არის დღეღამე, ამიტომ

სტრიქონის ჩამოშლაში ვუთითებთ „days“. ცხრილის სტრიქონში „Arrival rate (lambda)“ შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა – 0,4. სტრიქონში „Service rate(mu)“ - μ -ს მნიშვნელობა – 0,5. სტრიქონში „Number of servers“ n -ის მნიშვნელობა – 2 და სტრიქონში „Maximum system size“ n -ის და m -ის ჯამი – 5.

„Solve“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.5).

Parameter	Value	Parameter	Value	Hours (based on 8 hr day)	Hours (based on 24 hr day)
MM/Is with a Finite System Size		Average server utilization	4		
Arrival rate(lambda)	4	Average number in the queue(Lq)	13		
Service rate(mu)	5	Average number in the system(Ls)	32		
Number of servers	2	Average time in the queue(Wq)	32	2.54	7.62
Maximum system size	5	Average time in the system(Ws)	2.32	18.54	55.62
		Effective arrival rate	4		
		Probability that system is full	01		

ნახ.5

ამოცანის ამოხსნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ლბათობა იმისა, რომ ვაგონი მიიღებს უარს დაცლაზე (ორივე ბაქანი დაკავებულია)- სტრიქონი „Probability system is full“: $P_{n>0}=0,01$.

2. ალბათობა იმისა, რომ სადგურში ვაგონების საშუალო რაოდენობა მეტია 0-ზე სტრიქონი – „Average server utilization“: $P_{n>0}=0,4$.

3. ვაგონების რიგის საშუალო სიგრძე – სტრიქონი „Average number in the queue“: $L_q=0,13$ ვაგონი.

4. ვაგონების საშუალო რაოდენობა სადგურში – სტრიქონი „Average number in the system“: $L_s=0,92$ ვაგონი.

5. ვაგონის რიგში ყოფნის საშუალო დრო – სტრიქონი „Average time in the queue“: $W_q=0,32$ დღელამე.

6. სადგურში ვაგონების ყოფნის საშუალო დრო: $W_s=2,32$ დღელამე.

ალბათობები იმისა, რომ სადგურში იმყოფება K რაოდენობის ვაგონი, შესაძლებელია გავივით მენიუ „Cascade“-ში (ნახ.5)-ში მეორე სტრიქონის „2 Table of Probabilities“ მითითებით. ეკრანზე გამოდის გამოდის ალბათობების ცხრილი (ნახ.6).

k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys <= k)	Prob (num in sys >= k)
0	.43	.43	.57
1	.34	.78	.22
2	.14	.91	.09
3	.06	.97	.03
4	.02	1	.01
5	.01	1	0

ნახ.6

ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა, რომ სადგური თავისუფალია ($K=0$):

$$P_0=0,43.$$

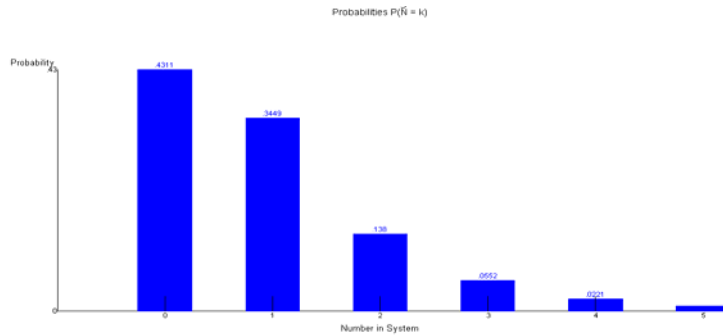
ხოლო ალბათობები იმისა, რომ სადგურში არის 1,2,3,4 და 5 ვაგონი:

$$P_1=0,34; P_2=0,14; P_3=0,06; P_4=0,02; P_5=P_{\text{კ.თ.}}=0,1.$$

ალბათობა იმისა, რომ სადგურში შემოსულ ახალ შემადგენლობას მოუწევს ცდა:

$$P_{n>0}=0,57.$$

ამ ალბათობების გრაფიკული სახე მოყვანილია (ნახ.7)-ზე. ამისათვის მენიუ „Cascade“-ში ვუთითებთ მესამე სტრიქონს „3 Graphs of Probabilities“.

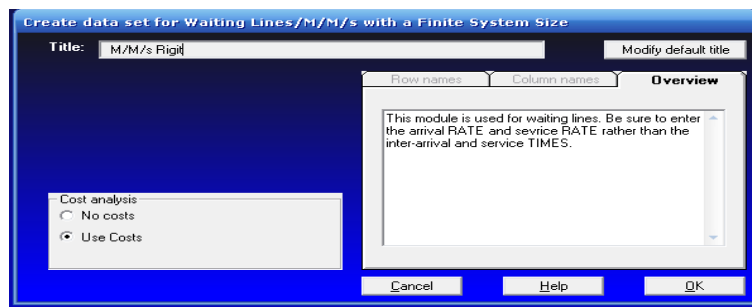


ნახ.7

ბ) შევაფასოთ დიაგნოსტიკური პუნქტის მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის გამოყენებით. ვთქვათ, რომ გადმოსატვირთი ბაქანის მოცდენასთან დაკავშირებული ხარჯები შეადგენენ 80 ლარი/დღელამეში, ხოლო ვაგონის მოცდენასთან, როცა ის დგას რიგში – 105 ლარი.

ანალიზისათვის ძირითადი მენიუს „New“ სტრიქონის გაფართოვებიდან „7 M/M/s with a Finite System Size“-ს ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოსულ დიალოგურ ფორმის მეორე

სტრიქონში „Cost analysis“-ში ვირჩევთ „Use Costs“ რეჟიმს (ნახ.8).



ნახ.8

„OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.9).

Cost analysis	
<input type="radio"/> No costs <input checked="" type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
M/M/s with a Finite System Size	
Arrival rate(λ)	.4
Service rate(μ)	.5
Number of servers	2
Maximum system size	2
Server cost \$/time	80
Waiting cost \$/time	105

ნახ.9

პირველ ოთხ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ , n , m), ხოლო მეხუთე და მეექვსე სტრიქონებში „Server cost \$/time“-ში და „Waiting cost \$/time“-ში

შესაბამისად 80 და 105 ლარი. „Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.10).

Parameter	Value	Parameter	Value	Hours (based on 8 hr day)	Hours (based on 24 hr day)
M/M/s with a Finite System Size		Average server utilization	.4		
Arrival rate (lambda)	.4	Average number in the queue (Lq)	.13		
Service rate (mu)	.5	Average number in the system (Ls)	.92		
Number of servers	2	Average time in the queue (Wq)	.32	2.54	7.62
Maximum system size	5	Average time in the system (Ws)	2.32	18.54	55.62
Server cost \$/time	80	Effective arrival rate	.4		
Waiting cost \$/time	105	Probability that system is full	.01		
		Cost (Labor + # waiting*wait cost)	173.21		
		Cost (Labor + # in system*wait cost)	256.47		

ნახ.10

პირველი შვიდი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში განხილულ ამოცანისათვის. მერვე პარამეტრი „Cost (Labor + # waiting*wait cost)“ წარმოადგენს ვაგონის რიგში მოცდენის და მისი მომსახურების ჯამურ ხარჯებს. ეს ხარჯები შეადგენენ 173,21 ლარს.

პარამეტრი „Cost (Labor + # in sistem*wait cost)“ წარმოადგენს სადგურში ვაგონის დაცლაზე გაწეული ხარჯის რაოდენობას, რომელიც ტოლია 256,47 ლარის.

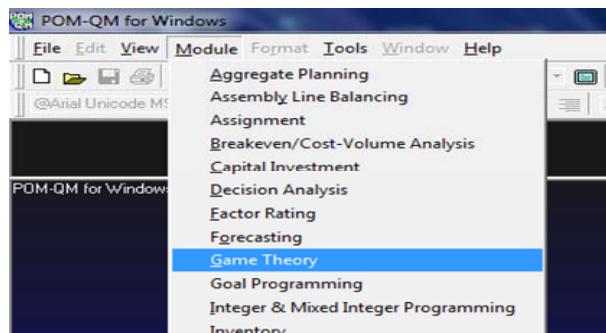
ლაბორატორიული სამუშაო №15
მატრიცული თამაშების ამოხსნა

ა) განვსაზღვროთ შემდეგი მატრიცული თამაშის
ოპტიმალური სტრატეგიები (ცხრილი 1).

ცხრილი 1

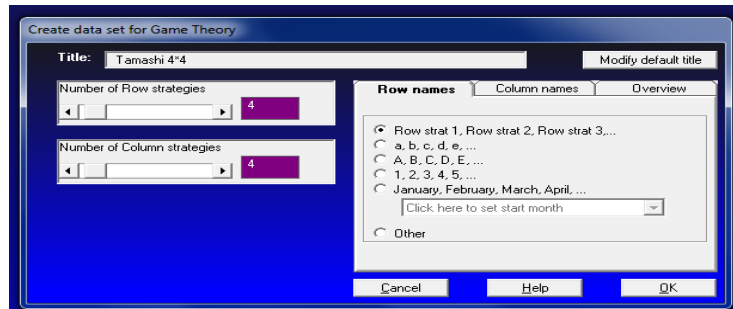
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	2	4	1	3
A ₂	5	8	2	4
A ₃	6	9	3	2
A ₄	7	10	8	9

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების
შემდეგ პროგრამული მოდულების ჩამონათვალიდან „Module“-დან
ვირჩევთ მოდულს „Game Theory“ (ნახ.1).



ნახ.1

მოდულის არჩევის შემდეგ ძირითადი მენიუს სტრიქონში მენიუ „File“-დან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2).



ნახ.2

პირველ სტრიქონში „Title“ შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში „Number of Row strategies“ შეგვაქვს ცხრილის სტრიქონების რაოდენობა – 4, მესამე სტრიქონში „Number of Column strategies“ სვეტების რაოდენობა – 4. მეოთხე სტრიქონში (Row names) ვირჩევთ შეზღუდვებში სტრიქონების დასახელების ტიპს (მაგალითში არჩეულია რიცხვითი დასახელებები (Row star 1,...)). „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.3):

Instructions				
Enter the payoff from the column player to the row player when row uses <i>a</i> and column uses <i>b</i> . A negative number means that row pays column. Any real value is permissible.				
Tamashi unagira certilit				
	B 1	B 2	B3	B4
A1	2	4	1	3
A2	5	8	2	4
A3	6	9	3	2
A4	7	10	8	9

ნახ.3

პირველ სტრიქონში შეგვაქვს საგადასახლო მატრიცის პირველი სტრიქონი, მეორეში – მეორე და ა.შ. „Solve“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ გამოდის ამოხსნის შედეგები (ნახ.4).

	B 1	B 2	B3	B4	Row Mix
A1	2	4	1	3	0
A2	5	8	2	4	0
A3	6	9	3	2	0
A4	7	10	8	9	1
Column Mix-->	1	0	0	0	
Value of game (to row)	7				

ნახ.4

შედეგიდან ჩანს, რომ ოპტიმალური სტრატეგიებია A₄ და B₁. თამაშის ქველა და ზედა ფასის ნახვა შესაძლებელია „Cascade“ მენიუში მეოთხე სტრიქონის – „4 Maximin/Minimax“-ის მითითებით. ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.5).

	B 1	B 2	B3	B4	Row Minimum	Maximin
A1	2	4	1	3	1	
A2	5	8	2	4	2	
A3	6	9	3	2	2	
A4	7	10	8	9	7	7
Column Maximum	7	10	8	9		
Minimax	7					
Value=7						

ნახ.5

ცხრილიდან ჩანს, რომ თამაშს აქვს უნაგირა წერტილი. თამაშის ქველა და ზედა ფასი ერთმანეთის ტოლია $\alpha = \beta = 7$.

თამაშის სტრატეგიების ნახვა შესაძლებელია მენიუ „Cascade“-ში მეხუთე სტრიქონის „Results in list form“-ში (ნახ.6).

Results in list form		Tamashi unagira certilit solution
ROW		
A1		0
A2		0
A3		0
A4		1
COLUMN		
B 1		1
B 2		0
B3		0
B4		0

ნახ.6

ბ) თუ თამაშის რომელიმე მონაწილის სტრატეგიების რაოდენობა უდრის 2-ს, მაშინ შესაძლებელია თამაშის ამოხსნა გეომეტრიულად. განვიხილოთ თამაში 2X4-ზე (ცხრილი 2).

ცხრილი 2

	B1	B2	B3	B4
A1	1	3	5	4
A2	3	2	0	3

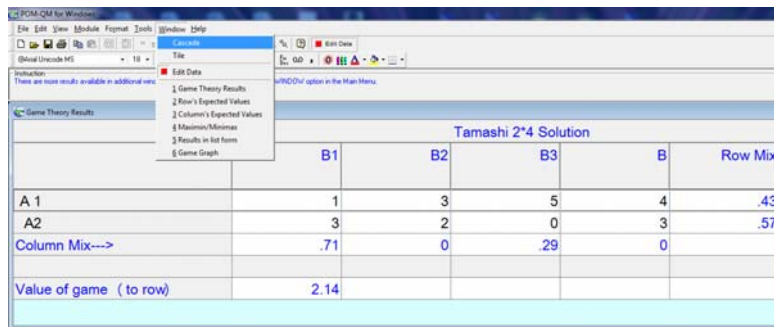
პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ პროგრამული მოდულების ჩამონათვალი „Module“-დან ვირჩევთ მოდულს „Game Theory“. მოდულის არჩევის შემდეგ ძირითადი მენიუს სტრიქონში მენიუ „File“-დან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს. ეკრანზე გამოსულ დიალოგურ ფორმაში შეგვაქვს (იხ. (ამოცანა ა)) ამოცანის დასახელება, სტრიქონების და სვეტების რაოდენობა – 2 და 4, სტრიქონების ტიპები. „OK“

ლილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოსულ ცხრილში (ნახ.7) შეგვაქვს საგადასახადო მატრიცის (ცხრილი 1) მონაცემები:

	B1	B2	B3	B4
A1	1	3	5	4
A2	3	2	0	3

ნახ.7

„Solve“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ, ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგები (ნახ.8).



ნახ.8

შედეგიდან ჩანს, რომ A მოთამაშის ოპტიმალური სტრატეგიებია – A₁ და A₂, ხოლო B მოთამაშის – B₁ და B₃. თამაშის ფასია – 2, 14. თამაშის ქვედა და ზედა ფასების ნახვა შესაძლებელია „Cascade“ მენიუში მეოთხე სტრიქონის “4 Maximin/Minimax“-ის მითითებით. ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.9).

(untitled) Solution						
	B1	B2	B3	B4	Row Minimum	Maximin
A1	1	3	5	4	1	1
A2	3	2	0	3	0	
Column Maximum	3	3	5	4		
Minimax	3	3				
1 <= value <=3						

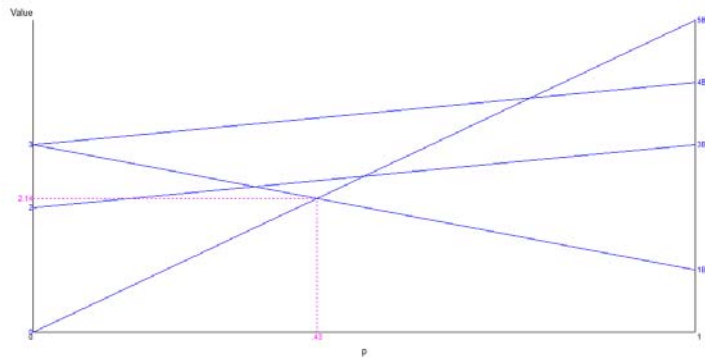
ნახ.9

ცხრილიდან ჩანს, რომ თამაშის ქვედა ფასი $\alpha=1$, ხოლო ზედა $\beta=3$. ოპტიმალური სტრატეგიების შერევის სიხშირეები შესაძლებელია მენიუ „Cascade“-ში მესუთე სტრიქონის „5 Results in list form“ (ნახ.10).

ROW	
A1	.43
A2	.57
COLUMN	
B1	.71
B2	0
B3	.29
B4	0

ნახ.10

ცხრილიდან ჩანს, რომ მოთამაშე A-მ თავის სტრატეგიები A₁ და A₂ უნდა გამოიყენოს შესაბამისად 0,43 და 0,57 სიხშირით, ხოლო B-მ სტრატეგიები B₁ და B₃ – შესაბამისად 0,71 და 0,29 სიხშირით. ამოცანის გეომეტრიული ამოხსნის ნახვა შესაძლებელია „Cascade“ მენიუში მეექვსე სტრიქონის „6 Game Graph“-ის მითითებით (ნახ.11):



ნახ.11

ნახაზზე P ღერძზე ნაჩვენებია A მოთამაშის A_1 სტრატეგიის შერევის სიხშირე – 0,43, ხოლო Value ღერძზე – თამაშის ფასი $v=2,14$.

კ) განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: „მოთამაშე A ფურცელზე წერს რიცხვებს 1 (სტრატეგია A_1), ან 2 (სტრატეგია A_2), ან 3 (სტრატეგია A_3). მოთამაშე B, თავის მხრივ, წერს რიცხვს 1 (სტრატეგია B_1), ან 2 (სტრატეგია B_2), ან 3 (სტრატეგია B_3), ან 4 (სტრატეგია B_4).

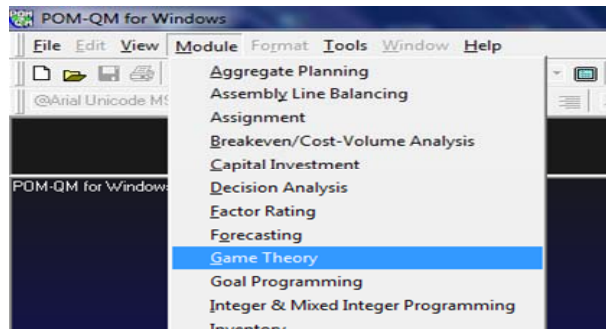
თუ A და B-ს მიერ დაწერილი ორივე რიცხვი ლუწია ან კენტია, მაშინ A იგებს თანხას, რომელიც ამ რიცხვების ჯამის ტოლია. თუ ერთ-ერთი რიცხვი ლუწია, ხოლო მეორე კენტია, მაშინ B იგებს ამ რიცხვების ჯამის ტოლ თანხას. შეადგინეთ ამოცანის საგადასახადო მატრიცა და ამოხსენით.

ამოხსნა. თამაშის საგადასახადო მატრიცა მოყვანილია (ცხრილ 3)-ში.

ცხრილი 3

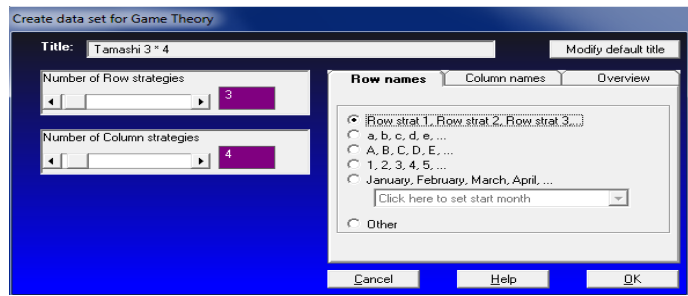
	B1	B2	B3	B4
A1	2	-3	4	-5
A2	-3	4	-5	6
A3	4	-5	6	-7

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ პროგრამული მოდულების ჩამონათვალიდან „Module“-დან ვირჩევთ მოდულს „Game Theory“ (ნახ.12):



ნახ.12

მოდულის არჩევის შემდეგ ძირითადი მენიუს სტრიქონში მენიუ „File“-დან ვირჩევთ სტრიქონს „New“-ს და ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.13).



ნახ.13

პირველ სტრიქონში „Title“ შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში „Number of Row strategies“ შეგვაქვს ცხრილის სტრიქონების რაოდენობა – 3, მესამე სტრიქონში „Number of Column strategies“ სვეტების რაოდენობა – 4. მეოთხე სტრიქონში (Row names) ვირჩევთ შეზღუდვებში სტრიქონების დასახელების ტიპს (მაგალითში არჩეულია რიცხვითი დასახელებები Row strat 1,...). „OK“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.14).

Tamasi 3 * 4				
	Col strat 1	Col strat 2	Col strat 3	Col strat 4
Row strat 1	2	-3	4	-5
Row strat 2	-3	4	-5	6
Row strat 3	4	-5	6	-7

ნახ.14

პირველ სტრიქონში შეგვაქვს საგადასახლო მატრიცის პირველი სტრიქონი, მეორეში მეორე და ა.შ. „Solve“ ღილაკის დაჭერის შემდეგ გამოდის ამოხსნის შედეგები (ნახ.15).

	Col strat 1	Col strat 2	Col strat 3	Col strat 4	Row Mix
Row strat 1	2	-3	4	-5	.25
Row strat 2	-3	4	-5	6	.5
Row strat 3	4	-5	6	-7	.25
Column Mix-->	0	.25	.5	.25	
Value of game (to row)	0				

ნახ.15

როგორც შედეგებიდან ჩანს, პირველმა მოთამაშემ A უნდა გამოიყენოს თავისი პირველი სტრატეგია სისშირით $0,25$; მეორე $0,5$; მესამე $0,25$. მეორე მოთამაშემ B უნდა გამოიყენოს მხოლოდ მეორე, მესამე და მეოთხე სტრატეგიები სისშირით $0,25$, $0,5$ და $0,25$. თამაშის ფასი უდრის 0-ს.

თამაშის ქველა და ზედა ზღვრების გაგება შესაძლებელია გავიგოთ მენიუ „Cascade“-ში მეოთხე სტრიქონის “4 Maximin/Minimax“-ის მითითებით (ნახ.16).

	Col strat 1	Col strat 2	Col strat 3	Col strat 4	Row Minimum	Maximin
Row strat 1	2	-3	4	-5	-5	-5
Row strat 2	-3	4	-5	6	-5	-5
Row strat 3	4	-5	6	-7	-7	-7
Column Maximum	4	4	6	6		
Minimax	4	4				
-5 <= value <= 4						

ნახ.16

როგორც (ნახ.16)-დან ჩანს, თამაშის ქველა ზღვარი უდრის $\alpha = \max \min = -5$, ხოლო ზედა – $\beta = \min \max = 4$.

ორივე მოთამაშის სტრატეგიების გამოყენების სიხშირეების ნახვა შესაძლებელია მენიუ „Cascade“-ში მახუთე სტრიქონის „Results in list form“ (ნახ.17).

ROW	
Row strat 1	.25
Row strat 2	.5
Row strat 3	.25
COLUMN	
Col strat 1	0
Col strat 2	.25
Col strat 3	.5
Col strat 4	.25

ნახ. 17

მოყვანილი ამოცანა შეიძლება დავიყვანოთ წრფივი პროგრამირების ამოცანამდე და ამოვხსნათ. ამისათვის უნდა გარდავქმნათ ამოცანის საგადასახადო მატრიცა - (ცხრილი 1) დადებითი რიცხვი d -ს მატრიცის ყველა ელემენტებთან მიმატებით. რიცხვი $d > \max_i \max_j |\alpha_{ij}|$, სადაც $\alpha_{ij} \leq 0$. მოყვანილ მატრიცის ელემენტებისათვის ასეთი რიცხვია – 8. მივიღებთ ახალ მატრიცას (ცხრილი 4), რომლის ყველა ელემენტი 0-ზე მეტია.

ცხრილი 4

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	10	5	12	3
A ₂	5	12	3	14
A ₃	12	3	14	1

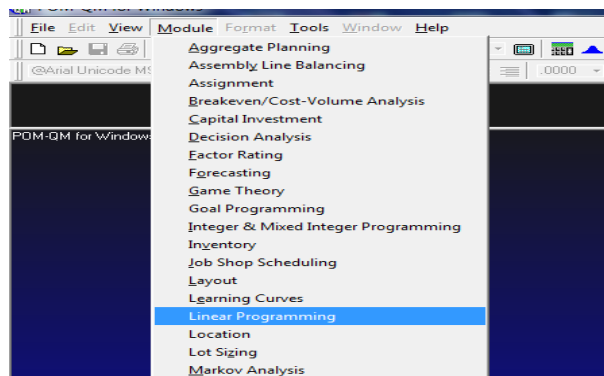
A მოთამაშის ოპტიმალური სტრატეგიის პოვნა შესაძლებელია შემდეგი წრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოხსნით:

$$F = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 5x_2 + 12x_3 \geq 1 \\ 5x_1 + 12x_2 + 3x_3 \geq 1 \\ 12x_1 + 3x_2 + 14x_3 \geq 1 \\ 3x_1 + 14x_2 + 1x_3 \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 3.$$

პროგრამული პაკეტის „POM for Windows“-ის გაშვების შემდეგ (ლაბორატორიული სამუშაო №1), ეკრანზე გამოჩნდება „Module“-ის მენიუ, რომელშიც ვირჩევთ წრფივი პროგრამირების მოდულს „Linear Programming“ (ნახ.18).



ნახ.18

მიზნობრივი ფუნქციის (1) და შეზღუდვების სისტემის (2) რიცხვითი კოეფიციენტების შეტანის შემდეგ საწყის ინფორმაციას ექნება შემდეგი სახე (ნახ.19):

Tamashis amoxsna					
	X1	X2	X3		RHS
Minimize	1	1	1		
1	10	5	12	>=	1
2	5	12	3	>=	1
3	12	3	14	>=	1
4	3	14	1	>=	1

ნახ.19

„Solve“ ლილაკის დაჭერის შემდეგ ვლებულობთ ამოცანის ამონახსნის შედეგებს (ნახ.20):

Tamashis amoxsna solution						
	X1	X2	X3		RHS	Dual
Minimize	1	1	1			
1	10	5	12	>=	1	0
2	5	12	3	>=	1	-0.0313
3	12	3	14	>=	1	-0.0625
4	3	14	1	>=	1	-0.0312
Solution->	.0313	.0625	.0313		.125	

ნახ.20

ამონახსნის შედეგი (სტრიქონი „Solution“) განსაზღვრავს A მოთამაშის ოპტიმალურ სტრატეგიას:

$$x_1=0,0313, \quad x_2=0,0625, \quad x_3=0,0313$$

მიზნობრივი ფუნქციის ოპტიმალური მნიშვნელობაა $F=0,125$.
ბოლო სვეტში ორადული ამოცანის ამონახსნებია.

რადგან თამაშის ფასი $v=1/(x_1+x_2+x_3)=1/0,125=8$ და $p_i=x_i \cdot v$,
ვლებულობთ:

$$P_1=0,25, p_2=0,5, p_3=0,25.$$

ეს ნიშნავს იმას, რომ მრავალჯერადი თამაშისას A მოთამაშემ თავისი პირველი და მესამე სტრატეგიები უნდა გამოიყენოს სიხშირით 0,25, ხოლო მეორე სტრატეგია – 0,5 სიხშირით.

ანალოგიურად განისაზღვრება B მოთამაშის ოპტიმალური სტრატეგიები ორადული ამოცანის ამონახსნებიდან (სვეტი Dual):

$$y_1=0, y_2=0,313, y_3=0,0625, y_4=0,0313.$$

აქედან:

$$q_1=0, \quad q_2=(0,0313*8)=0,25,$$

$$q_3=(0,0625*8)=0,5, \quad q_4=(0,0313*8)=0,25.$$

ე.ი. B მოთამაშემ პირველი სტრატეგია არ უნდა გამოიყენოს, მეორე და მეოთხე უნდა გამოიყენოს სიხშირით – 0,25, ხოლო მესამე – სიხშირით 0,5.

რადგან საწყისი მატრიცა გაზრდილი იყო 8-თ, ამიტომ საწყისი თამაშის ფასი უდრის $v=8-8=0$.

თუ შევადარებთ შედეგებს, რომლებიც მიღებულია ამოცანის ორივე ხერხით ამოხსნისას, ჩანს რომ შედეგები სრულიად იდენტურებია.

გამოყენებული ლიტერატურა

- 1) გოგიჩაიშვილი გ., შონია ო., ქართველიშვილი ი. ოპერაციათა კვლევა. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 1998 წ.
- 2) გოგიჩაიშვილი გ., შონია ო., ქართველიშვილი ი. ავტომატიზებული მართვის მოდელები (საკონტროლო ამოცანათა კრებული). საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2004 წ.
- 3) გოგიჩაიშვილი გ., ნარეშელაშვილი გ., შეროზია თ. ბიზნეს-მათემატიკა. დამხმარე სახელმძღვანელო. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, თბილისი, 2000 წ.

იბეჭდება ავტორთა მიერ წარმოდგენილი სახით

გადაეცა წარმოებას -----. ხელმოწერილია დასაბუქდად
-----. ქაღალდის ზომა 60X84 1/16. პირობითი ნაბეჭდი
თაბახი 1. ტირაჟი ??? ეგ.ზ.

საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“,
თბილისი, კოსტავას 77



