

ГРУЗИНСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.В. Гигинеишвили, И.Г. Каландадзе,  
Г.Г. Чихладзе

КРАТКИЙ КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ  
(Вторая часть)



Утверждено редакционно-  
издательским советом ГТУ

Тбилиси  
2009

В учебнике даны определения основных, программных, физических величин, приведены формулировки фундаментальных законов физики, а также математические формулы, описывающие указанные законы и характеризующие их физические величины.

Учебник, наверняка будет полезен и студентам, обучающимся по программам бакалавров и магистров также, как и тем лицам, которым требуется физика в их профессиональной деятельности, или же просто желающим удовлетворить свой интерес к тому, или иному физическому явлению.

Рецензент проф. К. Цхакаиа

© Издательский дом "Технический университет", 2009

ISBN 978-9941-14-407-3 (Все части)

ISBN 978-9941-14-408-0 (Вторая часть)

<http://www.gtu.ge/publishinghouse/>



Verba volant,  
scripta manent

Все права защищены. Ни одна часть этой книги (будь то текст, фото, иллюстрация или др.) не может быть использована без письменного разрешения издателя ни в каких-либо форме и средствах (электронной или механической).

Нарушение авторских прав карается законом.

## От авторов

Представленный Вашему вниманию учебник является сборником (конспектом) лекций, которые читали его авторы на протяжении многих лет своей педагогической деятельности в ГТУ и продолжают читать по сей день. Учебник призван заполнить нишу, образовавшуюся в связи с крайней недостаточностью учебников на русском языке, при достаточно большом числе русскоязычных студентов. Книга, в большей степени, предназначена для студентов высшего профессионально-технического обучения – материал в ней изложен очень коротко, хотя, по возможности, просто и в весьма доступной для не очень искушенного читателя форме. В учебнике даны определения основных, программных, физических величин, приведены формулировки фундаментальных законов физики, а также математические формулы, описывающие указанные законы и характеризующие их физические величины. В необходимых случаях дается и графическое описание того, или иного явления. Материал в учебнике изложен в последовательности, рекомендованной программой курса общей физики для ВТУЗ-ов и полностью соответствует ей.

Авторы с благодарностью примут все замечания и рекомендации и обязательно учтут их в дальнейшем, в следующих изданиях учебника.

А.В. Гигинеишвили,  
И.Г. Каландадзе,  
Г.Г. Чихладзе.

# Электродинамика

## §1. Постоянный электрический ток

- ✓ Электрический ток является потоком заряженных частиц или ионов.
- ✓ Постоянным электрическим током называется упорядоченное движение заряженных частиц.  
(упорядоченное – движение частиц в одном направлении с одинаковой скоростью)  
Главной характеристикой тока является сила тока  $I$ .
- ✓ Сила тока – производная заряда, текущего через поперечное сечение проводника, по времени

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

В случае постоянного тока (1) превращается в

$$I = \frac{q}{t} \quad (2)$$

В металлических проводниках носителями заряда являются электроны. Электрический ток возникает в случае наличия электрического поля внутри проводника, т.е. наличия разности потенциалов (напряжения) на концах проводника. Направление тока противоположно направлению движения электронов в проводнике. В системе СИ единицей тока является *ампер*. Распределение тока в сечении проводника определяется *плотностью тока  $j$*

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad (3)$$

при этом сила тока определится следующим образом:

$$I = \int_S j dS. \quad (4)$$

В случае постоянного тока (3) и (4) превращаются в

$$j = \frac{I}{S}, I = jS. \quad (5)$$

Сила тока может быть определена и **через среднюю скорость электронов**, называемую **скоростью дрейфа электронов  $\bar{v}$** :

$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = eN = enV = enSl \Rightarrow \frac{d(neSl)}{dt} = neS \frac{dl}{dt}, \text{ но } \frac{dl}{dt} = \bar{v} \text{ и}$$



$$I = neS\bar{v}, \quad (6)$$

а плотность тока будет равна

$$j = ne\bar{v}. \quad (7)$$

$e, n, S$  – заряд, концентрация электронов площадь сечения проводника.

## §2. Электродвижущая сила (ЭДС)

Для поддержания тока в цепи необходимо совершить работу по перемещению заряда в проводниках. Эту работу, помимо электрического поля, совершают источники тока – устройства, превращающие любой вид энергии в электрическую. Источники тока характеризуются особой величиной – электродвижущей силой (эдс):

- ✓ Электродвижущая сила равна отношению работы сторонних сил<sup>1</sup> (внешних сил) по перемещению заряда в цепи к величине этого заряда

$$\mathfrak{R} = \frac{W}{q} \quad (8)$$

В системе СИ эдс измеряется в *вольтах*.

Полная работа, совершающаяся в цепи, определяется суммой работ внешних и внутренних (кулоновских) сил по перемещению заряда в цепи

$$W^* = W + W_k.$$

Поделив это выражение на заряд  $q$ , получим:

$$\frac{W^*}{q} = \frac{W}{q} + \frac{W_k}{q}.$$

По определению  $\frac{W_k}{q} = \varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов между двумя точками цепи,  $\frac{W}{q} = \mathfrak{R}$  – эдс, а  $\frac{W^*}{q} = U$  – падение напряжения или просто напряжение на данном участке цепи. Т.о.


$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathfrak{R}. \quad (9)$$

## §3. Соединение проводников

- ✓ Последовательное соединение – конец одного проводника соединен с началом другого

$$I_1 = I_2 = \dots = I_N, \quad R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_i R_i, \quad U_1 + U_2 + \dots + U_N = \sum_i U_i.$$

- ✓ Параллельное соединении – начала проводников соединены вместе и концы также вместе



$$U_1 = U_2 = \dots = U_N,$$

$$I_1 + I_2 + \dots + I_N = \sum_i I_i,$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} = \sum_i \frac{1}{R_i}.$$

<sup>1</sup> Сторонние силы – силы не электростатического происхождения действующие в электрической цепи.

## §4. Закон Ома для участка цепи и его дифференциальный вид

Для однородного участка цепи, не содержащего эдс (сторонние силы отсутствуют), соотношение между током и напряжением было установлено немецким физиком **Георгом Омом** и носит название закона Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}. \quad (10)$$

✓ Сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению на концах проводника и обратно пропорциональна его сопротивлению.

Величина  $R = \rho \frac{l}{S}$  — сопротивление проводника — его главная характеристика, измеряется в *омах* ( $\Omega$ ). Здесь  $l$  — длина проводника,  $S$  — площадь поперечного сечения проводника,  $\rho$  — удельное сопротивление материала проводника. Удельное сопротивление металлического проводника растет с ростом его температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (11)$$

$\rho_0$  — удельное сопротивление проводника при  $0^\circ\text{C}$ ,  $\rho$  — при  $t^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления, численно равный отношению изменению удельного сопротивления проводника при изменении его температуры на  $1^\circ\text{C}$

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 t}. \quad (12)$$

Для чистых металлов  $\alpha = \frac{1}{273}$ .

Закон Ома может быть представлен в дифференциальном виде, если сопротивление и напряжение заменить соответствующими выражениями

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad U = El,$$

$E$  — напряженность электрического поля внутри проводника.

$$I = \frac{ElS}{\rho l}, \quad \frac{I}{S} = \frac{E}{\rho} \Rightarrow \frac{I}{S} = j, \quad \frac{1}{\rho} = \sigma \Rightarrow j = \sigma E, \quad \sigma - \text{проводимость.}$$

$$j = \sigma E. \quad (13)$$

(13) представляет дифференциальный вид закона Ома, где проводимость характеризует токопроводящую способность материала проводника, тогда, как удельное сопротивление — сопротивляемость материала проводника прохождению в нем тока.

## §5. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца и его дифференциальный вид

Представим ток, текущий через однородный проводник. В течении элементарного промежутка времени  $dt$  заряд, переносимый в проводнике

$$dq = Idt. \quad (14)$$

При этом работа электрического поля по перемещению заряда, а значит, и работа тока равна

$$dW = Udq = UI dt. \quad (15)$$

С использованием закона Ома для участка цепи можно получить еще две формулы для работы тока:

$$I = \frac{U}{R}, \quad dW = U \frac{U}{R} dt = \frac{U^2}{R} dt, \quad U = IR, \quad dW = IRR dt = I^2 R dt. \quad (16)$$

Полная работа, совершенная током по всему проводнику за время  $t$  определится интегралом, взятым по элементарной работе:

$$W = \int dW = \int UI dt = UI t = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t. \quad (17)$$

Мощность тока определяется, как скорость совершения работы и равна производной работы по времени

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{UI dt}{dt} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R. \quad (18)$$

В случае постоянного тока для данного сопротивления мощность величина постоянная. (18) справедлива в том случае, если вся электрическая энергия в проводнике выделяется в виде тепла. Такие проводники называются **пассивными резисторами**. Русский ученый **Ленц** и английский физик **Джоуль** открыли закон, носящий их имя:

✓ **Электрическая энергия в пассивном резисторе полностью превращается в тепло**

$$dQ = I^2 R dt. \quad (19)$$

В случае постоянного тока

$$Q = I^2 R t. \quad (20)$$

Превращение электрической энергии в тепло объясняется следующим образом: при своем движении электроны в проводнике сталкиваются с ионами, расположенными в узлах кристаллической решетки – при этом кинетическая энергия электронов передается ионам. В результате энергия колебания ионов возрастает, а вместе с ней и внутренняя энергия проводника, которая, согласно первому закону термодинамики, выделяется в виде тепла – проводник нагревается.

Представим закон Джоуля-Ленца в дифференциальном виде: выделим в проводнике элементарный объем  $dV = Sdl$ . Его сопротивление  $R = \rho \frac{dl}{S}$ , а сила тока, текущего через него —  $I = jS$ . Тепло, выделившееся в данном объеме  $dV$  за время  $dt$ , представляется в следующем виде:

$$dQ = I^2 R dt = j^2 S^2 \rho \frac{dl}{S} dt = \rho j^2 S dl dt = \rho j^2 dV dt.$$

Практический интерес представляет т.н. плотность энергии в единицу времени — скорость распределения тепла по объему проводника

$$w = \frac{dQ}{dV dt} = \rho j^2.$$

Произведя подстановки  $\rho = \frac{1}{\sigma}$ ,  $j = \sigma E$ , получим:  $w = \frac{\sigma^2 E^2}{\sigma}$ ,

$$w = \sigma E^2. \quad (21)$$

Это и есть дифференциальный вид закона Джоуля-Ленца.

## §6. Закон Ома для полной (замкнутой) цепи

Полная электрическая цепь представляет собой совокупность проводника, подключенного к источнику тока. Соотношение между силой тока, напряжением на концах проводника и электродвижущей силой (эдс) источника ( $\mathfrak{R} = \frac{W^*}{q}$  — отношение работы сторонних сил по перемещению заряда в цепи к величине заряда) определяется законом Ома для полной цепи (цепи, содержащей эдс). Выведем это соотношение, опираясь на закон сохранения энергии — элементарная работа сторонних сил по перемещению заряда в цепи численно равна сумме элементарных количеств теплоты, выделяющихся на *внешнем* ( $R$ ) и *внутреннем* (сопротивлении самого источника тока) ( $r$ ) сопротивлениях цепи

$$dW^* = dQ_R + dQ_r.$$

Применим к этому выражению формулы из закона Джоуля-Ленца и формулу эдс  $\mathfrak{R} Idt = I^2 R dt + I^2 r dt$ . Сокращая на  $Idt$ , получим

$$\mathfrak{R} = IR + Ir \Rightarrow I(R + r) \text{ и, следовательно } I = \frac{\mathfrak{R}}{R + r}.$$

Если цепь содержит неоднородный участок, то в последнем выражении появляется еще и падение напряжения на этом участке

$$I = \frac{\mathfrak{R} + U}{R^*}.$$

Здесь  $R^*$  — полное сопротивление цепи.



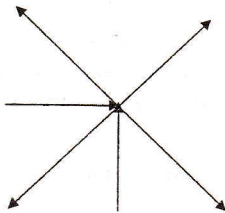
## §7. Правила Кирхгофа

- ✓ Узлом называется точка цепи, где собрано не менее трех проводников.
- ✓ Первое правило Кирхгофа – алгебраическая сумма токов, текущих через узел, равна нулю:

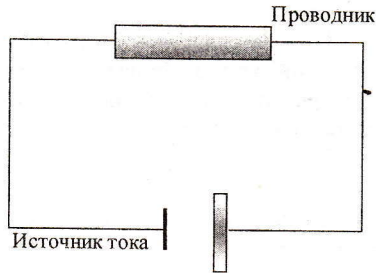
$$\sum_k I_k = 0. \quad (22)$$

- ✓ Второе правило Кирхгофа – в замкнутой цепи алгебраическая сумма напряжений (произведений сил тока и сопротивлений) на концах проводников равна алгебраической сумме эдс, действующих в цепи:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k U_k = \sum_i \mathcal{R}_i. \quad (23)$$



Узел



Замкнутый участок цепи, содержащий эдс.

## §8. Электрический ток в жидкостях. Законы Фарадея для электролиза

Чистые жидкости, кроме ртути, при обычной температуре, как правило, плохие проводники электричества. Но их проводимость резко возрастает, если смесь содержит соли или кислоты. Такие жидкости называют жидкими проводниками или **электролитами** (проводники второго рода, тогда как металлические проводники – проводники первого рода). При столкновении нейтральных молекул электролита они расщепляются, теряя или захватывая один или более электронов. Т.о., одни молекулы получают избыточный положительный, а другие – избыточный отрицательный заряды, образуя, следовательно, ионы обоих знаков.

- ✓ Процесс расщепления нейтральных молекул в ионы называется **диссоциацией**.
- ✓ Обратный процесс – восстановление нейтральных молекул из ионов, называется **рекомбинацией**.

При помещении в электролит электродов – (+) анода А и (–) катода К и подключения их к источнику тока под действием возникшего электрического тока отрицательные ионы (анионы) движутся к аноду, а положительные ионы (катионы) – к катоду. В электролите возникает электрический ток, а на катод откладывается вещество, растворенное в электролите (например, медь в медном купоросе  $CuSO_4$ )

- ✓ **Процесс выделения вещества на электродах (расщепление молекул электролита), связанный с окислительно-восстановительными реакциями, называется электролизом.**

С нагреванием проводимость электролитов возрастает (сопротивление уменьшается) – передаваемое тепло ведет к увеличению энергии молекул, следовательно, силы и частоты столкновений молекул, а значит, и к росту числа носителей заряда – ионов, т.о. ток в электролите возрастает.

Английский физик Майкл Фарадей открыл законы электролиза:

- ✓ **Первый закон Фарадея – масса вещества, выделившегося при электролизе на электроде, пропорциональна заряду, прошедшему через электролит**

$$dm = k dq \Rightarrow I = \frac{dq}{dt}, dq = Idt \Rightarrow dm = kIdt. \quad (24)$$

Полная масса, выделившаяся на электроде за время  $t$ , определится интегралом

$$m = \int dm = \int kIdt = kIt, \quad (25)$$

$k$  – электрохимический эквивалент вещества.

- ✓ **Второй закон Фарадея – электрохимический эквивалент пропорционален его химическому эквиваленту:  $k \sim x$ .** (26)

**Химический эквивалент  $x = \frac{M}{n}$ ,  $M, n$  – соответственно, молярная масса и валентность вещества:**

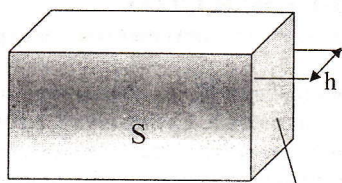
$$k = \frac{1}{F} x, \quad (27)$$

$F = eN_A = 96500$  – число Фарадея,  $N_A$  – постоянная Авогадро,  $e$  – элементарный заряд (заряд электрона).

Соединяя оба закона, приходим к объединенному закону Фарадея:

$$m = \frac{qx}{F} = \frac{Mq}{nF} = \frac{M}{nF} It. \quad (28)$$

С практической точки зрения очень важно определить среднюю скорость нарастания слоя вещества на электроде при электролизе:



$$dm = kI dt, \quad dm = \rho dV = \rho S dh, \quad I = jS,$$

$$\rho S dh = kj S dt, \quad \frac{dh}{dt} = \frac{kj}{\rho}, \quad \frac{dh}{dt} = \bar{v},$$

$$\text{следовательно,} \quad \bar{v} = \frac{kj}{\rho}, \quad (29)$$

вещество, выделившееся на электроде,

$\rho$  – плотность вещества.

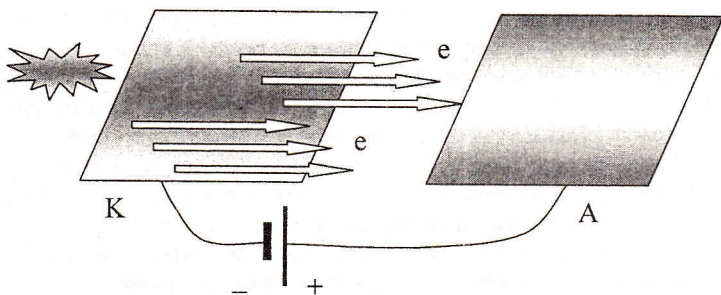
## §9. Термоэлектронная эмиссия

Электроны проводимости (свободные электроны, не связанные с ядром атома) в металле в обычных условиях свободно перемещаются в объеме проводника, но не способны выйти наружу из-за сил притяжения положительных ионов кристаллической решетки. Но если они получают дополнительную энергию извне (обычно поступающую в виде тепла), силы притяжения ионов преодолеваются и электроны начинают испаряться с поверхности металла – этот процесс называется **термоэлектронной эмиссией**. Термоэлектронный ток дается **уравнением Ричардсона**:

$$I = AT^2 e^{-b/T},$$

здесь  $A$  – постоянная,  $b$  – постоянная, называемая **рабочей функцией**.

Термоэлектронная эмиссия применяется в телевизорах, компьютерных мониторах и т.д.: электроны, испаряющиеся с поверхности сильно нагретого металла, летят в вакуумированном стеклянном баллоне и бомбардируют заднюю часть кинескопа. Электронные пучки управляются электрическим или магнитным полями в соответствии с поступающим на антенну сигналом; комбинация освещенных и затемненных точек дает изображение на экране.

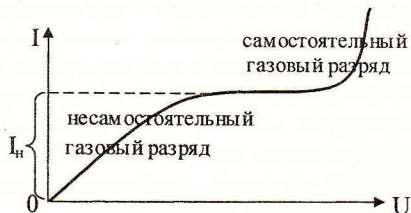
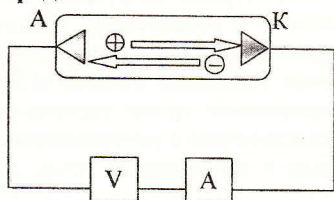


## §10. Электрический ток в газах

- ✓ Прохождение электрического заряда через газ называется электрическим разрядом.

При обычном давлении большинство газов не обладают свободными заряженными частицами, т.е. являются изоляторами. Существуют разные методы превращения газов в проводники электричества – надо ионизировать газ – обычно этого достигают его нагреванием или облучением<sup>2</sup>. Получая дополнительную энергию, нейтральные молекула чаще и сильнее сталкиваются друг с другом в процессе хаотического движения, при этом они расщепляются на положительные ионы и электроны. Следует отметить, что возможно появление и небольшого числа отрицательных ионов.

Рассмотрим стеклянный баллон с впаянными туда анодом и катодом, подсоединенным, соответственно, к (+) и (-) источника тока. Ионизатор порождает в газе положительные и отрицательные заряженные частицы (положительные ионы и электроны), которые начинают движение к соответствующим электродам – в газе проходит электрический ток. С повышением напряжения между электродами растет и ток, однако по достижении определенного значения – **тока насыщения**, дальнейшего увеличения тока не наблюдается – причина в том, что все заряженные частицы достигают соответствующих электродов, значит ток больше не может расти. Такой разряд газа называют **несамостоятельным газовым разрядом**.



Если напряжение сильно повысить, электроны разгоняются мощным электрическим полем до больших скоростей и с огромной силой сталкиваются с молекулами газа, расщепляя их на положительные ионы и электроны в большом количестве. Порождающиеся при этом электроны, оказываясь в сильном электрическом поле, сами начинают расщеплять нейтральные молекулы и т.д. – стремительно возникает огромное количество заряженных частиц обоего знака, устремляющихся к соответствующим электродам, при этом положительные ионы еще и выбивают электроны из катода – происходит неконтролируемый рост числа заряженных частиц а, значит, и ток почти мгновенно достигает огромных значений – этот процесс называется **самостоятельным газовым разрядом**.

<sup>2</sup> Облучающими ионизаторами могут быть: ультрафиолетовые лучи, рентгеновские лучи, радиоактивные излучения.

## §11. Электрический ток в полупроводниках

Полупроводники (п/п) относятся к классу твердых тел, находящихся между проводниками и изоляторами по значениям удельного сопротивления. Наиболее известными п/п являются германий (*Ge*) и кремний (*Si*). Они принадлежат 4 группе периодической системы Менделеева. У их атомов на внешней орбите по 4 валентных электрона. Каждый атом взаимодействует с 4 соседними атомами, обмениваясь электронами, при этом образуются тетраэдрическая структура. Такая связь называется ковалентной связью. При низких температурах валентные электроны прочно связаны с ядром атома. Однако, с увеличением температуры тепловая энергия валентных электронов становится больше энергии связи с ядром, ковалентные связи разрываются, и электроны становятся свободными. Место, где раньше находился электрон, покинувший атом, называется дыркой, и она имеет положительный заряд, равный заряду электрона, т.е. элементарному. Ясно, что дырка будет двигаться в направлении, противоположном направлению движения электрона. В обычных условиях их движение хаотично. Но если на п/п подать напряжение, движение электронов и дырок становится упорядоченным – в п/п течет ток. Т.о., в п/п имеет место комбинированная – электронно-дырочная проводимость. Подвижность электронов, как правило, значительно превышает подвижность дырок.

- ✓ **Чистые п/п:** проводимость естественных, природных п/п называется чистой проводимостью. Чистые п/п обладают свободными носителями заряда, которые порождены нагревом. Их количество, обычно, невелико.
- ✓ **Примесные п/п:** проводимость п/п можно искусственно увеличить добавлением определенных примесей. Если атом п/п заменяется другим, имеющим больше электронов (в п/п 4 группы добавляют п/п 5 или 6 групп), возникают добавочные свободные электроны (1, 2 и более), электронная проводимость п/п растет – такие примеси называют донорными примесями, а п/п становится **n-типа** (с избыточной электронной проводимостью). Если к п/п добавляют примесь, у атомов которой меньше электронов (2 и 3 групп), они захватывают недостающие для организации ковалентной связи электроны, при этом возникает избыточное число дырок (1, 2 и более), растет дырочная проводимость п/п – такие примеси называют акцепторными примесями, а п/п становится **p-типа** (с избыточной дырочной проводимостью).

Электрическая проводимость п/п растет с ростом температуры. Таким образом, возникает больше электронно-дырочных пар, действующих, как носители заряда. Электроны и дырки в п/п также подвижны, как и свободные электроны в металлах.

# Магнетизм

## §1. Магнитное поле. Индукция магнитного поля.

### Магнитные силовые линии

- ✓ В пространстве вокруг магнита или проводника с током существует магнитное поле.

Рассмотрим замкнутую рамку в магнитном поле (рисунок).  $I$  есть сила тока, текущего в рамке,  $S$  – площадь рамки, а  $n$  – положительная нормаль к контуру рамки, определяемая правилом правого буравчика. Когда ток течет через рамку, возникает момент силы, вращающий рамку в направлении, где нормаль совпадает с направлением вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  – главной характеристикой магнитного поля, т.е.

$$\vec{\tau} = \left[ \vec{p} \times \vec{B} \right],$$

$\vec{p}$  –

вектор момента магнитного диполя рамки. Для плоских рамок

$\vec{p} = IS \vec{n}$ . Отношение  $B = \tau / ISn$  справедливо для всех плоских рамок.

Магнитное поле характеризуется силовыми линиями – линиями магнитной индукции:

- ✓ Касательная к линии магнитной индукции в каждой точке совпадает с направлением вектора магнитной индукции;
- ✓ Частота силовых линий магнитной индукции пропорциональна модулю вектора индукции в каждой точке. Там, где силовые линии расположены густо, магнитное поле сильное – вектор индукции имеет большое значение, а где линии расположены редко, поле слабое.

Силовые линии магнитного поля замкнуты, у них нет начала и нет конца. Их замкнутость доказывает, что у магнитного поля нет неподвижных источников – магнитное поле порождается электрическим током – движущимися электрическими зарядами.

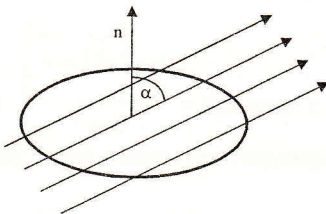
- ✓ Если ток течет по прямолинейному проводнику, силовые линии поля – концентрические окружности, окружающие проводник, если же ток течет по круговой рамке, силовые линии – прямые линии, пронизывающие рамку, и лишь в отдалении от нее соединяются.
- ✓ Правило буравчика – если рукоятка буравчика вращается в направлении силовых линий магнитного поля, конец буравчика движется в направлении тока, если же рукоятка буравчика вращается в направлении тока, конец буравчика движется в направлении силовых линий магнитного поля.

## §2. Магнитный поток. Теорема Гаусса

Магнитный поток  $d\Phi_n$ , пронизывающий элементарную поверхность  $dS$  перпендикулярно ей, определяется выражением

$$d\Phi_n = B_n dS, \quad (1)$$

здесь  $B_n$  – нормальная (перпендикулярная) к поверхности контура составляющая магнитного поля. В общем виде это выражение переписывается с помощью угла  $\alpha$  между линией индукции и нормалью к контуру



$$d\Phi = B dS \cos \alpha. \quad (2)$$

Здесь  $B_n = B \cos \alpha$  есть проекция вектора индукции на нормаль. Полный же магнитный поток через некую поверхность, определится как

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S B_n dS. \quad (3)$$

Если поверхность  $S$  замкнута, а силовые линии, как известно, также замкнуты, то поток через такую поверхность будет равен нулю

$$\Phi = \int_S B_n dS = 0. \quad (4)$$

Это выражение **теоремы Гаусса** в магнетизме, подчеркивающее **вихревой характер магнитного поля**. Единица магнитной индукции – Тесла (Тл), магнитного потока – Вебер (Вб).

## §3. Циркуляция вектора магнитной индукции

Количественное соотношение между током  $I$  и индукцией магнитного поля  $B$  дается следующим выражением:

$$C_B = \int_l B dl = \mu_0 \sum_k I_k,$$

где  $dl$  – элементарная длина,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  вт/а·м – **магнитная восприимчивость среды**. Это выражение называется **циркуляцией** вектора индукции вдоль замкнутого контура в свободном пространстве (вакууме).

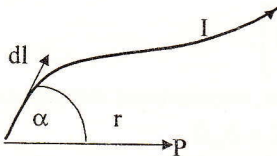


Рисунок к закону Био-Савара-Лапласа. Ампера.

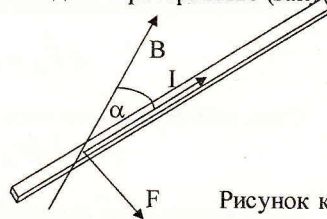


Рисунок к силе Ампера.

## §4. Закон Био-Савара-Лапласа

Опишем обычный способ вычисления вектора индукции магнитного поля, созданного током в проводнике. Поделим участок проводника с током на элементарные отрезки  $dl$ , используя закон Био-Савара-Лапласа, рассчитаем магнитное поле  $dB$  в произвольной точке пространства, окружающего данный проводник с током. Определим индукцию магнитного поля  $dB$ , связанную с элементом тока в отрезке  $dl$  в произвольной точке пространства  $P$  на расстоянии  $r$  от проводника:

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \text{ где } \alpha \text{ угол между направлением } r \text{ и элементом } dl. \text{ В}$$

векторной форме этот закон запишется в виде  $dB = \frac{\mu_0 I \left[ \vec{dl} \times \vec{r} \right]}{4\pi r^3}$ . Весь проводник с током, как одно целое, порождает магнитное поле, равное

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \int I dl.$$

## §5. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Сила Ампера

Определим элементарную силу  $d\vec{F}_A$  (силу Ампера), действующую на элемент  $d\vec{l}$  проводника с током  $I$ , расположенного в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ . Французский ученый Ампер экспериментально доказал прямопропорциональную зависимость между  $d\vec{F}_A$  и  $I, \vec{B}, d\vec{l}$ , т.е. на ток действует перпендикулярная (нормальная) составляющая вектора магнитной индукции  $B_n = B \sin \alpha$ , т.о.

$$dF_A = B I dl \sin \alpha = B_n I dl.$$

В векторной форме сила Ампера запишется следующим образом:

$$d\vec{F}_A = I \left[ d\vec{l} \times \vec{B} \right]. \quad (5)$$

Сила, действующая на весь проводник, определится интегралом

$$F_A = \int dF_A = \int B_n I dl = B_n l. \quad (6)$$

Направление силы Ампера определяется правилом левой руки:



- ✓ Если нормальная составляющая вектора индукции входит в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлены по току, то отогнутый на  $90^\circ$  большой палец указывает направление силы Ампера.

### §6. Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле. Сила Лоренца

Силу, с которой магнитное поле действует на движущуюся в нем заряженную частицу, называют **силой Лоренца** – по фамилии ученого, обнаружившего ее. Для ее определения воспользуемся выражением силы Ампера  $dF_A = Bldl \sin \alpha$ , подставив туда формулу для тока в металлах  $I = neSv$ :

$$dF_A = BneSvdl \sin \alpha. \quad (7)$$

Как известно, сила  $dF_A$  действует на элемент проводника с током  $dl$ , т.е. на заряды, сосредоточенные внутри объема  $Sdl$ , и их число  $dN = nSdl$ , т.о. сила Лоренца, действующая на одну заряженную частицу (для краткости, заряд)  $e$  (в случае металлов на один электрон), определяется выражением

$$F_\Lambda = \frac{dF_A}{dN} = \frac{BneSvdl \sin \alpha}{nSdl},$$

после сокращения получим выражение силы:

$$F_\Lambda = Bev \sin \alpha. \quad (8)$$

Это выражение **силы Лоренца**, направление которой также определяется правилом левой руки:

- ✓ Если нормальная составляющая вектора индукции входит в ладонь, а четыре вытянутых пальца направлены по скорости заряда, то отогнутый на  $90^\circ$  большой палец указывает направление силы Лоренца.

В векторной форме сила Лоренца выглядит следующим образом:

$$F_\Lambda = e \left[ \vec{B} \times \vec{v} \right]. \quad (9)$$

В случае произвольного заряда  $q$ , движущегося в магнитном поле, сила Лоренца примет вид:

$$\text{Скалярная форма} - F_\Lambda = qvB \sin \alpha, \text{ векторная форма} - F_\Lambda = q \left[ \vec{B} \times \vec{v} \right].$$

Если заряд движется параллельно полю, т.е. вдоль силовых линий,  $(\vec{v} \parallel \vec{B})$ ,  $\sin \alpha = 0$  и на заряд не действует сила Лоренца, не действует она и на неподвижный заряд, что ясно видно из ее формулы. Следует также отметить, что сила Лоренца, как и всякая, перпендикулярная направлению движения сила, не совершает работу, зато искривляет траекторию движения частицы, т.е. выступает в роли центростремительной силы

### §7. Определение удельного заряда электрона

Удельным зарядом электрона называется отношение его заряда к массе  $(\frac{e}{m})$ . Представим электрон, летящий в магнитном поле перпендикулярно силовым линиям. Сила Лоренца  $F_{\Lambda} = e v B$ , действуя как центростремительная сила  $F_{\Lambda} = \frac{m v^2}{r}$ , вращает электрон по окружности радиуса  $r$ . Приравнявая, получим:

$$e v B = \frac{m v^2}{r},$$

сократив скорость  $v$ , получим

$$e B = \frac{m v}{r}. \quad (10)$$

Учитывая то обстоятельство, что скорость электрона измерить невозможно, следует от нее избавиться, заменив другой, измеряемой величиной. С этой целью проведем следующие рассуждения: прежде чем попасть в магнитное поле, электрон разгоняется в электрическом поле с напряжением  $U$ , т.е. работа электрического поля над электроном превращается в его кинетическую энергию:

$$W = E_K \Rightarrow W = e U, E_K = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow e U = \frac{m v^2}{2}, v = \sqrt{\frac{2 e U}{m}}.$$

Подставляя выражение скорости в (10) и возводя полученное выражение в квадрат, получим

$$e^2 B^2 = \frac{2 e U m^2}{m r^2}.$$

Сокращая  $e, m$ , получим

$$e B^2 = \frac{2 U m}{r^2}.$$

Произведя затем необходимые перестановки, окончательно получим

$$\frac{e}{m} = \frac{2 U}{r^2 B^2} = 1,758 \cdot 10^{11} \text{ к/кг}. \quad (11)$$

## §8. Эффект Холла

Английский физик Холл исследовал появление разности потенциалов (напряжения) между поверхностями металлической пластины, помещенной в магнитное поле при прохождении через нее электрического тока, перпендикулярного полю (см. рисунок). Магнитное поле пронизывает пластину, ток течет слева направо, при этом одна сторона пластины зарядится положительно, другая – отрицательно, и возникнет напряжение между сторонами.

Объясним это явление: представим электроны, движущиеся в пластине справа налево, противоположно направлению тока. Согласно правилу левой руки, под действием силы Лоренца электроны смещаются вверх, заряжая верхнюю сторону пластины отрицательно, тогда нижняя сторона зарядится положительно, вследствие чего возникнет электрическое поле с направленной вверх напряженностью  $\vec{E}$ , которое компенсирует силу Лоренца своей электрической силой Кулона  $\vec{F}_K = -\vec{F}_\Lambda$ :

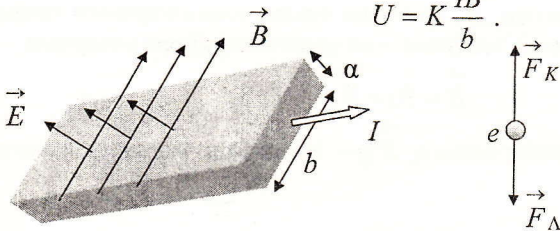
$$F_K = F_\Lambda, E = \frac{F_K}{e}, F_K = eE, F_\Lambda = evB, eE = evB, E = vB.$$

Как и в предыдущем параграфе, следует избавиться от скорости электрона – сделаем это с помощью формулы силы тока  $I = neSv$ ,  $v = I/neS$ ; при этом  $S = ab$  и  $v = I/neab$ , кроме того, выразим напряжение между сторонами пластины через напряженность поля  $U = Ea$ . Подставляя сюда значение напряженности  $E$  с учетом полученного выражения для скорости, получим

$$U = Ea = vBa = \frac{IBa}{neab} = \frac{IB}{neb},$$

обозначая  $\frac{1}{ne} = K$  – постоянная Холла, характеризующая материал пластины, окончательно имеем

$$U = K \frac{IB}{b}. \quad (12)$$



## §9. Магнитные свойства вещества

### 1. Магнитный дипольный момент электронов и атомов

Простейшей магнитной структурой среды является магнитный диполь, характеризующийся магнитным дипольным моментом  $\vec{p}_m$ . Рассматривая электроны и ядра, как составляющие атома, выясняется, что даже эти элементарные частицы являются диполями. Вращаясь в атоме по определенной орбите радиуса  $r$ , электрон ведет себя подобно крошечной рамке с током и обладает орбитальным магнитным дипольным моментом  $\vec{p}_m = IS \vec{n}$ . Его модуль  $p_m = IS = e v S$ , где  $I, v, S$  — соответственно, сила тока, частота вращения электрона по орбите и площадь орбиты. Электрон обладает также орбитальным угловым импульсом  $\vec{L} = m \left[ \vec{v} \times \vec{r} \right]$  с модулем  $L = m v r$ . Направления  $\vec{p}_m$  и  $\vec{L}$  связаны друг с другом правилом буравчика, а модули взаимно пропорциональны  $p_m = -\frac{eL}{2m}$ . Кроме того, все электроны обладают спином и, следовательно, спиновым угловым импульсом  $\vec{L}_s$  и спиновым магнитным дипольным моментом  $\vec{p}_{ms}$ . Т.о., полный магнитный дипольный момент атома равен

$$p_a = \sum p_m + \sum p_{ms}.$$

Отметим, что полный магнитный дипольный момент ядер по сравнению с электронным несущественен и, поэтому, не рассматривается.

### 2. Магнитное поле в веществе

Когда магнетики<sup>1</sup> помещаются в магнитное поле, возникшие элементарные магнитные диполи (постоянные или индуцированные) породят собственное поле, изменяющее первоначальное. Полный вектор магнитной индукции в магнетике  $\vec{B}$ , частично создан элементарными токами, блуждающими в веществе, частично — же намагничиванием материала

$$\vec{B} = \vec{B}_I + \vec{B}_M,$$

$\vec{B}_I$  — индукция, созданная токами,  $\vec{B}_M$  — возникшая благодаря намагничиванию материала.

<sup>1</sup> Металлы, обладающие естественными магнитными свойствами.

Магнитный момент единицы объема образца – плотность момента называется **вектором магнетизации**

$$\vec{M} = \sum \vec{p} / V,$$

здесь  $\vec{p}$  – магнитный дипольный момента атома,  $V$  – объем образца.  
Величина

$$H = \frac{B - \mu_0 M}{\mu_0} \quad (13)$$

называется **напряженностью магнитного поля**. Она прямо пропорциональна вектору индукции  $\vec{B}$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (14)$$

$\mu$  – магнитная проницаемость среды.

$$H = \frac{\mu \mu_0 H - \mu_0 M}{\mu_0} = \mu H - M \Rightarrow M = H(\mu - 1) \Rightarrow \frac{M}{H} = \mu - 1 = \chi.$$

$\chi$  называют **магнитной восприимчивостью** вещества.

### 3. Диамагнетизм, парамагнетизм, ферромагнетизм

Эксперименты над разнообразными веществами, помещенными в магнитные поля показали, что некоторые из них отталкиваются магнитным полем, т.е. вектор магнетизации такого вещества направлен против магнитного поля, значит  $M/H < 0$ ,  $\chi < 0$ . Это явление было названо **диамагнетизмом**. Магнитный момент атома диамагнетика равен нулю. Магнитная восприимчивость  $\chi$  очень мала и магнитная проницаемость  $\mu = 1 + \chi \approx 1$ . Все вещества обладают диамагнитными свойствами, хотя во многих диамагнетизм скрывается за пара- и ферромагнетизмом. Диамагнетиками являются *висмут, сурьма, золото, вода, кварц и водород*. Диамагнетизм является естественной реакцией вещества на приложенное магнитное поле и не зависит от температуры.

Ряд веществ (например, *платина*) притягиваются магнитным полем, т.е. вектор магнетизации такого вещества направлен по направлению магнитного поля,  $M/H > 0$ ,  $\chi > 0$ . Это явление было названо **парамагнетизмом**. Магнитный момент атома парамагнетика отличен от нуля. Магнитная восприимчивость  $\chi$  очень мала, но положительна, и магнитная проницаемость слегка превышает единицу  $\mu = 1 + \chi \geq 1$ . При приложении магнитного поля магнитные моменты атомов пытаются

расположиться по полю, но этому мешает хаотичное тепловое движение молекул. Т.о., диамагнетики температурозависимы. При низких температурах магнитные моменты атомов легко упорядочиваются по полю, но с ростом температуры все большую роль играет тепловой фактор – упорядочение магнитных моментов не представляется возможным, и при высоких температурах парамагнетики превращаются в диамагнетики. Соотношение между векторами магнетизации, индукции и температурой дается **законом Кюри**:

$$\vec{M} = C \frac{\vec{B}}{T},$$

$C$  – **постоянная Кюри**. Парамагнетиками являются *платина, алюминий, сода, марганец, кислород*.

В некоторых элементах – *железе, кобальте, никеле, кадмии* и разнообразных *сплавах на их основе* наблюдается высокий уровень намагниченности, т.е. магнитного упорядочения, вне зависимости от тенденций к хаотичности теплового движения атомов. Это явление называется **ферромагнетизмом**, а сами элементы – **ферромагнетиками**. Ферромагнетизм объясняется на основе **теории доменов**: в образце ферромагнетика предполагается наличие доменов (малых областей с чрезвычайно высокой намагниченностью), где особо упорядочены магнитные дипольные моменты – все они сонаправлены, хотя в целом сам образец может обладать очень малым суммарным магнитным моментом – степень его намагниченности очень низка. Зато она резко увеличивается при помещении ферромагнетика во внешнее магнитное поле, при этом имеют место два эффекта:

- ✓ **Размер доменов, ориентированных по внешнему полю, растет;**
- ✓ **Направление диполей внутри домена рассматривается как единое, и совпадает с направлением внешнего поля.**

В некоторых материалах, таких как *мягкое железо*, домены возвращаются к первоначальному расположению после снятия внешнего магнитного поля, т.е. вещество **размагничивается**. В других (например, *сталь*) домены сохраняют новое упорядочение и после отключения внешнего магнитного поля, т.е. **остаются намагниченными**. Если температура образца превысит некую критическую величину, называемую **температурой Кюри** (эта температура различна для различных веществ), ферромагнетики превращаются в парамагнетики. Это очевидно, т.к. при сильном повышении температуры упорядоченность в доменах нарушается и превалирует хаотичное тепловое движение, суммарный магнитный момент же стремится к нулю.

## §10. Явление электромагнитной индукции

29 октября 1831 г.<sup>2</sup> великий английский физик Майкл Фарадей наблюдал возникновение индукционного тока (искусственно, насильственно вызванного) в катушке при движении магнита относительно нее. Ток в катушке возникает только при движении магнита к ней, или от нее, откуда был сделан вывод, что индукционный ток порождается изменяющимся во времени магнитным полем. Этим была доказана неразрывная и всесторонняя связь между магнитным полем и электрическим током —

- ✓ электрический ток порождает магнитное поле вокруг проводника, в свою очередь, и переменное магнитное поле порождает индукционный ток в замкнутом контуре. замкнутый контур



## §11. Закон электромагнитной индукции —

### — закон Фарадея

Майкл Фарадей принял за основную причину появления индукционного тока в контуре изменение магнитного потока, пронизывающего контур. Изменение магнитного потока может быть вызвано как магнитом, так и самим контуром. Закон Фарадея гласит:

- ✓ ЭДС индукции в замкнутом контуре равна отрицательной производной по времени магнитного потока, пронизывающего контур.

Математически закон записывается в следующем виде:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\dot{\Phi}. \quad (\text{прим } (\cdot) \text{ то же самое, что и } \frac{d}{dt}) \quad (15)$$

(-) указывает на взаимнообратную сущность магнитного потока и ЭДС индукции. В случае быстро меняющегося потока

$$\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t,$$

$\vec{B}$  — вектор магнитной индукции,  $S$  — площадь контура,  $\omega$  — циклическая частота изменения потока. Подставляя в (15), получим:

$$\mathcal{E} = -\dot{\Phi} = -(BS \cos \omega t) = BS\omega \sin \omega t \Rightarrow BS\omega = \mathcal{E}_m \Rightarrow$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t, \quad (16)$$

$\mathcal{E}_m$  — амплитуда ЭДС. В случае катушки из  $N$  витков

$$\mathcal{E} = N\mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (17)$$

<sup>2</sup> Редчайший случай в науке, юда и известна точная дата велию го открытия — ведь был открыт индукционный ток он же переменный ток ю юрым чето вечно широко польуется.

## §12. Правило Ленца

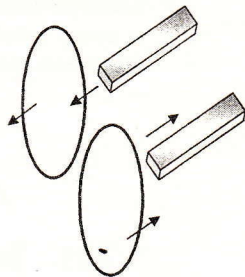
Направление индукционного тока было определено из закона сохранения энергии русским ученым **Ленцем**:

✓ **Индукционный ток имеет такое направление, что препятствует любому изменению магнитного потока, порождающего его.**

Знак минус в законе Фарадея предполагает это противодействие тока его изменению. Правило Ленца справедливо для индукционного тока, т.е. описывает замкнутые контуры. Как видно из рисунка, при приближении магнита к контуру он удаляется от него, препятствуя, таким образом, усилению потока, пронизывающего контур.

Наоборот, при удалении магнита от контура, последний следует за ним, опять таки, стараясь воспрепятствовать, на этот раз, ослаблению потока.

Когда магнит не движется, контур тоже замирает на месте – индукционного тока в нем нет – только переменное во времени магнитное поле способно породить индукционный ток в замкнутых контурах.



## §13. Индуктивность. Самоиндукция

Если две катушки находятся поблизости друг от друга, ток в одной катушке порождает магнитный поток через другую. Если он меняется с изменением тока, возникает эдс индукции, подчиняющаяся закону электромагнитной индукции. Рассмотрим среднюю часть соленоида (длинной, тонкой катушки), поток, возникающий в каждом витке при прохождении тока, одинаков во всех витках соленоида. Закон Фарадея для таких катушек запишется следующим образом:

$$\mathcal{E} = - \frac{d(N\Phi)}{dt} = -N\Phi', \quad (18)$$

$N\Phi$  – полный магнитный поток через соленоид, пропорциональный току  $i$ , текущему в соленоиде

$$N\Phi = Li, \quad (19)$$

$L$  – индуктивность катушки – характеристика материала проволоки и размеров катушки. Подставляя (19) в (18), получим:

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt} = -Li'. \quad (20)$$

Эдс индукции, согласно закону Фарадея, возникает в катушке при изменении магнитного потока через нее. Но она также возникает и при изменении тока, текущего в самой катушке. Это явление называется **самоиндукцией**, а соответствующая эдс – эдс **самоиндукции**.

Индуктивность катушки измеряется в **Генри (Гн)**. Из (20) получим



$$L = N\Phi/i. \quad (21)$$

Используем (21) для расчета  $L$  для отрезка катушки длиной  $l$  вблизи центра длинного соленоида. Полный магнитный поток в соленоиде равен

$$N\Phi = NBS \Rightarrow N = nl \Rightarrow nlBS,$$

$n$  — число витков на единицу длины,  $B = \mu_0 ni$  — магнитная индукция внутри соленоида,  $S$  — площадь поперечного сечения соленоида. Подставляя значение индукции в выражение потока, получим  $N\Phi = \mu_0 n^2 Sli$ , а, подставив его в (21), имеем ( $V$  — объем исследуемой части катушки)

$$L = \mu_0 n^2 Sl = \mu_0 n^2 V. \quad (22)$$



### §14. Энергия магнитного поля

Когда включают ток в катушке, эдс самоиндукции препятствует нарастанию тока, следовательно, ток совершает работу против эдс. Когда его величина устанавливается — ток становится постоянным, эдс исчезает и работа против нее током не совершается. Энергия, равная работе по достижению током своей конечной величины, копится в магнитном поле катушки. Она высвобождается, когда ток отключают, и поем совершается работа по поддержанию его первоначального значения. Для подсчета этой энергии представим себе, что ток возрастает по закону  $di/dt$ , при этом эдс получает значение  $\mathcal{E} = L di/dt$ . Элементарная работа по току равна

$$dW = \mathcal{E}idt = L di/dt idt = Lidi,$$

равная соответствующей элементарной энергии  $dE_M$ , накопленной поем

$$dE_M = Lidi,$$

полная же энергия магнитного поля данной катушки, равная работе по увеличению тока от нуля до постоянного значения  $I$ , равна:

$$E_M = \int dE_M = \int_0^I Lidi = L \int_0^I idi = \frac{LI^2}{2}.$$

# Электромагнитные колебания

## §1. Гармонические (свободные)

### электромагнитные колебания

- ✓ Периодическое или почти периодическое изменение заряда, силы тока и напряжения называется электромагнитными колебаниями.

Электромагнитные колебания возникают в колебательном контуре – системе, состоящей из конденсатора с электроемкостью  $C$  и катушки с индуктивностью  $L$ , подсоединенной к обкладкам конденсатора. При колебании происходит превращение электрической энергии электрического поля конденсатора в магнитную энергию магнитного поля катушки. Сначала конденсатор заряжают от источника тока до энергии

$E_C = \frac{q_m^2}{2C}$ , а затем переключают конденсатор на катушку. Конденсатор разряжается – его заряд постепенно уменьшается, зато растет ток в катушке. Когда конденсатор полностью разрядится, вся его электрическая

энергия превратится в магнитную энергию катушки  $E_M = \frac{LI_m^2}{2}$ . При

этом ток достигает максимального значения  $I_m$ . Затем конденсатор начинает перезаряжаться – ток в катушке уменьшается, а заряд на обкладках конденсатора растет и в конце концов вся магнитная энергия катушки перейдет в электрическую энергию конденсатора – совершилось одно полное колебание. Затем все повторяется снова и снова – в колебательном контуре совершаются свободные (незатухающие) колебания. Ясно, что это идеализированный случай (сопротивление цепи отсутствует), т.к. на самом деле энергия теряется на соединительных проводах, выделяясь в виде тепла – колебания затухают. Но прежде, чем изучать реальные типы колебаний, следует получить уравнение свободных колебаний, после чего легко будут получены уравнения затухающих и вынужденных колебаний.

Свободные колебания характеризуются периодом и частотой:

- ✓ Период колебаний ( $T$ ) – время одного полного колебания, частота ( $\nu$ ) – число колебаний в единицу времени, величина, обратная периоду.

Период и частота даются формулой Томсона:  $T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$ .

Кроме обычной частоты, есть еще и циклическая  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ .

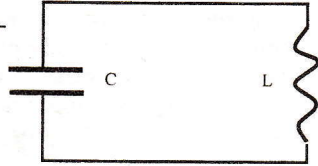
- ✓ Колебания, совершающиеся по закону синуса и косинуса, называются гармоническими.

Уравнение свободных гармонических колебаний получим двумя способами: *способом напряжения-эдс и энергетическим способом.*

### Способ напряжения — ЭДС

Согласно второму правилу Кирхгофа в колебательном контуре напряжение на обкладках конденсатора равно ЭДС катушки

$$U_C = \mathcal{E}_L,$$



$U_C = q/C$  и  $\mathcal{E}_L = -L di/dt$ , подставляя,

получим  $q/C = -L di/dt$ , или  $L di/dt + q/C = 0$ . Поделив все члены на  $L$  и

учитывая, что  $di/dt = d^2q/dt^2 = q''$ , приходим к однородному дифференциальному уравнению второго рода относительно заряда  $q$ :

$$q'' + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (1)$$

Это и есть уравнение гармонических свободных (незатухающих) колебаний, решение которого заранее известно и дается в виде:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (2)$$

здесь  $q, q_m$  — соответственно, мгновенное и амплитудное (максимальное) значение заряда,  $\omega_0 t + \varphi$  — фаза колебаний,  $\varphi$  — начальная фаза, а  $\omega_0$  — собственная циклическая частота колебательного контура, определяемая из формулы Томсона, как  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , т.о. (1) переписывается в виде

$$q'' + \omega_0^2 q = 0. \quad (3)$$

Вместо косинуса в (2) можно писать и синус, т.к. обе — периодические функции.

Графически такие колебания описываются синусоидой.

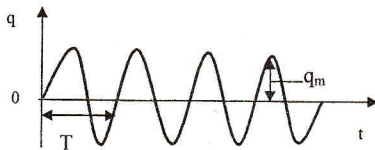


График гармонических свободных колебаний.

### Энергетический способ

Получим уравнение гармонических свободных (незатухающих) колебаний другим способом – энергетическим, тем самым подтверждая принцип „чистого эксперимента” – два разных подхода к одному и тому же результату доказывают его справедливость. В любой момент времени полная энергия свободных колебаний в контуре остается постоянной, представляя собой сумму мгновенных значений электрической энергии конденсатора и магнитной энергии катушки:

$$E_C + E_M = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = const. \quad (4)$$

Продифференцируем это равенство по времени с целью анализа происходящих в контуре изменений, учитывая равенство нулю производной от постоянной величины – правой части равенства

$$\left( \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} \right)' = 0 \Rightarrow \frac{2qq'}{2C} + \frac{2Lii'}{2} = 0 \Rightarrow \frac{qq'}{C} + Lii' = 0.$$

С учетом того, что  $i = q'$ ,  $i' = q''$ , получим  $\frac{qq'}{C} + Lq'q'' = 0$ .

Сокращая на  $q'$  и деля на  $L$ , получим  $q'' + \frac{1}{LC}q = 0$ , но  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , и наконец

$$q'' + \omega_0^2 q = 0. \quad (5)$$

Мы получили однородное дифференциальное уравнение второго рода относительно заряда  $q$ , и решение его дается в следующем виде:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (6)$$

Т.о., получено уравнение гармонических свободных (незатухающих) колебаний и другим способом – энергетическим, что подтверждает справедливость полученных соотношений.

## §2. Затухающие электромагнитные колебания

Каждый реальный колебательный контур обладает активным сопротивлением, на котором выделяется тепло и колебания по этой причине затухают. Получим уравнение затухающих колебаний  $q$ , т.к. мы убедились на примере свободных колебаний, где было использовано два независимых способа вывода уравнения, что эти выводы правильные, используем лишь один способ – напряжения – эдс: опять же, согласно второму правилу Кирхгофа, сумма напряжений на конденсаторе и активном сопротивлении равна эдс катушки  $U_R + U_C = \mathcal{E}$  или

$$iR + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}, \text{ перенесем эдс налево:}$$

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = 0, \quad Li' + iR + \frac{q}{C} = 0.$$

Действуя уже привычным способом, а именно, деля все члены на индуктивность  $L$ , и проводя замены  $i = q'$ ,  $i' = q''$ , получим окончательно

$$q'' + q' \frac{R}{L} + \frac{q}{LC} = 0. \quad (7)$$

Как известно,  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , а  $\frac{R}{L} = 2\beta$ ,  $\beta$  – коэффициент затухания, и

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = 0. \quad (8)$$

(8) представляет собой стандартное дифференциальное уравнение затухающих колебаний. В случае, когда  $\beta^2 < \omega_0^2$ , решение (8) дается в виде

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (9)$$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – циклическая частота затухающих колебаний ( $\omega < \omega_0$ ). Когда  $\beta^2 > \omega_0^2$ , вместо затухающих колебаний происходит спонтанный апериодический разряд конденсатора, соответствующее сопротивление контура называют критическим –  $R_{кр}$ . Его значение

определяется из соотношения  $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$  и равно  $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Амплитуда колебаний  $q_m e^{-\beta t}$  зависит от времени, а колебания затухают по экспоненциальному закону.



### §3. Вынужденные электромагнитные колебания

Если в колебательный контур включен источник с переменной эдс, колебания не будут затухать, т. к. энергетические потери на сопротивлении будут компенсированы источником — такие колебания называются **вынужденными**. Для такого контура запишется неоднородное дифференциальное уравнение второго рода в следующем виде  $L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_m \cos \omega t$ , или, поделив все члены на  $L$ , а также

проведа известные подстановки,  $q'' + q' \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} q = \frac{\mathcal{E}_m}{L} \cos \omega t$ .

Как известно,  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ , а  $\frac{R}{L} = 2\beta$ ,  $\beta$  — коэффициент затухания, и

$$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_m}{L} \cos \omega t. \quad (10)$$

(10) представляет собой **стандартное дифференциальное уравнение вынужденных колебаний**. Его частное решение дается в виде

$$q = q_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (11)$$



$$q_m = \frac{\mathcal{E}_m / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (12)$$

$R_3 > R_2 > R_1$ . амплитуда заряда контура. Ток, текущий в контуре  $i = \frac{dq}{dt} = q' = \omega q_m \cos(\omega t + \varphi)$ , определится производной заряда по времени при этом амплитуда тока будет равной

$$I_m = \omega q_m = \frac{\omega \mathcal{E}_m / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (13)$$

Это уравнение показывает, что ток достигает максимальных амплитудных значений при  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  или  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , т.е., когда частота приложенной эдс равна собственной частоте контура  $\omega = \omega_0$ .

✓ **Резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при совпадении внешней и собственной частот называется резонансом.**

Чем меньше сопротивление цепи, тем острее резонансный пик. При малых сопротивлениях резонанс называют **острым**, а при больших сопротивлениях — **тупым**.

# Переменный ток

## §1. Переменный ток. Цепь переменного тока

Когда прямоугольная или круглая рамка вращается в магнитном поле так, что магнитный поток через рамку постоянно меняется, в рамке индуцируется эдс. Если взять катушку площадью  $S$ , состоящую из  $N$  витков, то поток магнитной индукции  $B$  через нее будет равен

$$\Phi = NBS. \quad (1)$$

Если за время  $t$  витки катушки повернутся на угол  $\alpha$ , поток будет

$$\Phi = NBS \cos \alpha. \quad (2)$$

Как известно, циклическая частота  $\omega = \frac{\alpha}{t}$ , отсюда  $\alpha = \omega t$  и

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t, \quad (3)$$

здесь  $\Phi_m = NBS$  — амплитуда потока (его максимальное значение).

Эдс индукции, возникающая при этом в катушке, будет равна

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi' = -(\Phi_m \cos \omega t)' = \omega \Phi_m \sin \omega t.$$

Здесь  $\mathcal{E}_m = \omega \Phi_m$  — амплитуда эдс, тогда

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (4)$$

Если концы проводящего контура (катушки) включены в цепь, там возникнет переменное напряжение, которое, естественно, запишется аналогично переменной эдс

$$U = U_m \sin \omega t. \quad (5)$$

Если же напряжение в цепи переменное, то и ток в цепи будет переменным, т.е. половину оборота катушки он течет в одну сторону, а вторую половину — в другую. Соответственно меняется и его численное значение — от нуля до некоторого максимального (амплитудного) значения:

✓ Ток, периодически меняющийся по величине и направлению, называется переменным.

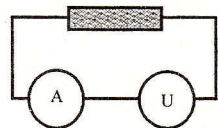
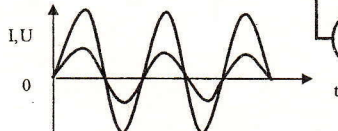
$$I = I_m \sin \omega t. \quad (6)$$

Если в цепь включено только активное сопротивление (резистор) ( $L \rightarrow 0, C \rightarrow 0$ ), то уравнение вынужденных колебаний урезается до  $Ri = U_m \cos \omega t$  и

$$i = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t,$$

где  $I_m = \frac{U_m}{R}$  —

амплитуда тока.



## §2. Индуктивность в цепи переменного тока

Когда цепь переменного тока содержит только индуктивность (т.е. катушку индуктивности) ( $R \rightarrow 0, C \rightarrow 0$ ), то уравнение вынужденных колебаний будет иметь следующий вид:

$$U_m \cos \omega t = L \frac{di}{dt}. \quad (7)$$

В данном случае все внешнее напряжение приложено к катушке индуктивности, поэтому (7) можно обозначить через  $U_L$  и его называют падением напряжения на индуктивности. Перепишем (7) в виде

$$di = \frac{U_m}{L} \cos \omega t dt$$

и проинтегрируем по времени

$$i = \int di = \int \frac{U_m}{L} \cos \omega t dt = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t,$$

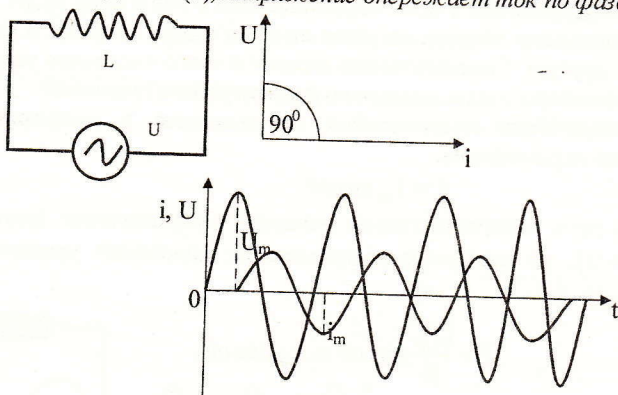
$$i = I_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (8)$$

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} \quad (9)$$

амплитуда силы тока. Применяя к (9) закон Ома, получаем **индуктивное сопротивление** цепи переменного тока в виде

$$R_L = \omega L. \quad (10)$$

Как видно из (8), *напряжение опережает ток по фазе на  $\pi/2$ .*





### §3. Электроемкость в цепи переменного тока

Когда цепь переменного тока содержит только электроемкость (т.е. конденсатор) ( $R \rightarrow 0, L \rightarrow 0$ ), напряжение на обкладках конденсатора будет равно приложенному внешнему напряжению, и уравнение вынужденных колебаний будет иметь следующий вид:

$$U_C = \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t. \quad (11)$$

Ток в цепи определится по производной заряда конденсатора по времени следующим образом:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CU_C) = \frac{d}{dt}(CU_m \cos \omega t) = -\omega CU_m \sin \omega t = I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (12)$$

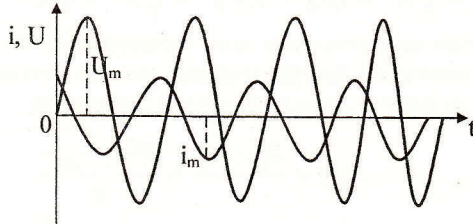
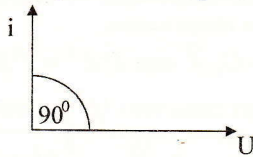
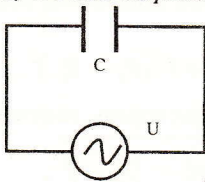
причем амплитуда тока равна

$$I_m = \omega CU_m. \quad (13)$$

Из (13) получаем выражение для емкостного сопротивления цепи

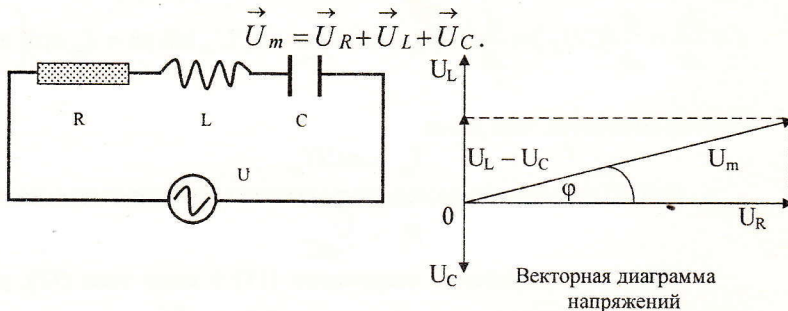
$$R_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (14)$$

Сравнивая выражения напряжения (11) и силы тока (12), убеждаемся, что ток опережает напряжение по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ .



### §4. Полная цепь переменного тока

Полная цепь переменного тока включает в себя активное сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$  и емкость  $C$ . При прохождении переменного тока в цепи амплитуды напряжений на  $R$ ,  $L$  и  $C$  обозначим, соответственно, через  $U_R, U_L, U_C$ . Составим векторную диаграмму напряжений на элементах цепи, с помощью которой гораздо легче описать процессы, происходящие в цепи переменного тока — амплитуда приложенного внешнего напряжения равно векторной сумме амплитуд отдельных напряжений в цепи:



Пользуясь **теоремой Пифагора**, из векторной диаграммы получим выражение приложенного напряжения

$$U_m^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \text{ или } I^2 Z^2 = I^2 R^2 + I^2 (R_L - R_C)^2.$$

Сокращая на квадрат силы тока ( $I^2$ ) и извлекая корень, получим:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где  $Z$  — полное сопротивление цепи переменного тока, называемое **импедансом**. Из векторной диаграммы видно, что ток отстает от приложенного напряжения на фазу  $\varphi$ , определяемую из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_L - R_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R},$$

а его амплитуда определяется выражением  $I_m = \frac{U_m}{Z}$  и, если напряжение в цепи изменяется по закону  $u = U_m \cos \omega t$ , то выражение для соответствующего тока запишется в виде  $i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ .

Сопротивление  $R_L - R_C = R^*$  называют реактивным сопротивлением. Следовательно, *полное сопротивление цепи (импеданс)* определяется с помощью *активного и реактивного* сопротивлений  $Z = \sqrt{R^2 + R^{*2}}$ .

## §5. Мощность цепи переменного тока

Мгновенное, т.е. зависящее от времени значение мощности, выделяющейся в цепи переменного тока, определяется выражением

$$P(t) = ui = U_m \cos \omega t \cdot I_m \cos(\omega t - \varphi) = U_m I_m \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \varphi) = U_m I_m \cdot (\cos^2 \omega t \cdot \cos \varphi + \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \varphi).$$

Ввиду периодичности цепи переменного тока важно определить среднее значение мощности, выделяющейся за период. Т.к. среднее

значение  $\overline{\cos^2 \omega t} = 1/2$ , а  $\overline{\sin \omega t \cdot \cos \omega t} = 0$ , получаем  $\bar{P} = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi$ .

Из векторной диаграммы следует, что  $\cos \varphi = R/Z$ , кроме того,

$$U_m/Z = I_m.$$

Подставляя эти выражения в формулу средней мощности, получим:

$$\bar{P} = \frac{I_m^2 R}{2}.$$

Такое же выражение имеет и мощность постоянного тока

$$P = \frac{I^2 R}{2}.$$

Сравнивая два эти выражения, получаем:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Это т.н. **эффективное (действующее)** значение силы переменного тока. Аналогичное выражение получается и для напряжения

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

✓ **Эффективным (действующим) значением силы переменного тока** называется значение силы постоянного тока, выделяющее в цепи ту же мощность, что и переменный ток данной амплитуды.

# Электромагнитное поле и волны

## §1. Электромагнитное поле. Ток смещения

Как было указано выше, изменяющееся магнитное поле порождает электрическое поле. В свою очередь, изменяющееся электрическое поле порождает магнитное. Это утверждение подчеркивает симметричность пространства и является фундаментальным.

Представим, что напряженность электрического поля  $\vec{E}$  внутри плоского диэлектрика изменяется по закону  $\frac{dE}{dt}$  в соответствии с зарядом, поданным на пластины также, как и магнитное поле индукции  $\vec{B}$ , возникающее там же. Проводя аналогию с законом Фарадея об электромагнитной индукции, можно записать

$$\int_l B dl = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt},$$

т.е. магнитное поле может быть порождено переменным электрическим полем. Из формулы циркуляции вектора  $\vec{B}$  следует

$$\int_l B dl = \mu_0 I,$$

т.е. магнитное поле может быть создано также и током в проводнике. Следовательно, существует по меньшей мере два способа порождения магнитного поля

- ✓ Переменным электрическим полем,
- ✓ Электрическим током.

Разумеется, оба способа равноценны и применимы, т.е. можем записать

$$\int_l B dl = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I = \mu_0 \left( \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + I \right).$$

Член  $\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$  имеет размерность тока. Этому члену присваивается название **тока смещения** (ток через конденсатор). Ток проводимости через конденсатор не течет, т.к. через конденсатор не проходит заряд. Тем не менее, ток смещения действительно является током, подтверждая тем самым концепцию о непрерывности тока.

- ✓ Совокупность взаимосвязанных, переменных электрического и магнитного полей называется **электромагнитным полем**.

## §2. Уравнения Максвелла

Основываясь на идеях Фарадея об электрическом и магнитном полях, великий английский физик **Джеймс Клерк Максвелл** развил макроскопическую теорию электромагнитного поля, созданного зарядами и токами, значительно превышающим размеры молекул. Основой теории являются **уравнения Максвелла**:

### Интегральная форма

✓ Первая пара уравнений Максвелла составлена уравнениями

$$1) \int_l E_l dl = -\frac{d\Phi_B}{dt} \text{ или } \int_l E_l dl = -\int_S \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}, \quad 2) \int_S B_n dS = 0.$$

Первое уравнение описывает закон электромагнитной индукции. Второе уравнение указывает на замкнутость линий магнитной индукции, а это означает, что у магнитного поля нет неподвижных источников.

✓ Вторая пара уравнений Максвелла составлена уравнениями

$$1) \int_l B dl = \mu_0 \left( \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + I \right) \text{ или } \int_l H_l dl = \int_S j_n dS + \int_S \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S},$$

$$2) \int_S E_n dS = \frac{q}{\varepsilon_0} \text{ или } \int_S D_n dS = \int_V \rho dV.$$

Первое уравнение связывает токи проводимости и смещения с порожденным магнитным полем. Второе уравнение показывает, что электрические силовые линии начинаются и заканчиваются на зарядах, т.е. у электрического поля есть неподвижные источники – заряды.

### Дифференциальная форма

Первая пара:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{B} = 0.$$

Вторая пара:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{D} = \rho.$$

Величины, входящие в формулы, связаны соотношениями:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad D - \text{индукция электрического поля, } H - \text{напряженность}$$

магнитного поля,  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  – закон Ома в дифференциальном виде,

$$j - \text{плотность тока, } \rho = \frac{dq}{dV} - \text{плотность заряда.}$$

### §3. Электромагнитные волны

Согласно теории Максвелла, когда в некоей точке пространства возникает переменное магнитное поле, оно затем распространяется в пространстве.

✓ **Распространение в пространстве переменного электромагнитного поля называется электромагнитной волной.**

Электромагнитная волна характеризуется электрическим и магнитным векторами  $\left( \vec{E}, \vec{B} \right)$ . Допустим, что в бесконечном, непроводящем

пространстве возникает электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$ . Ввиду отсутствия там заряда, это поле вскоре исчезнет но, по теории Максвелла,

уменьшение напряженности  $\vec{E}$  порождает возникновение магнитного поля

напряженностью  $\vec{H}$ . Ввиду отсутствия там тока, это поле тоже вскоре исчезнет – порождая при этом вихревое электрическое поле с напря-

женностью  $\vec{E}^*$ , которое, уничтожая первичное поле с напряженностью  $\vec{E}$ , возникает в других точках пространства. Уменьшение электрического

поля в данной точке порождает магнитное поле с напряженностью  $\vec{H}^*$ , которое, в свою очередь, уничтожая первичное поле с напряженностью

$\vec{H}$ , возникает в других точках пространства, и процесс повторяется и продолжается – таким образом происходит возникновение электромаг-

нитной волны. Для ее порождения требуется переменное электромагнитное поле достаточно высокой частоты, и обычный, т.н. **закрытый**

**колебательный контур** для этой цели непригоден, будучи не в состоянии излучать энергию в пространство. Немецкий физик **Генрих Герц** для этой

цели использовал **открытый колебательный контур** – преобразованный закрытый – пластины конденсатора удалены друг от друга на макси-

мальное расстояние – на длину растянутой в проволоку катушки контура, при этом размеры пластин уменьшаются, насколько это возможно. В

результате получается обычная антенна, которыми мы пользуемся ежедневно в телевизорах, радио, мобильных телефонах и т.д. При этом у кон-

тура сильно уменьшается емкость  $\left( C = \frac{\epsilon_0 \mathcal{E} S}{d} \right)$ , т.к. уменьшение  $S$  и увеличение  $d$  уменьшает  $C$ , а также индуктивность (она пропорциональна площади катушки, которая сводится к нулю при растягивании катушки в проволоку), что по формуле Томсона (формула периода и частоты электромагнитных колебаний)

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

ведет к увеличению частоты, а значит и энергии излучения волны, которая пропорциональна частоте ( $E \sim \nu^4$ ).

Электромагнитные волны обладают следующими свойствами:

- ✓ Электромагнитные волны поперечны;
- ✓ В вакууме (свободном пространстве) электромагнитные волны распространяются со скоростью света  $c$ , а любой другой среде – со скоростью  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ ;
- ✓ Векторы  $\vec{E}, \vec{H}, \vec{c}$  взаимно перпендикулярны;
- ✓ Модули векторов  $\vec{E}, \vec{H}$  связаны друг с другом следующими соотношениями:  $E\sqrt{\epsilon_0\epsilon} = H\sqrt{\mu_0\mu}$ , а скорость света в вакууме определяется из формулы  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ;
- ✓ Энергия на единицу поверхности плоской электромагнитной волны определяется вектором Пойнтинга – он представляет плотность потока энергии  $\vec{\Pi} = \left[ \vec{E} \times \vec{H} \right]$ . Он направлен по направлению распространения электромагнитной волны.

# Волновая оптика

## §1. Световые лучи. Законы отражения и преломления света.

Световые волны являются электромагнитными волнами, их главная характеристика – световой луч.

- ✓ Световым лучом называется направление распространения световой энергии.

Волновые свойства света наиболее ярко проявляются, когда линейные размеры освещаемых объектов (препятствий) ( $d$ ) значительно превышают длину световой волны ( $\lambda$ ), т.е. справедливо соотношение

$$d \gg \lambda.$$

Луч света распространяется по прямой линии – подтверждение этому наличие тени при освещении светом непрозрачного объекта. На границе раздела двух прозрачных или полупрозрачных сред с разной оптической плотностью наблюдается отражение и преломление света:

- ✓ Падающий, отраженный и преломленный лучи, а также нормаль к точке падения лежат в одной плоскости.
- ✓ При отражении света от гладкой поверхности угол падения равен углу отражения  $\alpha = \beta$ ,
- ✓ При преломлении света – при переходе света из одной среды в другую

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_{21},$$

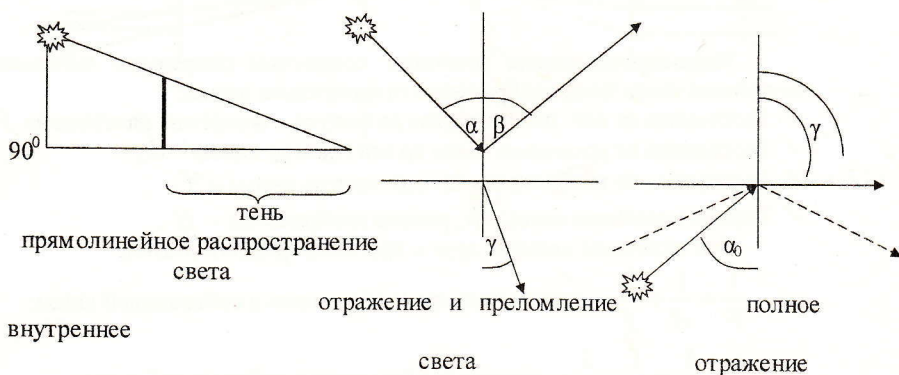
где  $n_{21}$  – относительный показатель преломления второй среды относительно первой. Есть еще и абсолютный показатель преломления светопроводящей среды  $n$

- ✓ Абсолютный показатель преломления показывает, во сколько раз скорость света в вакууме больше, чем в данной среде  $n = \frac{c}{v}$ .

Показатель преломления зависит от длины световой волны. Если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, с ростом угла падения растет и угол преломления, который изначально больше угла падения и, рано или поздно, наступит момент, когда угол преломления станет прямым углом ( $90^\circ$ ), т.е. преломленный луч будет скользить по границе раздела этих сред – соответствующий угол падения ( $\alpha_0$ ) называется предельным углом полного внутреннего отражения. При дальнейшем увеличении угла падения, угол преломления становится больше прямого, и луч отражается внутри первой среды –



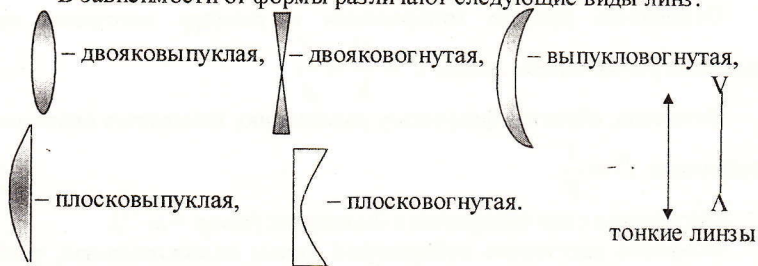
отсюда и название явления — полное внутреннее отражение,  $\sin \alpha_0 = 1/n$ .



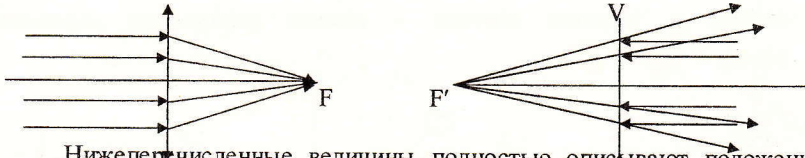
## §2. Линзы. Формула линзы.

✓ Линзой называется прозрачное тело, ограниченное сферическими поверхностями.

В зависимости от формы различают следующие виды линз:



Практический интерес представляют т.н. **тонкие линзы** — линзы, у которых средняя часть мало отличается от краев, т. е. радиус кривизны поверхности такой линзы  $R \rightarrow \infty$ . Построение изображения в тонких линзах связано с определенными лучами, ход которых заранее известен: **главная оптическая ось** — луч проходящий через центр тонкой линзы перпендикулярно ее плоскости. Лучи, проходящие через центр линзы, не преломляются (**побочные оси**). Лучи, идущие параллельно главной оптической оси, после преломления собираются в точке, называемой **фокусом** линзы. У двояковыпуклой линзы (**собирающая** линза) фокус **действительный**, у двояковогнутой (**рассеивающей**) он **мнимый**, т.к. лучи в ней после преломления рассеиваются и в мнимом фокусе можно собрать лишь мнимые продолжения этих лучей.



Нижеперечисленные величины полностью описывают положение источника света и его изображения относительно линзы:

- ✓ Расстояние от опт. центра линзы до фокуса – **фокусное расстояние**  $F$ ;
- ✓ Расстояние от источника света до опт. центра линзы –  $d$ ;
- ✓ Расстояние от изображения до опт. центра линзы –  $f$ ;
- ✓ Размер источника света –  $h$ , размер изображения –  $H$ .

Эти величины связаны друг с другом **формулой линзы**:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \text{ — действительное изображение в собирающей линзе;}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f} \text{ — мнимое изображение в собирающей линзе;}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d} \text{ — мнимое изображение в рассеивающей линзе}$$

(в рассеивающей линзе не может быть действительного изображения, оно всегда мнимое)

Отношение размера изображения к размеру источника света называется **увеличением** линзы  $\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}$ .

Величина, обратная фокусному расстоянию, называется **оптической силой** линзы  $D = \frac{1}{F}$ .

Оптическая сила измеряется в **диоптриях** ( $\text{дптр} = \text{м}^{-1}$ ).

Фокусное расстояние собирающей линзы **положительное**, рассеивающей – **отрицательное**.

## Электромагнитная природа света

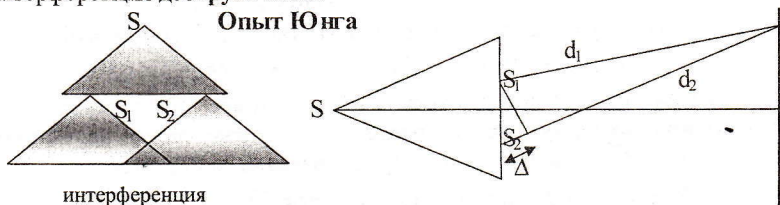
Свет представляет собой *электромагнитную волну*. Волновая природа света подтверждается тем, что световые лучи *интерферируют*, *дифрагируют*, имеет место *дисперсия*, *поглощение* и *рассеяние* света – все это характерно для любого волнового процесса. Следует отметить, что большая часть светового воздействия на природные объекты (*фотохимическое*, *тепловое* и др.) приходится на его электрическую составляющую, что касается *магнитной* – так она по большей части является лишь переносчиком энергии.

### §3. Интерференция света. Опыт Юнга

Явление интерференции подтверждает волновую природу света. Явление интерференции света открыл английский ученый Томас Юнг:

✓ **Интерференцией света** называется явление наложения (суперпозиции) когерентных<sup>1</sup> световых волн, в результате чего в данной области возникает чередование усиления и ослабления интенсивности света.

Когда в некоей точке пространства интенсивность превышает суммарную от двух независимых, но когерентных источников (ярко освещенная область), интерференция называется **конструктивной**, если же интенсивность будет меньше суммарной (затемненная область), интерференция **деструктивна**.



В опыте Юнга солнечный свет из отверстия  $S$  падал на непрозрачный экран с двумя отверстиями малого (порядка длины световой волны ( $d \sim \lambda$ )) размера ( $S_1, S_2$ ), которые служили вторичными, когерентными источниками света. На экране появлялись цветные области переменной интенсивности. Когда солнечный луч заменили **монохроматическим** (одноцветным) лучом, на экране в области наложения лучей из вторичных источников появились чередующиеся освещенные и затемненные области — наблюдалась интерференция. Во вторичных источниках света же наблюдалась дифракция света (о ней позже). Таким образом, гениальность Томаса Юнга проявилась в его способности простейшим опытом описать два важнейших явления волновой оптики — **интерференцию** и **дифракцию** света.

Пусть  $A_1, A_2$  — амплитуды волн, пришедших в точку интерференции из вторичных источников, и прошедших разные оптические пути  $d_1, d_2$ . Следовательно, у них есть разность хода, и при наложении между ними возникнет разность фаз. Как известно, если разность хода двух волн равна длине волны  $\lambda$ , то разность фаз равна  $2\pi$ . В нашем же случае, при разности хода  $d_2 - d_1 = \Delta$ , разность фаз будет  $\delta$ .

Берем пропорцию:  $\frac{\delta}{2\pi} = \frac{\Delta}{\lambda}$  или же

<sup>1</sup> Когерентные лучи или волны имеют одинаковую частоту  $\nu_1 = \nu_2$  и постоянную разность фаз  $\varphi = \text{const}$ .

$$\delta = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}. \quad (1)$$

Указанные лучи опишутся волновыми уравнениями

$$\xi_1 = A_1 \sin \omega t \text{ и } \xi_2 = A_2 \sin(\omega t + \delta),$$

$\omega = 2\pi/T$ , где  $T$  – период колебаний. Согласно принципу суперпозиции:

$$\begin{aligned} \xi = \xi_1 + \xi_2 &= A_1 \sin \omega t + A_2 \sin(\omega t + \delta) = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin \omega t \cdot \cos \delta + \\ &+ A_2 \cos \omega t \sin \delta = \sin \omega t \cdot (A_1 + A_2 \cos \delta) + A_2 \cos \omega t \cdot \sin \delta. \end{aligned}$$

Введем обозначения

$$A_1 + A_2 \cos \delta = R \cos \theta, \quad (2)$$

$$A_2 \sin \delta = R \sin \theta, \quad (3)$$

где  $R, \theta$  суть новые постоянные величины. Таким образом, получим:

$$\xi = R \sin \omega t \cos \theta + R \cos \omega t \sin \theta = R \sin(\omega t + \theta). \quad (4)$$

Выражение (4) подтверждает то ожидаемое обстоятельство, что результирующая двух когерентных волн также является волной с амплитудой  $R$ . Возводя в квадрат и складывая (2) и (3), получим:

$$\begin{aligned} R^2 \cos^2 \theta + R^2 \sin^2 \theta &= (A_1 + A_2 \cos \delta)^2 + (A_2 \sin \delta)^2 = \\ &= A_1^2 + 2A_1A_2 \cos \delta + A_2^2 \cos^2 \delta + A_2^2 \sin^2 \delta. \end{aligned}$$

Т.к.  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$  и  $\cos^2 \delta + \sin^2 \delta = 1$ , получим:

$$R^2 = A_1^2 + 2A_1A_2 \cos \delta + A_2^2.$$

Заменим амплитуды волн на интенсивность света, с учетом их взаимозависимости –  $I \sim A^2, R^2$ , упрощая, тем самым, выражение так, что оно переписется в виде:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \quad (5)$$

Когда  $\cos \delta = +1$ , т.е.  $\delta = 2\pi n$ ,  $n$  – целое число, из (5) получим

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2},$$

т.е. суммарная интенсивность больше суммы отдельных интенсивностей ( $I > I_1 + I_2$ ), и интенсивность  $I$  максимальна (освещенная область).

Соответствующее выражение для разности хода  $\Delta$  ищем из (1):

$$2\pi n = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \text{ и } \Delta = n\lambda.$$

Когда  $\cos \delta = -1$ , т.е.  $\delta = (2n+1)\pi$ , из (5) получим

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2},$$

т.е. суммарная интенсивность меньше суммы отдельных интенсивностей ( $I < I_1 + I_2$ ), и интенсивность  $I$  минимальна (затемненная область).

Соответствующее выражение для разности хода  $\Delta$  вновь ищем в (1):

$$(2n+1)\pi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \text{ и } \Delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Т.о., интенсивность света в разных точках экрана меняется от максимума до минимума, т.е. интерференционная картина представляет собой чередование освещенных и затемненных областей различной формы (в зависимости от формы самого источника света и вторичных источников).

Наиболее ярко интерференция проявляется, когда налагающиеся световые волны обладают одинаковой интенсивностью ( $I_1 = I_2 = I^*$ ).

Максимальная суммарная интенсивность –  $I = I^* + I^* + 2I^* = 4I^*$  – четырехкратное увеличение интенсивности – **четырёхкратная яркость**;  
 Минимальная суммарная интенсивность –  $I = I^* + I^* - 2I^* = 0$  – нулевая интенсивность – **абсолютная темнота**.

## §4. Интерференция в тонких пленках

Радужные мыльные пузыри и масляная пленка также цвета радуги на поверхности воды есть результат интерференции света в тонких пленках, которыми и являются вышеперечисленные предметы.

Представим тонкую пленку равномерной толщины  $d$  с показателем преломления  $n$ . Падающий на верхнюю поверхность пленки монохроматический луч частично отражается от нее вдоль  $AF$ , частично же преломляется внутрь вдоль  $AD$ . Дальше этот луч отражается от нижней поверхности пленки, идет вдоль  $DC$ , вторично преломляется и выходит наружу, излучаясь вдоль  $CE$ . Возникает, следовательно, разность хода  $\Delta$  между лучами  $AF$  и  $CE$ , которую следует вычислить. В данном случае мы будем иметь дело не с геометрической, а с оптической разностью хода:  $\Delta = n(AD + DC) - AB$ .

Из треугольников следует  $\frac{d}{AD} = \cos \gamma$ ,  $AD = \frac{d}{\cos \gamma}$ . Т.к.

$$AD = DC, n(AD + DC) = \frac{2dn}{\cos \gamma}, \frac{AB}{AC} = \sin \alpha, AB = AC \sin \alpha, \text{ но}$$

$AC = AO + OC \Rightarrow AO = OC \Rightarrow AC = 2AO, AO = dtg \gamma, AC = 2dtg \gamma$   
 и, следовательно,  $AB = 2dtg \gamma \sin \alpha$ . Согласно закону преломления света

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n, \text{ отсюда } \sin \alpha = n \sin \gamma, \text{ подставляя в } AB \text{ и учитывая, что}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma}, \text{ получим } AB = 2dn \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma}.$$

А теперь полученные выражения для  $n(AD + DC)$  и  $AB$  подставим в формулу  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos \gamma} - 2dn \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma} = \frac{2dn}{\cos \gamma} (1 - \sin^2 \gamma) = 2dn \cdot \frac{\cos^2 \gamma}{\cos \gamma} = 2dn \cos \gamma.$$

Следует отметить, что это выражение дает лишь **видимое**, но отнюдь не **истинное**, значение **разности хода**. Экспериментально, а также и на основе электромагнитной теории световых волн, было установлено, что при отражении света от поверхности оптически более плотной среды, теряется фаза  $\pi$ , соответствующая разности хода  $\lambda/2$ . Следовательно, истинная разность хода в данном случае окончательно определится выражением:

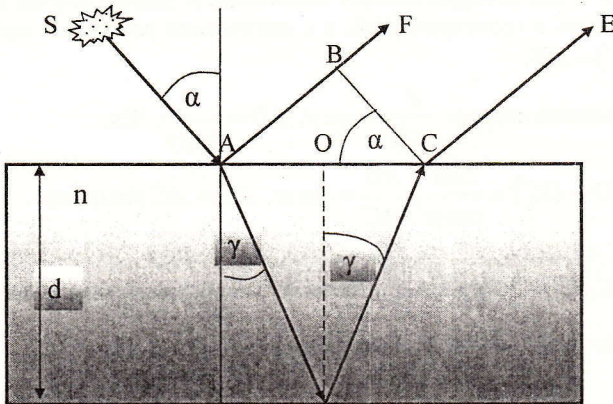
$$\Delta = 2dn \cos \gamma - \lambda/2.$$

При  $\Delta = n\lambda$ , имеет место **максимум интерференционной картины** – освещенная область  $2dn \cos \gamma - \lambda/2 = n\lambda$ , и

$$2dn \cos \gamma = (2n + 1)\lambda/2.$$

При  $\Delta = (2n + 1)\lambda/2$ , имеет место **минимум интерференционной картины** – затемненная область  $2dn \cos \gamma - \lambda/2 = n\lambda$ , и

$$2dn \cos \gamma = (n + 1)\lambda.$$



## §5. Принцип Гюйгенса-Френеля

Принцип Гюйгенса-Френеля дает возможность определить положение фронта волны<sup>1</sup> в любой момент времени, если известно его нынешнее положение:

- ✓ Все точки фронта волны определяются, как точечные источники вторичных сферических волн. Через определенный промежуток времени новое положение фронта волны будет поверхностью, касательной к этим вторичным волнам.

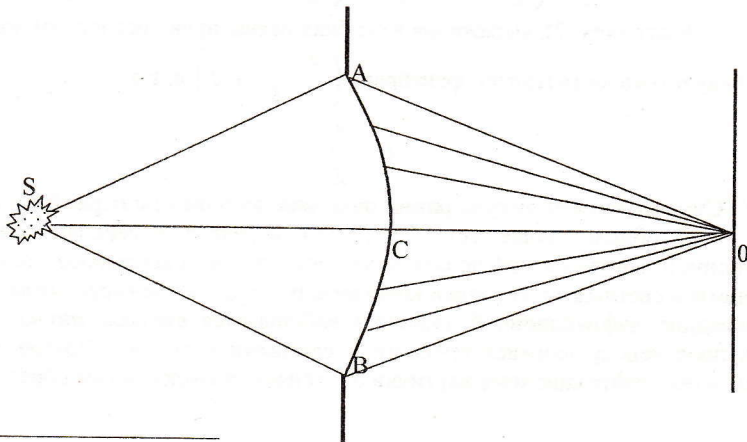
Каждая точка, в которую приходит волна, становится источником вторичных волн, распространяющихся по всем направлениям. При этом наблюдается взаимная интерференция вторичных волн, в результате вторичные волны гасят друг друга в боковых направлениях, зато усиливаются в первоначальном. По этой причине свет распространяется только в первоначальном направлении. Таким образом становится ясно, что

*свет прямолинейно распространяется в любой однородной среде.*

## §6. Дифракция света

- ✓ Дифракцией называется огибание светом малых препятствий, прохождение его сквозь малые отверстия и проникновение в область геометрической тени.

Если размер огибаемого светом препятствия или отверстия, в которое проходит свет, мал – порядка длины волны ( $d \rightarrow \lambda$ ), дифракция проявляется четко, с ростом размера отверстия (препятствия) дифракция проявляется слабее и, наконец, исчезает.



<sup>1</sup> Волновая поверхность, все точки которой колеблются в одной фазе (синфазно).

### Объяснение дифракции методом Френеля:

Рассмотрим прохождение света через малое круглое отверстие в экране. Для оценки интенсивности света в точке 0 используем следующий метод: из точки 0 строим конические поверхности до их пересечения с поверхностью сферической волны. Их длины подбираем таким образом, чтобы они отличались на  $\lambda/2$ . Волновая поверхность, т.о. делится на кольцевые зоны (зоны Френеля) одинаковой площади, каждая из которых является источником вторичных волн Гюйгенса.

Пусть  $A_1, A_2, \dots, A_N$  будут амплитуды вышеупомянутых световых волн (лучей). Лучи, выходящие из каждой соседней пары зон, различаются по фазе, что соответствует разности хода  $\lambda/2$ . Результирующая (суммарная) амплитуда в точке 0 будет, т.о. определяться следующим выражением:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_N. \quad (6)$$

Интенсивность (амплитуда) света уменьшается от центра зоны к ее краям  $A_1 > A_2 > \dots > A_m > \dots$ , причем амплитуда любой  $m$ -ой зоны определяется через соседние следующим образом:

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}, \quad (7)$$

$(m-1), (m+1)$  номера ей соседних зон.

Перепишем (6) в следующем виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \pm \frac{A_N}{2}.$$

Благодаря (7), выражения в скобках равны нулю, последним членом, ввиду его малости можно пренебречь  $\left( \frac{A_N}{2} \rightarrow 0 \right)$  и, т.о.

$$A = \frac{A_1}{2}. \quad (8)$$

✓ Суммарная амплитуда равна половине амплитуды первой зоны.

В общем случае, если число зон *нечетное*, в середине дифракционной картинке наблюдается **темное пятно**, окруженное чередующимися светлыми и темными кольцами. В случае же *четного* числа зон, в середине дифракционной картинке наблюдается **светлое пятно**, окруженное чередующимися темными и светлыми кольцами. Другие, более сложные дифракционные картинке объясняются аналогичным образом.

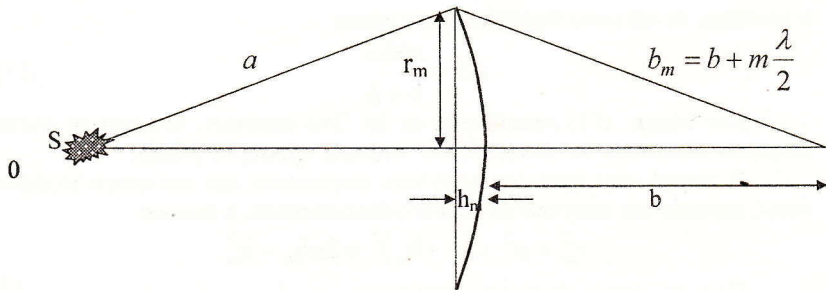


## §7. Зоны Френеля

В практических целях очень важно иметь возможность вычислить геометрические характеристики зон Френеля на волновой поверхности, в частности, определить расчетные формулы *высоты сегмента зоны*  $h$ , *площади зоны*  $\Delta S$  и *радиуса зоны*  $r$ . Как видно из рисунка, расстояние от края  $m$ -ой зоны до точки 0 определяется, как

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}, \quad (9)$$

$b$  – расстояние от центра волновой поверхности до точки 0.



$m$ -ая зона

Определим вначале высоту сегмента зоны, с помощью которой затем определится и ее площадь. Используем теорему Пифагора для двух прямоугольных треугольника на рисунке

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 \text{ и } r_m^2 = b_m^2 - (b + h_m)^2.$$

Приравнявая эти выражения и используя (9), получим:

$$a^2 - (a - h_m)^2 = \left( b + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (b + h_m)^2.$$

Откроем скобки

$$a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2 = b^2 + 2bm \frac{\lambda}{2} + m^2 \frac{\lambda^2}{4} - b^2 - 2bh_m - h_m^2.$$

После сокращения получим:

$$2ah_m = bm\lambda + m^2 \frac{\lambda^2}{4} - 2bh_m.$$

Для не очень больших значений  $m$  и, учитывая малость длины световой волны  $\lambda$ , членом  $m^2 \frac{\lambda^2}{4}$  вполне безболезненно можно пренебречь, получив, т.о., выражение для высоты сегмента зоны

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (10)$$

Площадь  $m$ -ой зоны определяется, как разность площадей  $m$ -ого и  $m-1$ -ого сегментов волновой поверхности:

$$\Delta S = S_m - S_{m-1}.$$

Площадь любого сферического сегмента равна  $S = 2\pi Rh$  ( $R$  — радиус, а  $h$  — высота сегмента). Следовательно, в нашем случае

$$S = 2\pi ah_m = \frac{\pi abm\lambda}{a+b},$$

и площадь  $m$ -ой зоны Френеля будет равна

$$\Delta S = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}. \quad (11)$$

Как видим, (11) независима от  $m$ . Это означает, что при не очень больших значениях  $m$  площади зон Френеля примерно равны.

А теперь нам осталось получить выражение для внешнего радиуса зоны, которое мы получим из первого соотношения, а именно

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = 2ah_m - h_m^2.$$

При не очень больших значениях  $m$   $h_m \ll a$ , т.е. членом  $h_m^2$  вполне можно пренебречь, т.е.  $r_m^2 = 2ah_m$  и подставляя сюда (10), получим

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}. \quad (12)$$

Следовательно, все геометрические параметры, характеризующие зоны Френеля, а именно  $h_m, \Delta S, r_m$  определены.

## §8. Поляризация света.

### Законы Малюса и Брюстера

Свет является поперечной электромагнитной волной, при этом векторы электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны и перпендикулярны направлению распространения волны. Атомы и молекулы источников света действуют независимо, и свет состоит из независимых волн, плоскости колебания которых хаотически ориентированы относительно направления распространения света. Такой свет, будучи поперечной волной, неполяризован и называется **естественным светом**. В отличие от него, в **поляризованном свете** колебания происходят в одной, определенной плоскости, перпендикулярной плоскости поляризации.

Если естественный свет падает на пластину из поляризующего материала (поляроида), пластина пропускает только те лучи, где электрический вектор колеблется параллельно направлению поляризации (параллельные линии на рисунке) и поглощает те, где колебания происходят перпендикулярно этому направлению. Вышедший из поляроида свет плоско-поляризован, причем интенсивность вышедшего света меняется в зависимости от угла поляризации  $\theta$  (угол между поляроидом и анализатором) следующим образом

$$I = I_m \cos^2 \theta,$$

где  $I_m$  — максимальное значение интенсивности вышедшего света, достигаемое при значениях угла  $\theta = 0$  и  $\theta = 180^\circ$ . Это выражение называется **законом Малюса**.

Очевидно, продольные волны не проявляют подобных эффектов.

Неполяризованный свет, падая на поляроид, расщепляется на две составляющие:

- ✓ Одна — перпендикулярная плоскости падения (обозначена точками), называется  $\sigma$ -составляющей,
- ✓ Другая — лежащая в этой плоскости (обозначена стрелками) называется  $\pi$ -составляющей.

В диэлектриках существует угол падения, называемый углом поляризации  $\alpha_p$ , при котором не наблюдается отражения  $\pi$ -составляющей. Т.о. отраженный луч малой интенсивности плоско-поляризован, его плоскость колебаний перпендикулярна плоскости падения.

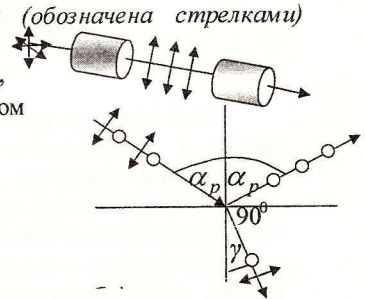
$\pi$ -составляющая полностью преломляется, при этом  $\sigma$ -составляющая преломляется лишь частично. При угле падения, равном углу поляризации, отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны

$$\alpha_p + \gamma = 90^\circ.$$

Из закона преломления света следует

$$\frac{\sin \alpha_p}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_p}{\sin(90^\circ - \alpha_p)} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_p}{\cos \alpha_p} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ или } \operatorname{tg} \alpha_p = \frac{n_2}{n_1}.$$

Это выражение представляет **закон Брюстера**.

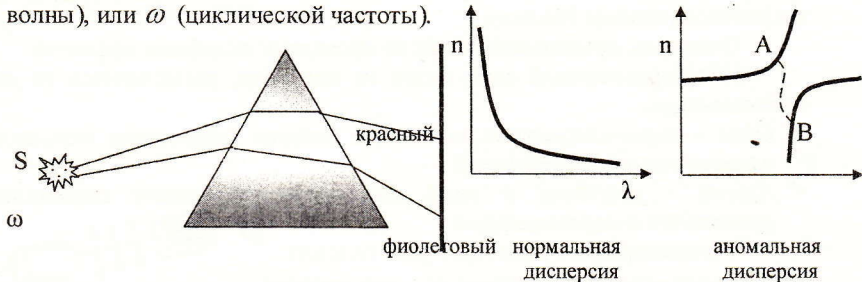


## §9. Дисперсия света.

Исаак Ньютон обнаружил, что когда белый свет падает на преломляющую поверхность призмы, луч после преломления разлагается на несколько разных монохроматических (одноцветных) составляющих (Ньютон насчитал семь цветов – цветов радуги: **красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый**). Это явление Ньютон назвал **дисперсией света**. Другим и словами,

✓ **дисперсией называется зависимость показателя преломления вещества от длины волны (частоты).**

$D = \frac{dn}{d\lambda}$  называется коэффициентом дисперсии вещества, показывающим изменение  $n$  в зависимости от изменения  $\lambda$  (длины волны), или  $\omega$  (циклической частоты).



Как видно из рисунка, показатель преломления прозрачной среды **растет** с уменьшением длины волны. Такую дисперсию называют **нормальной**. Когда же показатель преломления **уменьшается** с уменьшением длины волны, наблюдается **аномальная дисперсия**. Обычно она имеет место вблизи области поглощения.

Рассмотрим электронную теорию дисперсии – по этой теории дисперсия света представляет собой результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами вещества. Световые волны вынуждают колебания электронов в твердых телах. Применим эту теорию к однородному диэлектрику. Как известно, показатель преломления вещества определяется его диэлектрической проницаемостью

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad \varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E},$$

$\chi$  – диэлектрическая восприимчивость среды,  $P$  – мгновенное значение поляризации,  $E$  – напряженность электрического поля. Т.о.

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}.$$

При этом

$$P = n_0 p_d = n_0 e x_m,$$

где  $n_0$  — концентрация атомов в диэлектрике,  $p_d$  — наведенный момент диполя,  $x_m$  — смещение электрона ввиду воздействия электрического поля световых лучей,  $e$  — заряд электрона (элементарный заряд). Подстановка дает:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e x_m}{\varepsilon_0 E_m}. \quad (*)$$

При наличии смещения электрона в формуле пишется амплитуда напряженности электрического поля света.

Представим свет в виде синусоидальной электромагнитной волны

$$E = E_m \sin \omega t.$$

Запишем и решим уравнение вынужденных колебаний для электронов вещества, которые они совершают под воздействием электрического поля

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{F_m}{m} \cos \omega t = \frac{e E_m}{m} \cos \omega t, \quad x = x_m \cos \omega t,$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x_m \cos \omega t,$$

$$-\omega^2 x_m \cos \omega t + \omega_0^2 x_m \cos \omega t = \frac{e E_m}{m} \cos \omega t.$$

Сокращая на  $\cos \omega t$ , получим:

$$x_m (-\omega^2 + \omega_0^2) = \frac{e E_m}{m}, \quad \frac{x_m}{E_m} = \frac{e}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Подставляя  $\frac{x_m}{E_m}$  в (\*), приходим к качественному выражению для показателя преломления дисперсной среды

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Это выражение, помимо вышеуказанного эмпирического, уже математически демонстрирует зависимость показателя преломления вещества от циклической частоты электрического поля облучающего его света.

В области  $0 \leq \omega < \omega_0$ ,  $n^2 > 1$  и растет с ростом частоты  $\omega$  (нормальная дисперсия), при  $\omega = \omega_0$ ,  $n^2 = \pm \infty$ , а в области  $\omega_0 < \omega \leq \infty$ ,  $n^2 < 1$ , но растет (нормальная дисперсия), в области же  $AB$  наблюдается аномальная дисперсия (показатель преломления уменьшается с ростом циклической частоты).

## §10. Поглощение и рассеяние света.

При прохождении света в веществе световая энергия частично превращается во внутреннюю энергию вещества, частично же в энергию вторичного излучения в различных направлениях. Это явление называется **поглощением света**. Поглощение света описывается **законом Бугера**:

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

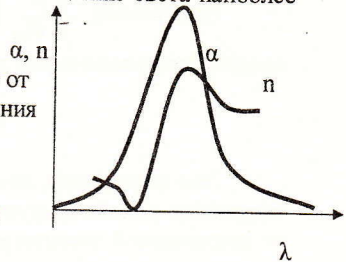
$I_0, I$  — соответственно, интенсивности падающего и прошедшего вещества излучения,  $x$  — толщина поглощающего слоя,  $\alpha$  — коэффициент поглощения, зависящий от длины волны (частоты), химического состава и состояния вещества, и абсолютно не зависит от интенсивности света. На рисунке показаны зависимость коэффициента поглощения и показателя преломления поглощающего вещества от длины световой волны. Как видно из рисунка, в области поглощения наблюдается аномальная дисперсия света. Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется расцветка тел. Когда на тело падает белый (сложный) свет, тело поглощает все лучи, кроме одного, который оно отражает. Этот цвет и является цветом тела.

Световая волна, падающая на прозрачное тело, вынуждает электроны твердого тела колебаться в зависимости от колебаний электрического вектора световой волны. Колеблющиеся электроны являются источниками вторичных электромагнитных (световых) волн, распространяющихся в произвольных направлениях. Максимальная интенсивность прошедшей световой волны наблюдается в направлении первоначально падающей волны. Боковое излучение распространяется в зависимости от хаотичных колебаний электронов — наблюдается **рассеяние света**, т.е. его распространение в произвольных направлениях. Рассеяние света наиболее ярко проявляется при прохождении света через газ — где колебания электронов сильнее

Интенсивность рассеянного света зависит от длины световой волны. Закон Бугера для рассеяния света переписывается в следующем виде:

$$I = I_0 e^{-(\alpha + \beta)x},$$

где  $\beta$  — коэффициент экстинкции (рассеяния) света.



## §11. Тепловое излучение.

- ✓ Тепловое излучение есть энергия, излучаемая телом в соответствии с его температурой.

Все тела способны излучать энергию. Излучение представляет собой электромагнитные волны. Они лишь различаются длинами волн, обладая одинаковой скоростью (скоростью света) в вакууме и подчиняясь одинаковым законам распространения, отражения, преломления, интерференции, дифракции и поляризации. В зависимости от длины волны, они подразделяются на

*γ-лучи, рентгеновские лучи, ультрафиолетовые лучи, видимый спектр, инфракрасные лучи, микроволны, радиоволны, низкочастотные волны.*

Список составлен в порядке уменьшения энергии (увеличения длины волны). В природе наиболее часто встречается именно **тепловое излучение**. Для его описания введены понятия **излучательной мощности** и **поглощательной мощности**.

**Излучательная мощность** – когда температура тела выше окружающей среды оно излучает тепловую энергию в окружающее пространство. При данной температуре уровень излучения зависит от природы поверхности тела, ее площади и длины волны излучения.

- ✓ Излучательная мощность есть энергия, излучаемая в единицу времени с единицы поверхности тела  $E_\lambda$ ,

а для всего диапазона длин волн

$$E = \int_{\lambda} E_\lambda d\lambda = \int_0^{\infty} E_\lambda d\lambda.$$

**Поглощательная мощность** – при тепловом облучении поверхности тела, часть энергии отражается от поверхности, часть поглощается, а часть проходит сквозь тело (пропускается телом). При данной температуре поглощенная часть энергии зависит от природы поверхности тела и длины волны излучения.

- ✓ Поглощательная мощность есть отношение поглощенной поверхностью энергии  $Q^*$  к энергии, падающей на поверхность за то же время  $Q$

$$A_\lambda = \frac{Q^*}{Q}.$$

Энергия, поглощенная единицей поверхности тела в единицу времени определяется, как  $A_\lambda \Delta Q$ ,  $\Delta Q$  – энергия излучения, падающая на тело.

### Закон Кирхгофа. Абсолютно черное тело

- ✓ Абсолютно черное тело – такое тело, которое полностью поглощает падающее на него излучение.
- ✓ Отношение излучательной мощности к поглотительной для излучений определенных длин волн и определенных температур постоянно для всех тел. Более того, оно равно излучательной мощности абсолютно черного тела – закон Кирхгофа.

Энергия, поглощаемая единичной площадью тела в единицу времени должна равняться энергии, излученной единичной же площадью тела в единицу времени, т.е.

$$A_{\lambda} \Delta Q = E_{\lambda} \Delta \lambda \quad \text{или} \quad \frac{E_{\lambda}}{A_{\lambda}} = \frac{\Delta Q}{\Delta \lambda}.$$

Для абсолютно черного тела  $A_{\lambda} = 1$ . Обозначив излучательную мощность абсолютно черного тела через  $R_{\lambda}$ , получается

$$R_{\lambda} = \frac{E_{\lambda}}{A_{\lambda}} = const,$$

т.е.

*хороший поглотитель энергии является и хорошим излучателем и наоборот.*

### Закон Стефана-Больцмана

Уровень излученной единицей поверхности абсолютно черного тела энергии пропорционален четвертой степени абсолютной температуры

$$R_{\lambda} = \sigma T^4, \quad \sigma - \text{постоянная Стефана.}$$

### Закон смещения Вина

Длина волны  $\lambda_m$ , соответствующая максимальной энергии излучения и абсолютная температура  $T$  взаимосвязаны следующим образом

$$\lambda_m T = const.$$



# Квантовая оптика

## §1. Фотоэлектрический эффект

Физиками многих стран к началу XX века было выявлено достаточное количество оптических явлений, необъяснимых с точки зрения волновой природы света. Выход из непростой ситуации нашел Макс Планк, который разработал квантовую теорию света, введя в обиход и понятие квантов – очень малых порций энергии. Тем самым было введено и понятие дуализма (двойственности) света – он одновременно проявляет как волновые, так и квантовые свойства. Согласно квантовой теории света

- ✓ Свет распространяется в пространстве в виде потока мельчайших порций энергии – квантов.

Энергия кванта пропорциональна частоте (длине волны) света

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}. \text{ (формула Планка)}$$

$$(h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ дж}\cdot\text{с} - \text{постоянная Планка})$$

Одним из оптических явлений, необъяснимых с точки зрения волновой теории, зато превосходно объясняемых квантовой, является фотоэлектрический эффект или, просто, фотоэффект:

- ✓ в результате облучения металлической пластинки светом определенной частоты, с ее поверхности начинается испарение электронов.

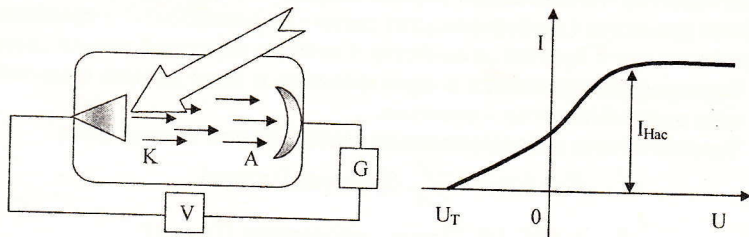
Опираясь на квантовую теорию Планка великий физик Альберт Эйнштейн дал качественное и количественное объяснения явлению фотоэффекта. По Эйнштейну, квант света, попадая на металлическую пластинку, проникает внутрь металла, полностью передавая свою энергию свободному (не связанному с ядром атома) электрону, т.н. электрону проводимости (по принципу: *один квант – одному электрону*). За счет полученной энергии электрон покидает объем металла и выходит наружу – происходит испарение электронов с поверхности металла. Процесс энергопередачи следующий: полученную от кванта энергию электрон частично тратит на совершение работы выхода из металла, а оставшаяся часть превращается в его кинетическую энергию, за счет которой электрон имеет возможность перемещаться в пространстве

$$E = W + E_K, \text{ или же } h\nu = W + \frac{m_e v^2}{2}. \text{ (формула Эйнштейна)}$$

Здесь  $W, m_e, v$ , соответственно, работа выхода электрона из металла, его масса и скорость.

Опыт по фотоэффекту был проведен русским ученым Столетовым (рисунок): в вакуумированный баллон впаены положительный (анод) и отрицательный (катод) электроды, подсоединенные к соответствующим

полюсам источника. Под воздействием монохроматического излучения, падающего на катод (Столетов использовал серебряную пластинку – катод и ультрафиолетовые лучи), электроны покидают металл и под воздействием электрического поля, существующего между анодом и катодом, устремляются к аноду – цепь замыкается – в ней течет ток, названный фототоком. С ростом напряжения между электродами растет и фототок, однако, достигнув определенного значения (ток насыщения) он перестает расти. Объяснение этого явления весьма простое –



у вышедших из металла электронов разная кинетическая энергия – у одних она велика и такие электроны самостоятельно долетают до анода, у других она мала и именно их переносит к аноду электрическое поле. Однако, при определенном напряжении абсолютно все электроны, покидающие металл в единицу времени, достигают анода, а так как величина тока зависит от числа носителей заряда, то ток достигает своего максимума – состояния насыщения. Ясно, что дальнейшее увеличение напряжения теряет всяческий смысл. Из графика видно, что ток существует и при отрицательных значениях напряжения (благодаря электронам с большой кинетической энергией). То значение отрицательного напряжения, которое прекращает фотоэффект, называется **тормозящим напряжением**  $U_T$ . Соответствующая ей работа электрического поля, очевидно, будет равна кинетической энергии заторможенных ею электронов

$$eU_T = m_e v^2 / 2.$$

Минимальная частота (максимальная длина волны) падающего на металл излучения, при которой начинается фотоэффект, называется **красной границей фотоэффекта**  $\nu_m = c / \lambda_m$ . Ясно, что соответствующая энергия кванта численно будет равна работе выхода электрона из металла, т.к. на придания электрону кинетической энергии световой волне уже не хватает энергии

$$h\nu_m = h c / \lambda_m = W.$$

С учетом этих соотношений формула Эйнштейна может принять и такой вид:

$$h\nu = h\nu_m + eU_T \text{ или } h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_m} + eU_T.$$

В дальнейшем, для удобства восприятия и других практических целей, в качестве замены кванту, было введено понятие **фотона – элементарной частицы, обладающей энергией кванта и существующей только в движущемся состоянии** (у фотона нет массы покоя). Очевидно, что одной из основных характеристик подобной частицы будет ее импульс  $p = m^*c$ . Энергия фотона, помимо известной формулы Планка, определяется еще и общей формулой энергии Эйнштейна  $E = m^*c^2$ . Сравнивая все возможные выражения друг с другом, получим ряд очень полезных соотношений:

$$E = pc, \quad m^*c^2 = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow m^*c = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}, \quad m^*c^2 = h\nu;$$

## §2. Эффект Комптона

При бомбардировке потоком быстрых электронов твердых тел возникает мощное, невидимое излучение, названное **рентгеновскими лучами** по имени их открывателя – известного физика Рентгена.

- ✓ **рентгеновские лучи – очень коротковолновое (высоочастотное) электромагнитное излучение огромной проникающей способности, ее фотоны обладают колоссальной энергией.**

Экспериментально выяснилось, что рентгеновские лучи движутся со скоростью света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, они не отклоняются в магнитном и электрическом полях и, следовательно, не обладают зарядом, они ионизируют газ при прохождении в нем, подвергаются интерференции, дифракции, поляризации и т.д.

Известный физик **Комптон** наблюдал прохождение рентгеновских лучей через твердое вещество и, к своему изумлению, обнаружил в рассеянном излучении волны большей длины, нежели в падающем  $\lambda' > \lambda$ ,  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  – комптоновское смещение. Он объяснил этот факт с квантовой точки зрения: рентгеновские фотоны сталкиваются со свободными электронами рассеивающего вещества, передавая им часть своей энергии. При этом их энергия уменьшается (длина волны растет). Используя законы сохранения энергии и импульса, Комптон получил выражение для смещения:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \theta), \text{ где } \theta \text{ – рассеивающий угол.}$$

# Атомная и ядерная физика

## (краткий обзор)

### Атомная физика

Атом является составной частью молекул вещества. Строение атома открыто английским физиком Эрнестом Резерфордом. Атом состоит из положительно заряженного ядра и электронов, вращающихся вокруг него по постоянным круговым орбитам. В ядре сосредоточен весь положительный заряд атома и почти вся его масса – общая масса электронов значительно меньше массы ядра. Зато само ядро занимает весьма незначительную часть объема атома: радиус ядра  $10^{-15}$  м, а радиус сферы, в которой сосредоточены электроны – он же и размер самого атома, равен  $10^{-10}$  м.

Атом электронейтрален – общий отрицательный заряд электронов равен положительному заряду ядра.

Поведение атома описано постулатами датчанина Нильса Бора:

- ✓ *Когда атом находится в стационарном энергетическом состоянии, он не излучает и не поглощает энергию.*
- ✓ *При переходе из одного стационарного энергетического состояния в другое, атом излучает или поглощает квант энергии*

$$h\nu = E_i - E_k, \quad (i > k).$$

Распределение электронов по орбитам в атоме дается 4 квантовыми числами и принципом запрета Паули:

#### Квантовые числа:

1. главное квантовое число –  $n$ ,
2. орбитальное квантовое число –  $\ell$ ,
3. магнитное квантовое число –  $m$ ,
4. спиновое квантовое число –  $s$ .

**Принцип Паули:** на одной орбите может находиться не более двух электронов, причем у них противоположные спины  $+\frac{1}{2}$  и  $-\frac{1}{2}$ .

Существуют вещества, самопроизвольно излучающие энергию (**естественная радиоактивность**) в пространство – радиоактивные вещества (уран, плутоний, торий и др.). Их излучение подразделяется на три вида:

- ✓  $\alpha$  – излучение – поток ядер гелия (двукратно ионизированных атомов гелия), это тяжелое, медленное (скорость  $c/15 = 20000$  км/с) излучение,
- ✓  $\beta$  – излучение – поток быстрых электронов (почти скорость света), легкое, быстрое излучение,
- ✓  $\gamma$  – излучение – очень коротковолновое электромагнитное излучение с огромной энергией, колоссальной проникающей способностью и разрушительной силой.

В отличие от  $\alpha$  и  $\beta$  лучей,  $\gamma$  лучи не отклоняются электрическим и магнитным полями.

Невозможно точно определить положение в пространстве движущейся элементарной частицы в некий момент времени. Немецкий физик **Макс Борн** ввел понятие волновой функции  $\Psi^2$ , определяющей вероятность нахождения частицы вблизи данной точки пространства и, если  $dV$  есть элементарный объем, содержащий эту точку, то вероятность нахождения частицы внутри этого объема составляет  $\Psi^2 dV$ .

Фундаментальное уравнение квантовой механики, определяющее волновую функцию  $\Psi$  при разнообразных видах движения и взаимодействия частиц, носит название **уравнения Шредингера**:

$$-\hbar^2 \frac{\Delta \Psi}{2m} + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

здесь  $\hbar = h/2\pi$ ,  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $U(x, y, z, t)$  – потенциальная энергия частицы.

## Ядерная физика

Атомное ядро состоит из элементарных частиц двух видов: положительных **протонов** и нейтральных **нейтронов**. Заряд протона равен заряду электрона по модулю и противоположен по знаку, ясно, что их количество в ядре также одинаково. Число протонов обозначено через  $Z$ , а нейтронов — через  $N$ . Их сумму называют **атомным числом**  $A$  и общее название у них — нуклоны.

$$A = Z + N.$$

Любой элемент с их помощью записывается как  $X_Z^A$ . Атомы одного и того же элемента, имеющие одинаковое число протонов, но разное число нейтронов и, по этой причине, различающиеся рядом свойств, называются **изотопами**. У изотопов одинаковое  $Z$ , но разные  $N$ ,  $A$ .

В общем случае масса покоя ядра меньше сумм масс составляющих его нуклонов. Разницу между этими массами называют дефектом массы

$$\Delta M = (Zm_p + Nm_n) - M_0.$$

$m_p \approx m_n = 1836m_e$  — массы протона, нейтрона и электрона, соответственно,  $M_0$  — масса покоя ядра.

Между нуклонами существуют огромные по величине силы взаимодействия — насколько трудно расщепить ядро на нуклоны, также невозможно соединить отдельные нуклоны в ядро из-за возникающих сил взаимного притяжения и отталкивания, соответственно. Огромное численное значение имеет и соответствующая **энергия связи** атомных ядер — энергия, высвобождающаяся при расщеплении ядра

$$E_c = \Delta Mc^2.$$

Радиоактивность, или же  $\alpha, \beta, \gamma$  — излучения, имеет место при расщеплении атомного ядра. Расщепление ядер подчиняется статистическому закону вероятности. Хотя невозможно определить заранее, который из атомов расщепится в данный момент, число расщепляющихся в единицу времени атомов пропорционально числу находящихся в данный момент радиоактивных атомов

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

$\lambda$  — постоянная распада, радиоактивная характеристика атома. Минус указывает на то, что с увеличением времени  $t$  число атомов  $N$  уменьшается.

Если через  $N_0$  обозначить число атомов, существующих в началь-  
ный момент времени ( $t = 0$ ), а через  $N$  — число атомов, оставшихся к  
концу промежутка времени  $t$ , то имеем:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \ln N|_{N_0}^N = -\lambda t, \text{ и, следовательно,}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Периодом полураспада радиоактивного элемента  $T_{1/2}$  называется

- ✓ время, за которое расщепляется половина всех атомов элемента, т.е. за это время радиоактивность элемента уменьшается наполовину.

Произведя в формуле для  $N$  замены  $N \rightarrow N_0/2, t \rightarrow T_{1/2}$ , получим

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, e^{\lambda T_{1/2}} = 2, \lambda T_{1/2} = \ln 2, \text{ т.е.}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

### Цепные ядерные реакции

- ✓ расщепление ядер — процесс, при котором ядра тяжелых элементов ( $A > 230$ ) распадаются на два и более осколков разного размера с высвобождением колоссальной энергии.

При бомбардировке урана  $U_{92}^{235}$  медленными нейтронами его ядро распадается на два осколка, которые при этом образуют ядра элементов бария и криптона. Во время реакции высвобождается 2-3 нейтрона, которые, в свою очередь, расщепляют другие ядра. Таким образом осуществляется т.н. **цепная ядерная реакция**, идущая уже самостоятельно, после первичного облучения до тех пор, пока уран не иссякнет или реакция не будет остановлена искусственным путем. При неконтролируемой реакции очень скоро она принимает лавинообразный характер и происходит ядерный взрыв. Если число высвобождающихся нейтронов ( $N$ ) меньше суммы поглощенных ( $K$ ) и вылетевших наружу ( $L$ ) нейтронов, т.е.  $N < K + L$  или же  $\frac{N - K}{L} < 1$ , то рано или поздно реакция прекратится. Если же

$N > K + L$  или же  $\frac{N - K}{L} > 1$ , то реакция продолжается и идет по нарастающей. Это отношение (отношение числа нейтронов нового поколения к числу нейтронов предыдущего поколения) называется коэффициентом размножения нейтронов  $k$ :

$k < 1$  — реакция затухает,  $k \geq 1$  — реакция продолжается.

Реакция становится неуправляемой (происходит атомный взрыв) при значении коэффициента размножения  $k = 1,01$ .

### Термоядерные реакции

- ✓ термоядерная реакция — процесс слияния двух ядер легких элементов ( $A < 8$ ) при очень высокой температуре с образованием достаточно тяжелого ядра и мгновенным высвобождением очень большой энергии.

Такие реакции имеют место на Солнце и других звездах при температуре  $\sim 10^7 K$  с полной ионизацией атомов. Вещество в таком состоянии образовано отдельными, очень быстро движущимися ядрами и электронами и называется плазмой.

До начала реакции составные ядра надо приблизить друг к другу на расстояние порядка  $10^{-14}$  м. Для такого близкого сближения следует передать им большую кинетическую энергию, что достигается путем их нагрева до очень высокой температуры ( $10^9 K$ ) при очень высоком давлении.

Следует отметить, что удельная энергия (энергия при пересчете на один нуклон) термоядерной реакции значительно превышает удельную энергию ядерной реакции.



# О г л а в л е н и е

## Э л е к т р о д и н а м и к а

1. Постоянный электрический ток -----	4
2. Электродвижущая сила (эдс) -----	5
3. Соединение проводников -----	5
4. Закон Ома для участка цепи и его дифференциальный вид -----	6
5. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца и его дифференциальный вид -----	7
6. Закон Ома для полной (замкнутой) цепи -----	8
7. Правила Кирхгофа -----	9
8. Электрический ток в жидкостях. Законы Фарадея для электролиза -----	9
9. Термоэлектронная эмиссия -----	11
10. Электрический ток в газах -----	12
11. Электрический ток в полупроводниках -----	13

## М а г н е т и з м

1. Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Магнитные силовые линии -----	14
2. Магнитный поток. Теорема Гаусса -----	15
3. Циркуляция вектора магнитной индукции -----	15
4. Закон Био-Савара-Лапласа -----	16
5. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Сила Ампера -----	16
6. Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле. Сила Лоренца -----	17
7. Определение удельного заряда электрона -----	18
8. Эффект Холла -----	19
9. Магнитные свойства вещества -----	20
10. Явление электромагнитной индукции -----	23
11. Закон электромагнитной индукции – закон Фарадея -----	23
12. Правило Ленца -----	24
13. Индуктивность. Самоиндукция -----	24
14. Энергия магнитного поля -----	25

## Э л е к т р о м а г н и т н ы е к о л е б а н и я

1. Гармонические (свободные) электромагнитные колебания -----	26
2. Затухающие электромагнитные колебания -----	29
3. Вынужденные электромагнитные колебания -----	30

## П е р е м е н н ы й т о к .

1. Переменный ток. Цепь переменного тока -----	31
2. Индуктивность в цепи переменного тока -----	32
3. Емкость в цепи переменного тока -----	33
4. Полная цепь переменного тока -----	34
5. Мощность цепи переменного тока -----	35

## **Электромагнитное поле и волны**

1. Электромагнитное поле. Ток смещения -----	36
2. Уравнения Максвелла -----	37
3. Электромагнитные волны -----	38

## **Волновая оптика**

1. Световые лучи. Законы отражения и преломления света -----	40
2. Линзы. Формула линзы -----	41
3. Интерференция света. Опыт Юнга -----	43
4. Интерференция в тонких пленках -----	45
5. Принцип Гюйгенса-Френеля -----	47
6. Дифракция света -----	47
7. Зоны Френеля -----	49
8. Поляризация света. Законы Малюса и Брюстера -----	50
9. Дисперсия света -----	52
10. Поглощение и рассеяние света -----	54
11. Тепловое излучение -----	55

## **Квантовая оптика**

1. Фотоэлектрический эффект -----	57
2. Эффект Комптона -----	59

<b>Атомная и ядерная физика (краткий обзор) -----</b>	<b>60</b>
---	-----------

**ТЕКСТ ВОСПРОИЗВОДИТСЯ В ТОМ ВИДЕ,  
В КОТОРОМ ПРЕДСТАВЛЕН АВТОРАМИ**

Сдано в производство 26.03.2009 г. Подписано в печать  
10.04.2009 г. Формат бумаги 60X84 1/16. Усл. печ. л. 4. Тираж  
100 экз.

Издательский дом "Технический университет", Тбилиси,

Ул. М. Костава, 77



Verba volant,  
scripta manent