ნ. მაისურაძე, მ. ცირეკიძე, მ. შენგელია

ლექციების კურსი ზოგად ფიზიკაში

I ნაწილი

2016 წ.

წინამდებარე სახელმძღვანელო წარმოადგენს ლექციების კურსის ელექტრონულ ვერსიას ზოგად ფიზიკაში. იგი შედგენილია ამჟამად მოქმედი ზოგადი ფიზიკის სილაბუსის მიხედვით.

წიგნი გამიზნულია ინფორმატიკისა და მართვის სისტემების ფაკულტეტის სტუდენტებისათვის. ასევე ამ წიგნით შეუძლია ისარგებლონ ენერგეტიკის, სამშენებლო, სამთო - გეოლოგიის, სატრანსპორტო და მანქანათმშენებლობის ფაკულტეტის სტუდენტებმა.

ავტორთა მიზანია სწორი წარმოდგენა შეუქმნას სტუდენტებს გამოცდებზე მოთხოვნათა დონის შესახებ და დაეხმაროს მათ ფიზიკის გამოცდებისათვის მომზადებაში.

ამ ლექციების კურსით შეუძლიათ ისარგებლონ ფიზიკის ლექტორებმაც და ასევე სხვა პირებმაც, რომლებიც დაინტერსდება ფიზიკის სასწავლო კურსით საქ. ტექნიკურ უნივერსიტეტში.

ამჟამად წარმოდგენილია I სემესტრის 15 სალექციო კვირის მასალა, რომელიც დაყოფილია პროგრამით გათვალისწინებული თითოეული კვირის ლექციების მიხედვით.

ავტორები მწუხარებას გამოთქვამენ, რომ მათ რიგებს გამოაკლდა ნიჭიერი მეცნიერი და თავისი პროფესიის ღრმა მცოდნე პროფესორი ნოდარ მაისურაძე, რომელსაც დიდი წვლილი აქვს შეტანილი წინამდებარე ფიზიკის ლექციების კურსის შედგენაში.

სარჩევი

I ლექცია

მექანიკური მოძრაობა. ათვლის სისტემა. მოძრაობის კინემატიკური განტოლებები. წრფივი თანაბარი და თანაბრადცვლადი მოძრაობები. მათი განტოლებები.

§1. მექანიკური მოძრაობა, ათვლის სისტემა; მოძრაობის კინემატიკური განტოლებები;

მექანიკა არის ფიზიკის ნაწილი, რომელიც შეისწავლის მექანიკურ მოძრაობას. მექ. მოძრაობა ეწოდება ერთი სხეულის მდებარეობის შეცვლას მეორის მიმართ. მექანიკა შედგება სამი ნაწილისაგან: კინემატიკა., დინამიკა და სტატიკა. კინემატიკა მექანიკის ნაწილია, რომელიც შეისწავლის სხეულის მოძრაობას ამ მოძრაობის გამომწვევი მიზეზებისაგან დამოუკიდებლად. დინამიკა შეისწავლის სხეულის მოძრაობას მის გამომწვევ მიზეზებთან ერთად. სტატიკა სწავლობს სხეულის წონასწორობის პირობებს.

მექანიკური მოძრაობის ყველაზე მარტივი შემთხვევაა წერტილის მოძრაობა. ამოცანის გამარტივების მიზნით, ზოგჯერ მთელ სხეულს იხილავენ, როგორც ერთ წერტილს. ამისთვის შემოაქვთ ნივთიერი, ანუ მატერიალური წერტილის ცნება. ნივთიერი, ანუ მატერიალური წერტილი ეწოდება ისეთ სხეულს, რომლის ზომები შეიძლება უგულებელვყოთ მოცემული ამოცანის განხილვისას. ასეთ შემთხვევაში ფიზიკური სხეულის მოძრაობის ნაცვლად ვიხილავთ ერთი ისეთი წერტლის მოძრაობას, რომელიც ისეთივე მოძრაობას ასრულებს, როგორსაც განსახილველი სხეული. ერთი და იგივე სხეული ზოგ შემ-ში მატერიალური წერტილია, ზოგში არა. მაგ. დედამიწა, როდესაც ის მოძრაობს მზის გარშემო, მატერიალური წერტილია (ფარდობა დედამიწიდან მზემდე მანძილისა დედამიწის დიამეტრთან დაახლოებით 1200-ის ტოლია). ნივთიერი წერტილის მოძრაობა მექანიკური მოძრაობის ყველაზე მარტივი შემთხვევაა.

კლასიკური (არაკვანტური) მექანიკა იყოფა ნიუტონის (არარელატივისტური) და რელატივისტურ მექანიკად. ნიუტონის მექანიკას საფუძვლად უდევს ნიუტონის კანონები და ის მართებულია ისეთი მაკროსკოპიული სხეულებისთვის, რომელთა სიჩქარეებიც გაცილებით ნაკლებია სინათლის სიჩქარეზე (v YY c). რელატისტური მექანიკა კი მართებულია სინათლის მახლობელი სიჩქარეებისთვის (v ù c).

ყოველი სხეული მოძრაობისას აღწერს წირს, რომელსაც ტრაექტორია ეწოდება. ტრაექტორია შეიძლება იყოს წრფე ან მრუდი წირი. შესაბამისად გვექნება წრფივი და მრუდწირული მოძრაობა. ტრაექტორიის გასწვრივ წერტილის მიერ გავლილ მანძილს გზა ეწოდება. გზა სკალარული სიდიდეა (ხასიათდება მარტო რიცხვითი მნიშვნელობით). ამას გარდა ასევე შემოტანილია გადაადგილების (კინემატიკური სიდიდის) ცნება. ვექტორს, რომელიც წერტილის საწყის მდებარეობას აერთებს საბოლოო მდებარეობასთან, გადაადგილება, ანუ გადაადგილების $\vec{s}$ ვექტორი ეწოდება. ის ვექტორული სიდიდეა (ხასიათდება როგორც რიცხვითი მნიშვნელობით – სიდიდით, ასევე მიმართულებით) ე.ი. სხეულის მდებარეობა რომ ვიპოვოთ დროის ნებისმიერ მომენტში, უნდა ვიცოდეთ მისი საწყისი მდებარეობა და დროის ამ მომენტისათვის შესრულებული გადაადგილება.

შეიძლება ითქვას, რომ კინემატიკის ძირითადი ამოცანაა განვსაზღვროთ სხეულის მდებარეობა დროის ნებისმიერი მომენტისათვის, თუ ცნობილია სხეულის საწყისი მდებარეობა და საწყისი სიჩქარე (საწყისი პირობები) და ცნობილია მოძრაობის სახე.

სხეულის მოძრაობა კი ცნობილია, თუ ცნობილია მისი მდებარეობა დროის ნებისმიერ მომენტში. სხეულის მდებარეობა კი განისაზღვრება რომელიმე სხვა სხეულის მიმართ, რომელიც პირობით უძრავადაა მიღებული და რომლის მიმართაც განიხილება მოცემული სხეულის მოძრაობა. ამ სხვა სხეულს ათვლის სხეული ეწოდება. მას უკავშირებენ საკორდინატო სისტემას. გარდა ამისა პროცესი უნდა იყოს ქრონომეტრიზებული, ანუ საჭიროა

დროის საზომი ხელსაწყო, რომლითაც განისაზღვრება მოძრავი სხეულის სივრცეში მდებარეობების შესაბამისი დროის მომენტები.

ათვლის სხეულს, მასთან დაკავშირებულ საკოორდინატიო სისტემას (ყველაზე გავრცელებულია დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემა) და დროის ასათვლელ ხელსაწყოს ერთობლიობაში – ათვლის სისტემა ეწოდება.

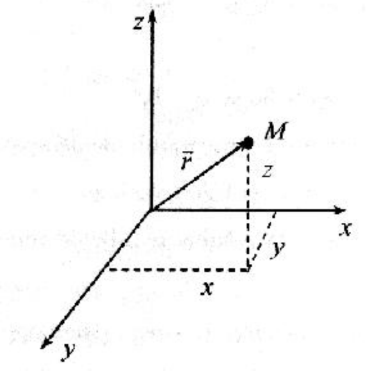
ათვლის სისტემას, რომლის მიმართ სხეული, რომელზეც სხვა სხეულების მოქმედება გაწონასწორებულია, უძრავია ან თანაბრად და წრფივად მოძრაობს, ათვლის ინერციული სისტემა ეწოდება. გარკვეული მიახლოებით ასეთი სისტემაა დედამიწის ზედაპირზე უძრავ სხეულთან დაკავშირებული ათვლის სისტემა (დედამიწის დღე-ღამური ბრუნვა მხედველობაში არ მიიღება).

განტოლებებს, რომლებიც მოცემული ათვლის სისტემის მიმართ წერტილის ან სხეულის მოძრაობის კანონზომიერებებს ასახავენ, მოძრაობის განტოლებები ეწოდება.

სივრცეში დეკარტის მართკუთხა საკორდინატო სისტემაში წერტილის მდებარეობა განისაზღვრება სამი – x, y და z კოორდინატით. წერტილის მოძრაობის დროს მისი კოორდინატები იცვლება დროის განმავლობაში და დროის ყოველ მომენტს შეესაბამება x,y,z-ის გარკვეული მნიშვნელობა, ანუ კოორდინატები დროის ფუნქციებს წარმოადგენენ, რაც ასე ჩაიწერება

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t) \qquad (1.1),$$

დეკარტეს მართკუთხა სისტემაში M ნივთიერი წერტილის მდებარეობა, რომლის რადიუს ვექტორია $\vec{r}$, (ანუ ვექტორი, რომელიც მიმართულია კოორდინატთა სათავიდან ამ წერტილისაკენ), განისაზღვრება სამი კოორდინატით – x,y,z (ნახ. 1.1 –მარცხენა). სხეულის მოძრაობა ცნობილია, თუ ცნობილია x,y,z-ის მნიშვნელობები დროის ნებისმიერი მომენტისათვის, ანუ ცნობილია (1.1) დამოკიდებულებები. (1.1) განტოლებებს მოძრაობის კინემატიკური განტოლებები ეწოდება. მაშასადამე თუ ცნობილია (1.1) ფუნქციების სახეები, მაშინ ცნობილი იქნება წერტილის მდებარეობა დროის ნებისმიერ მომენტში. რადიუს ვექტორი რომელიც ასევე დროის ფუნქციაა, ვექტორულად ასე ჩაიწერება $\vec{r}(x,y,z) = \vec{r}(t)$. ესეც მოძრაობის კინემატიკური განტოლებაა.



ნახ. 1.1

§2. წრფივი თანაბარი და თანაბრადცვლადი მოძრაობები. მათი განტოლებები.

ტრაექტორიის ფორმისაგან დამოუკიდებლად მოძრაობა შეიძლება იყოს თანაბარი და არა-თანაბარი. მოძრაობის უმარტივესი სახეა წრფივი თანაბარი მოძრაობა, ანუ ისეთი მოძრაობა, რომლის ტრაექტორია წრფეა და სხეული ამ დროს დროის ტოლ ნებისმიერ შუალედებში ტოლი სიგრძის გზებს გადის. მოძრაობის სისწრაფის დასახასიათებლად შემოტანილია სიჩქარის ცნება. ასეთი მოძრაობის სიჩქარე $\boldsymbol{v}\ Z\ \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{t}}$ (1.2)

ზოგადად სიჩქარე ვექტორული სიდიდეა და ის ტოლია გადაადგილების ფარდობისა იმ დროსთან, რა დროშიც ეს გადაადგილება შესრულდა

$$\vec{v}\ Z\ \frac{\vec{s}}{t} \qquad (1.3)$$

წრფივი თანაბარი მოძრაობის დროს გადაადგილების მოდული და გავლილი გზა რიცხობრივად ერთმანეთის ტოლია, ამიტომ (1.3) ფორმულის ნაცვლად შეიძლება ჩავწეროთ (2) ფორმულა. როგორც (1.2)-დან ჩანს, თუ $\boldsymbol{t}\ Z\ \mathbf{1}$, მაშინ $\boldsymbol{v}\ Z\ \boldsymbol{s}$ ე.ი. სიჩქარე რიცხობრივად ტოლია დროის ერთეულში გავლილი მანძილის. (1.2) ფორმულიდან შეიძლება დავადგინოთ ასევე სიჩქარის ერთეული: 1 ერთ. სიჩქარის=1 ერთ. მანძილის/1 ერთ. დროის. ერთეულთა საერთაშორისო სიტემაში სიჩქარის ერთეული იქნება 1 მ/წმ (მეტრი წამთან).

წრფივი თანაბარი მოძრაობის დროს სიჩქარის მიმართულება ემთხვევა მოძრაობის მიმართულებას.

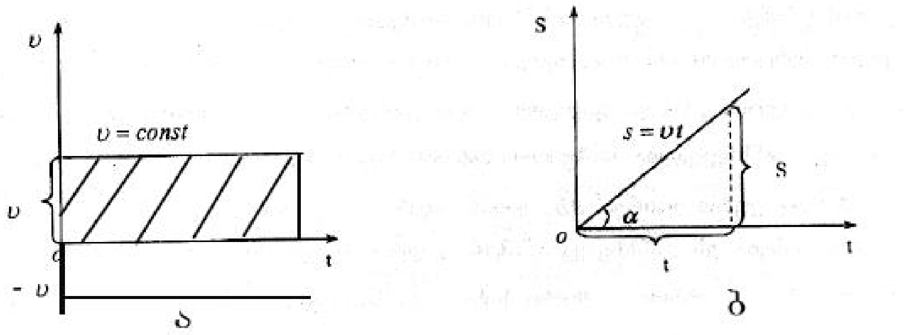
თანაბარი მოძრაობის განმარტებიდან გამოდის, რომ სიჩქარე მუდმივი სიდიდეა, ანუ

$$\boldsymbol{v}\ Z\ \boldsymbol{const} \qquad (1.4)$$

(1.2)-დან ასევე გამოდის, რომ $\boldsymbol{s}\ Z\ \boldsymbol{vt}$ (1.5)

ე.ი. $\boldsymbol{s} \sim \boldsymbol{t}$ ანუ ასეთი მოძრაობისას გავლილი გზა დროის პირდაპირპროპორციულია..

განვიხილოთ ასეთი მოძრაობის სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების (ნახ. 1.2 ა და გზის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები ნახ. 1.2 ბ). ნახ. 1.2 ა-დან ჩანს, რომ რადგან წრფივი თანაბარი მოძრაობის დროს სიჩქარე მუდმივი სიდიდეა, ამიტომ ის წარმოადგენს დროთა ღერძის პარალელურ წრფეს. ქვედა წრფე გვაქვს იმ შემ-ში, როდესაც სხეული მოძრაობს $\boldsymbol{X}$ J ღერძის საპირისპირო მიმართულებით (ამ დროს სიჩქარის გეგმილი უარყოფითია). სიჩქარის გრაფიკით შეიძლება დროის მოცემულ შუალედში სხეულის გადაადგილების მოდულის (გავლილი გზის) გაგებაც. რიცხობრივად ის სიჩქარის გრაფიკის ქვეშ მოთავსებული დაშტრიხული მართკუთხედის ფართობის ტოლია. მართლაც $\boldsymbol{S}_{\text{ფართ.}}=\boldsymbol{vt}\ Z\ \boldsymbol{s}$.



ნახ. 1.2

ასევე ნახ. 1.2 ბ-დან ჩანს, რომ გზის გრაფიკი კოორდინატთა სათავეში გამავალი წრფეა, რადგან გავლილი გზა იზრდება დროის პროპორციულად მუდმივი სიჩქარის შემ-ში. ნახაზიდან ჩანს, რომ გრაფიკის დროთა ღერძისადმი დახრის კუთხის ტანგენსი $\boldsymbol{tg\sim}\ Z\ \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{t}}\ Z\ \boldsymbol{v}$ ტოლია მოძრაობის სიჩქარის. რაც მეტია სიჩქარე, მით მეტია დახრის კუთხე.

განვიხილოთ არათანაბარი ანუ ცვლადი მოძრაობა. ეს ისეთი მოძრაობაა, როდესაც სხეული დროის ტოლ შუალედებში განსხვავებულ გადაადგილებებს ასრულებს. ამ დროს სხეულის სიჩქარე განუწყვეტლივ იცვლება და ასეთი არათანაბარი მოძრაობის დასახასიათებლად შემოღებულია საშუალო და მყისი სიჩქარის ცნებები. თუ სხეულმა წრფეზე მოძრაობისას Δt დროში გაიარა Δs მანძილი, მაშინ საშუალო სიჩქარე ამ უბანზე სიდიდით ტოლი იქნება:

$$v_{საშ} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1.6)$$

ე.ი. საშუალო სიჩქარე გზის მოცემულ უბანზე იზომება ამ უბნის სიგრძის ფარდობით იმ დროსთან, რა დროშიც მოხდა მისი გავლა. ცხადია სხვადასხვა უბნებისათვის ეს სიდიდე განსხვავებული იქნება და მოძრაობის აღწერისათვის მხოლოდ საშუალო სიჩქარის ცოდნა საკმარისი არ არის. ასევე უნდა ვიცოდეთ სიჩქარე დროის აღებულ მომენტში, ე.წ. მყისი სიჩქარე. მის გასაგებად ამცირებენ დროის Δt შუალედს, რის შედეგადაც აღწევენ სიჩქარის მცირე ცვლილებას დროის ამ შუალედში და საშუალო სიჩქარის მიახლოებას მყის სიჩქარესთან t მომენტში. ე.ი. მყისი სიჩქარის მისაღებად უნდა ვიპოვოთ საშუალო სიჩქარის ზღვარი, როდესაც Δt მიისწრაფვის ნულისაკენ. ამრიგად,

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} \quad \text{ან} \quad \vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \qquad (1.7)$$

ანუ წრფივი მოძრაობისას მყისი სიჩქარე უდრის მანძილის პირველი რიგის წარმოებულს დროით. წრფივი თანაბარი მოძრაობის სიჩქარე ერთდროულად მყისი სიჩქარეცაა და საშუალო სიჩქარეც.

მყისი სიჩქარე ვექტორული სიდიდეა. მისი მიმართულება ემთხვევა გადაადგილების (მოძრაობის) მიმართულებას მოცემულ წერტილში.

არათანაბარი მოძრაობის დროს სიჩქარე განუწყვეტლივ იცვლება. სიჩქარის ცვლილების სისწრაფის დასახასიათებლად შემოაქვთ აჩქარების ცნება. არათანაბარი მოძრაობის დროს იცვლება არა მარტო სიჩქარე, არამედ აჩქარებაც. ამიტომ თუ გვაქვს არათანაბარცვლადი წრფივი მოძრაობა, უნდა შემოვიტანოთ საშუალო და მყისი აჩქარებები. თუ Δt დროის შუალედში სხეულის სიჩქარე შეიცვალა Δv სიდიდით, მაშინ საშუალო აჩქარება

$$a_{საშ} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ან ვექტორულად} \quad \vec{a}_{საშ} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad (1.8)$$

ე.ი. საშუალო აჩქარება ტოლია სიჩქარის ცვლილების ფარდობისა იმ დროსთან რა დროშიც ეს ცვლილება მოხდა. მისი მიმართულება ემთხვევა სიჩქარის ცვლილების $\Delta \vec{v}$-ს მიმართულებას.

მყისი აჩქარების მისაღებად აქაც უნდა გადავიდეთ ზღვარზე, როდესაც Δt მიისწრაფვის ნულისაკენ ანუ მყისი აჩქარება ტოლი იქნება

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (1.9)$$

ე.ი. მყისი აჩქარება უდრის სიჩქარის პირველ წარმოებულს დროით. ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ თუ სიჩქარე იზრდება, მაშინ აჩქარების ვექტორის მიმართულება ემთხვევა სიჩქარის ვექტორის მიმართულებას, ხოლო თუ სიჩქარე მცირდება, მაშინ აჩქარების ვექტორი სიჩქარის ვექტორის საპირისპიროდაა მიმართული. თუ გავითვალისწინებთ, რომ სიჩქარე მანძილის პირველი წარმოებულია დროით, მაშინ

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2} \qquad (1.10)$$

ამრიგად მყისი აჩქარება მანძილის მეორე რიგის წარმოებულია დროით.

არათანაბარი მოძრაობის უმარტივესი სახეა თანაბარცვლადი წრფივი მოძრობა. ამ დროს სიჩქარე დროის ნებისმიერ ტოლ შუალედში თანარად იცვლება. ამ დროს

$\Delta v = v - v_0$, $\Delta t = t - t_0$, სადაც v_0 − არის სიჩქარე საწყის t_0 მომენტში, ხოლო v − სიჩქარე დროის t მომენტში. თუ დავუშვებთ, რომ $t_0 = 0$, მაშინ სიდიდით

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{\Delta v}{t} \qquad (1.11)$$

ე.ი. აჩქარება რიცხობრივად ტოლია სიჩქარის ცვლილებისა დროის ერთეულში. ვექტორულად

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} = \frac{\Delta\vec{v}}{t} \qquad (1.12)$$

SI სისტემაში აჩქარების ერთეულია მ/წმ².

როდესაც მოძრაობა თანაბარცვლადია ამ დროს რადგან სიჩქარე დროის ნებისმიერ ტოლ შუალედში თანაბრად იცვლება, გამოდის რომ აჩქარება მუდმივი სიდიდეა, ანუ $a = const$. თანაბარცვლადი მოძრაობა შეიძლება იყოს თანაბარაჩქარებული (ამ დროს სიჩქარე თანაბრად იზრდება და აჩქარება დადებითია $a > 0$) და თანაბარშენელებული (ამ დროს სიჩქარე თანაბრად მცირდება და აჩქარება უარყოფითია $a < 0$).

(1.11) ფორმულიდან გამოდის, რომ $v = v_0 + at$. (1.13)

გამოვიყვანოთ გზის ფორმულა. ამ დროს რადგან სიჩქარე თანაბრად იზრდება, ამიტომ საშუალო სიჩქარე ტოლი იქნება საწყისი და საბოლოო სიჩქარეების ნახევარჯამისა: $v_{საშ} = \frac{v_0 + v}{2}$, ხოლო რადგან არათანაბარი მოძრაობის დროს გავლილი მანძილი გამოითვლება $s = v_{საშ} \cdot t$ ფორმულით, გვექნება:

$$s = v_{საშ} \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} t = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad (1.14)$$

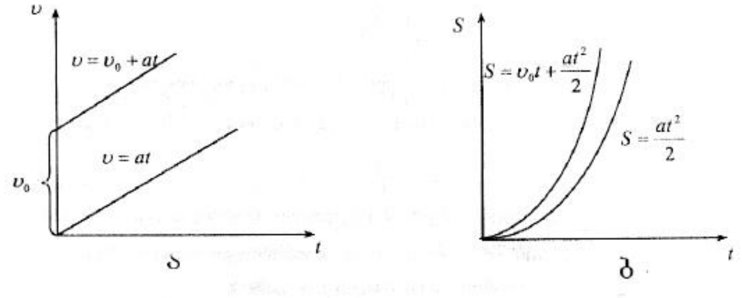
t დროის გამორიცხვის შემდეგ მივიღებთ: $$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \qquad (1.15)$$

(1.12) და (1.13) განტოლებები თანაბარაჩქარებული მოძრაობის განტოლებებია.

უსაწყისო სიჩქარით მოძრაობის შემ-ში ($v_0 = 0$), მოძრაობის განტოლებები ასე ჩაიწერება $$v = at, \qquad s = \frac{at^2}{2}. \qquad (1.16).$$

მიღებული განტოლებებიდან ჩანს, რომ რაიმე საწყისი სიჩქარის და აჩქარების მნიშვნელობისთვის, სიჩქარე დროის წრფივი ფუნქცია, ანუ სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი წარმოადგენს დროის t ღერძისადმი რაღაც კუთხით დახრილ წრფეს, ხოლო გზის გრაფიკი არის დროის კვადრატის პროპორციული ფუნქცია, ამიტომ მისი სახე იქნება პარაბოლის ტიპის მრუდი.

ნახ. 1.3 ა-ზე ნაჩვენებია სიჩქარის დროზე დამოკიდებულების, ხოლო ნახ. 1.3 ბ-ზე გზის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკები.

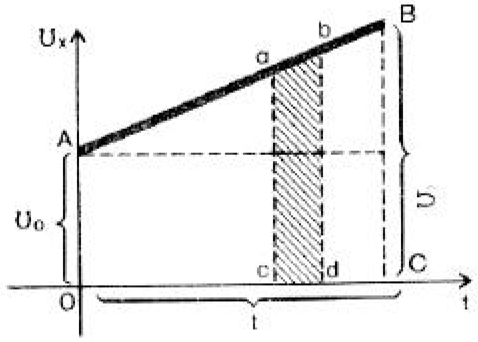


ნახ. 1.3

ორივე შემთხვევაში გრაფიკების სახეები (სიჩქარის გრაფიკის შემ-ში გრაფიკის საწყისი წერტილი და დახრა დროის ღერძის მიმართ, ხოლო გზის გრაფიკის შემ-ში პარაბოლის აღმასვლა და პირიქით) დამოკიდებული არის საწყისი სიჩქარის (v_0) და აჩქარების სიდიდის (a) მნიშვნელობებზე.

თანაბარშენელებული მოძრაობის შემ-ში, როდესაც $v_0 > 0$, სიჩქარის გრაფიკს ექნება დაღმავალი წრფის სახე (ამ დროს აჩქარების გეგმილი უარყოფითია და სიჩქარე მცირდება).

ფორმულა თანაბრადაჩქარებული მოძრაობისას $s = v_{საშ} \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} t$ შეიძლება მივიღოთ სიჩქარის გრაფიკიდანაც. მართლაც სიჩქარის გრაფიკზე ავირჩიოთ მცირე ***ab*** უბანი. ***a*** და ***b*** წერტილებიდან ***t*** ღერძზე დავუშვათ მართობები. ***cd*** მონაკვეთის სიგრძე ***t*** ღერძზე რიცხობრივად დროის იმ მცირე შუალედის ტოლია, რომლის განმავლობაშიც სიჩქარე ***a*** წერტილის შესაბამისი მნიშვნელობისას შეიცვალა ***b*** წერტილის შესაბამის მნიშვნელობამდე. ამ დროს გრაფიკის ქვეშ ვიღებთ ვიწრო საკმაოდ მცირე ***abcd*** ვიწრო ზოლს, სადაც სიჩქარის ცვლილება მცირე იქნება და ეს ზოლი შეიძლება ჩავთვალოთ მართკუთხედად. ამიტომ ამ ზოლის ფართობი ტოლია ***cd*** დროში გავლილი გადაადგილების. თუ ასეთ ვიწრო ზოლებად დავანაწილებთ სიჩქარის გრაფიკის ქვეშ მოთავსებულ ფართობა, მაშინ მთელი ***t*** დროის განმავლობაში გადაადგილება რიცხობრივად ***OABC*** ტრაპეციის ფართობის ტოლი იქნება, რომელიც მისი ფუძეების ნახევარჯამისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია. ე.ი.



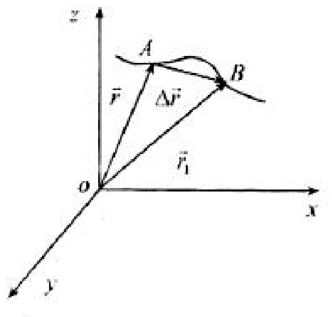
$$s = s_{ფართ} = \frac{v_0 + v}{2} t = \bar{v} \cdot t. \qquad (1.17)$$

II ლექცია

მრუდწირული მოძრაობა. მრუდწირული მოძრაობის სიჩქარე და აჩქარება. აჩქარების მხები და ნორმალური მდგენელები. ბრუნვითი მოძრაობა. წირითი და კუთხური სიჩქარე, კავშირი მათ შორის. წირითი და კუთხური აჩქარება, კავშირი მათ შორის. კუთხური სიჩქარის და აჩქარების ვექტორები.

§3. მრუდწირული მოძრაობა. მრუდწირული მოძრაობის სიჩქარე და აჩქარება.

ვთქვათ სხეული სივრცეში მოძრაობს მოძრაობს რაიმე მრუდ წირზე, მაგ. AB რკალზე (ნახ. 2.1). შევისწავლოთ ეს მოძრაობა კოორდინატთა ***oxyz*** სისტემის მიმართ. დროის რაღაც t მომენტში იგი ***A*** წერტილში იყო და მისი შესაბამისი რადიუს-ვექტორი ამ დროს არის $\vec{r}$, ხოლო $t+\Delta t$ მომენტში ***B***-ში, რადიუს ვექტორით $\vec{r}_1$. მაშინ გავლილი გზის სიგრძე (AB რკალი) განსხვავდება გადაადგილების $\Delta\vec{r}=\vec{r}_1-\vec{r}$ ვექტორისგან (AB ქორდა). ეს განსხვავება მით უფრო მცირეა, რაც მცირეა Δt



ნახ. 2.1

დროის შუალედი. თუ Δt საკმაოდ მცირეა, მაშინ AB რკალი შეიძლება შევცვალოთ AB ქორდით, ე.ი. მრუდწირული მოძრაობა AB რკალზე მიახლობით შეიძლება შევცვალოთ AB ქორდაზე მოძრაობით. ამიტომ წერტილის საშუალო სიჩქარე AB უბანზე ტოლი იქნება :

$$\vec{v}_{საშ}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \qquad (2.1)$$

საშუალო სიჩქარის მიმართულება ტრაექტორიის ***AB*** უბანზე ემთხვევა $\Delta\vec{r}$-ის, ანუ ***AB*** ქორდის მიმართულებას.

მყისი სიჩქარის გასაგებად t მომენტში ***A*** წერტილში უნდა გადავიდეთ ზღვარზე, როდესაც Δt მიისწრაფვის ნულისკენ:

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (2.2)$$

ანუ მრუდწირული მოძრაობის დროს მყისი სიჩქარე უდრის რადიუს-ვექტორის პირველი რიგის წარმოებულს დროით.

საშუალო სიჩქარეს აქვს $\Delta\vec{r}$-ის, ანუ $\overrightarrow{AB}$ ვექტორის მიმართულება. როდესაც $\Delta t\to 0$, ამ დროს ***B*** წერტილი უახლოვდება ***A***-ს, $\overrightarrow{AB}$ იცვლის მიმართულებას და ზღვარში დაემთხვევა ***A*** წერტილში გავლებული მხების მიმართულებას. ე.ი. მრუდწირული მოძრაობის მყისი სიჩქარის ვექტორს ტრაექტორიის ყოველ წერტილში აქვს ამ წერტილში გამავალი მხების მიმართულება. სიჩქარის სიდიდის დასადგენად, უნდა გავითვალისწინოთ, რომ რაც მცირეა Δt, მით მცირეა განსხვავება $|\Delta\vec{r}|$-სა და მის შესაბამის Δs რკალს შორის, ამიტომ როდესაც $\Delta t\to 0$, სიჩქარის სიდიდისათვის მივიღებთ:

$$v=\frac{ds}{dt} \qquad (2.3)$$

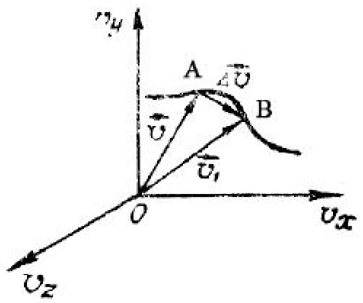
ანუ ასეთი მოძრაობის სიჩქარე სიდიდით ტოლია მანძილის პირველი რიგის წარმოებულისა დროით (როგორც წრფივი მოძრაობის დროს).

სიჩქარის მდგენელებისთვის (2.2) ტოლობის დაგეგმილებით კოორდინატთა ღერძებზე მივიღებთ: $v_x = \frac{dx}{dt}$; $v_y = \frac{dy}{dt}$; $v_z = \frac{dz}{dt}$ (2.4),

ან მთლიანი სიჩქარის სიდიდე $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ (2.5).

სიჩქარე ზოგადად ვექტორია. ამიტომ შეიძლება შეიცვალოს მისი როგორც სიდიდე, ასევე მიმართულება.

ვიპოვოთ საშუალო და მყისი აჩქარების სიდიდეები ამ შემ-თვის (ნახ. 2.2).



ნახ. 2.2.

საკოორდინატო ღერძებზე გადავზომოთ სიჩქარის მდგენელები v_x, v_y, v_z; მაშინ ამ სისტემაში წერტილის რადიუს ვექტორი იქნება სიჩქარის ვექტორი $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$, ხოლო უწყვეტი წირი – მისი სხვადასხვა მნიშვნელობის შესაბამის წერტილთა გეომეტრიული ადგილი. $\Delta\vec{v}$ – არის სიჩქარის ცვლილების ვექტორი A – დან B – წერტილამდე. მაშინ საშუალო აჩქარება ტოლი იქნება $\vec{a}_{საშ} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. მყისი აჩქარება კი ანალოგიური მსჯელობით ტოლია $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ (2.6),

მაშასადამე მყისი აჩქარება ტოლია სიჩქარის პირველი რიგის წარმოებულისა დროით. თუ გავითვალისწინებთ (2.2) ფორმულას, მივიღებთ: $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ (2.7),

ანუ მყისი აჩქარება ტოლია რადიუს ვექტორის მეორე რიგის წარმოებულისა დროით. (2.7) ფორმულიდან აჩქარების მდგენელებისთვის მივიღებთ: $a_x = \frac{d^2x}{dt^2}$; $a_y = \frac{d^2y}{dt^2}$; $a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$ (2.8)

ან აჩქარების სიდიდისთვის $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$. (2.9)

§4. აჩქარების მხები და ნორმალური მდგენელები

რადგან მრუდწირულ ტრაექტორიაზე მოძრაობისას შეიძლება შეიცვალოს სიჩქარის როგორც სიდიდე ასევე მიმართულება, ამიტომ აჩქარების ვექტორისთვის გვექნება ორი მდგენელი. ერთი დაახასიათებს სიჩქარის მხოლოდ სიდიდის ცვლილებას, ხოლო მეორე სიჩქარის მიმართულების ცვლილებას

მრუდწირული მოძრაობისას სიჩქარის ვექტორს, როგორც ავღნიშნეთ ტრაექტორიის მოცემულ წერტილში აქვს მხების მიმართულება. თუ მხების მგეზავს, რომელიც წარმოადგენს მხების გასწვრივ ერთეულოვანი სიგრძის ვექტორს, ავღნიშნავთ $\vec{\tau}$-ით, მაშინ სიჩქარის ვექტორი ასე ჩაიწერება $\vec{v} = v\vec{\tau}$. (2.10)

მაშინ
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v\frac{d\vec{\tau}}{dt} \qquad (2.11)$$

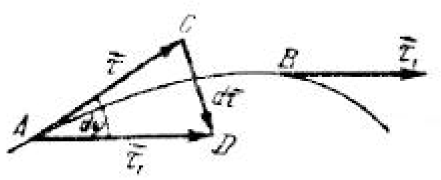
თუ $\vec{\tau} = const$, ანუ მხების და შესაბამისად სიჩქარის ვექტორის მიმართულება უცვლელია, მაშინ $\frac{d\vec{\tau}}{dt}=0$ (2.11), მეორე შესაკრები ნულის ტოლია. ე.ი. გვრჩება მხოლოდ პირველი $\frac{dv}{dt}\vec{\tau}$ შესაკრები. ამ აჩქარების მდგენელს $\vec{\tau}$-ს (ტრაექტორიის მხების მიმართულება აქვს) და სიდიდით $\frac{dv}{dt}$-ს ტოლია, ანუ დროის ერთეულში სიჩქარის სიდიდის ცვლილებას გამოსახავს. ამ აჩქარებას მხები – ანუ ტანგენციალური აჩქარება ეწოდება და ის ტოლია

$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} \qquad (2.12).$$

თუ $v = const$, ანუ სიჩქარის სიდიდე არ იცვლება, მაშინ პირველი შესაკრები $\frac{dv}{dt}\vec{\tau}$ ნულის ტოლია და რჩება მხოლოდ მეორე შესაკრები, რომელიც გამოსახავს სიჩქარის მიმართულების ცვლილებას. მას ნორმალური აჩქარება ეწოდება და ტოლია

$$\vec{a}_n = v\frac{d\vec{\tau}}{dt} \qquad (2.13).$$

ვიპოვოთ ამ ნორმალური აჩქარების სიდიდე და მიმართულება. ვთქვათ უსასრულოდ მცირე dt დროში წერტილი მრუდ წირზე გადაადგილდა A-დან B-მდებარეობაში (ნახ. 2.3) ds მანძილზე. მაშინ ამ დროს მხების მგეზავი მობრუნდება $d\varphi$ კუთხით. მგეზავი $\vec{\tau}_1$ გადავიტანოთ B წერტილიდან A-ში. მაშინ $d\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 - \vec{\tau}$.



ნახ. 2.3

რადგან A და B წერტილები ახლოს არიან ერთმანეთთან, ამიტომ $d\vec{\tau}$ უსასრულოდ მცირეა და იგი შეიძლება შევცვალოთ A წერტილიდან $|\vec{\tau}|$ რადიუსით შემოწერილი რკალით.

რადგან $|\vec\tau| = |\vec\tau_1| = 1$, ამიტომ $d\varphi = \frac{|d\vec\tau|}{|\vec\tau|}$ და $|d\vec\tau| = |\vec\tau| d\varphi = d\varphi$. შესაბამისად $\left|\frac{d\vec\tau}{dt}\right| = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$,

სადაც $ds = \overset{\frown}{AB}$ (რკალი). მაგრამ $\frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{R}$, სადაც R - არის ტრაექტორიის სიმრუდის რადიუსი

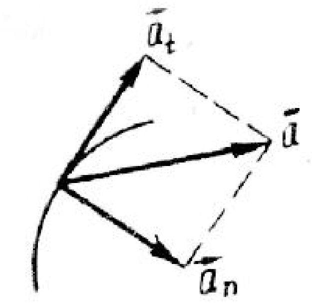
A წერტილში, ხოლო $\frac{ds}{dt} = v$, ამიტომ $\left|\frac{d\vec\tau}{dt}\right| = \frac{v}{R}$. ვიპოვოთ $\frac{d\vec\tau}{dt}$-ს მიმართულება. როდესაც $d\varphi$ მიისწრაფვის ნულისკენ, მაშინ ACD ტოლფერდა სამკუთხედის ფუძესთან მდებარე თითოეული კუთხე მიისწრაფვის 90^0-კენ, ანუ $d\vec\tau$ და მაშასადამე $\frac{d\vec\tau}{dt}$ მიმართულია A წერტილში გავლებული $\vec\tau$ მხების მართობულად, ნორმალის გასწვრივ, სიმრუდის ცენტრისაკენ. ამრიგად $\frac{d\vec\tau}{dt} = \frac{v}{R}\vec n$, სადაც $\vec n$ ნორმალის მგეზავია და მიმართულია სიმრუდის ცენტრისკენ. მაშინ (2.13) ასე ჩაიწერება

$$\vec a_n = \frac{v^2}{R}\vec n \qquad (2.14).$$

ეს ნორმალური აჩქარება, ვინაიდან ის მიმართულია ნორმალის გასწვრივ სიმრუდის ცენტრისკენ, იწოდება ასევე ცენტრისკენულ აჩქარებად. მაშინ სრული აჩქარება

$$\vec a = \vec a_t + \vec a_n = \frac{dv}{dt}\vec\tau + \frac{v^2}{R}\vec n \qquad (2.15).$$

რადგან ტანგენციალური მდგენელი მიმართულია მხების გასწვრივ, ხოლო ნორმალური კი ნორმალის გასწვრივ, ანუ მხების მართობულად, ამიტომ $\vec a_t \perp \vec a_n$ (ნახ. 2.4). პითაგორას თეორემის თანახმად სრული აჩქარების სიდიდე ტოლი იქნება $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(\frac{dv}{dt})^2 + (\frac{v^2}{R})^2}$ (2.16). აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ თუ AB წრეწირის რკალია, მაშინ R არის წრეწირის რადიუსი. სხვა ნებისმიერი წირის შემ-ში R სიმრუდის რადიუსი სხვადასხვა წერტილში სხვადასხვაა.



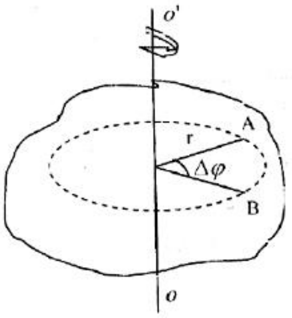
ნახ. 2.4

§5. ბრუნვითი მოძრაობა. წირითი და კუთხური სიჩქარე, კავშირი მათ შორის.

სხეულს, რომლის ნებისმიერ ორ წერტილს შორის მანძილი უცვლელია, აბსოლუტურად მყარი სხეული ეწოდება. ფაქტიურად ეს არის აბსოლუტურად არადეფორმირებადი სხეული. ბუნებაში ასეთი აბსოლუტურად მყარი სხეული არ არსებობს, მაგრამ თუ სხეულზე დიდი ძალები არ მოქმედებს, ან ძალიან მცირეა, რომ შეიძლება მისი უგულებელყოფა, მაშინ მისი დეფორმირება არ ხდება და შეიძლება ჩავთვალოთ აბსოლუტურად მყარი სხეულად. აბსოლუტურად მყარი სხეულის ნებისმიერი მოძრაობა დაიყვანება მის გადატანით და ბრუნვით მოძრაობაზე.

მყარი სხეულის გადატანითი მოძრაობა ეწოდება ისეთ მოძრაობას, რომლის დროსაც სხეულში გავლებული ყოველი წრფე საწყისი მდებარეობის პარალელური რჩება. ასეთი მოძრაობის დროს ყველა წერტილი აღწერს ერთნაირ ტრაექტორიებს, ყველა წერტილი მოძრაობს ერთნაირი სიჩქარით და აჩქარებით. ე.ი. ასეთი მოძრაობის განხილვა დაიყვანება მისი ნებისმიერი წერტილის მოძრაობის შესწავლამდე.

მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობა უცლელი ბრუნვის ღერძის მიმართ ეწოდება ისეთ მოძრაობას, როდესაც სხეულის წერტილები შემოწერენ წრეწირებს, რომელთა სიბრტყეები ურთიერთპარალელურია, ხოლო ცენტრები ერთ სწორ ხაზზე – ბრუნვის ღერძზე მდებარეობს. ვთქვათ მყარი სხეულის რაიმე წერტილი მოძრაობს, რაღაც წრეწირზე. მაშინ მისი სიჩქარე ტოლია v Z $\frac{ds}{dt}$. v J ამ შემ-ში წირითი (ხაზოვანი) სიჩქარე ეწოდება. ცხადია, რომ მყარი სხეულის სხვადასხვა წერტილს ბრუნვითი მოძრაობისას სხვადასხვა წირითი სიჩქარე ექნება. რაც უფრო შორს არის წერტილი ბრუნვის ღერძიდან (უფრო დიდი რადიუსის წრეწირზე მოძრაობს), მით უფრო დიდი იქნება მის მიერ ერთსა და იმავე დროში შემოწერილი რკალის სიგრძე და მით მეტი იქნება წირითი სიჩქარე. ამიტომ ეს სიჩქარე სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის დასახასიათებლად არ გამოდგება. ამიტომ შემოაქვთ კუთხური სიჩქარის ცნება. ვთქვათ სხეული ბრუნავს OO' ღერძის გარშემო და რაღაც at დროში მისი რომელიღაც წერტილი აღმოჩნდა A J დან B მდებარეობაში (ნახ. 2.5). მაშინ ამ დროს წერტილის ცენტრთან შემაერთებელი $\vec{r}$ რადიუს ვექტორი მცირე at დროში შემობრუნდება a¨ კუთხით. მაშინ ფარდობას $\frac{\text{a¨}}{\text{a}t}$, რომელიც ახასიათებს ბრუნვის სისწრაფეს, ეწოდება საშუალო კუთხური სიჩქარე (როდესაც ბრუნვა არათანაბარია, ხოლო როდესაც ბრუნვა თანაბარია, ანუ დროის ტოლ შუალედებში ტოლი კუთხეები შემოიწრება, მაშინ ეწოდება კუთხური სიჩქარე – μ) at დროში, ე.ი. μ$_{\text{საშ}}$=$\frac{\text{a¨}}{\text{a}t}$ (2.17),



ნახ. 2.5 ხოლო მყისი კუთხური სიჩქარე კი

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \qquad (2.18)$$

ე.ი. მყისი კუთხური სიჩქარე ტოლია რადიუსის შემობრუნების კუთხის პირველი რიგის წარმოებულის დროით. თანაბარი ბრუნვისას კუთხური სიჩქარე ერთდროულად მყისი და საშუალო სიჩქარეა.

მისი ერთეულია 1 რად/წმ., მაგრამ ვინაიდან რადიანი კუთხის განყენებული საზომია, ამ ერთეულს უბრალოდ აღნიშნავენ 1/წმ-ით.

ბრუნვითი მოძრაობა ხასიათდება პერიოდით და სიხშირით.

პერიოდი ეწოდება დროს, რომლის განმავლობაშიც სხეული ერთ სრულ ბრუნს ასრულებს. აღინიშნება T – ასოთი. იზომება წამებით. სიხშირე კი ეს არის ერთ წამში შესრულებული ბრუნთა რაოდენობა. აღინიშნება ν – ასოთი. ერთეული ***SI*** სისტემაში არის ჰერცი, ანუ ისეთი სიხშირე, როდესაც ერთ წამში სრულდება ერთი სრული ბრუნი. ცხადია $\nu = \frac{1}{T}$. რადგან ერთი პერიოდის განმავლობაში რადიუს-ვექტორი შემოწერს 2π რადიანის ტოლ კუთხეს, ამიტომ კუთხური სიჩქარე $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$.

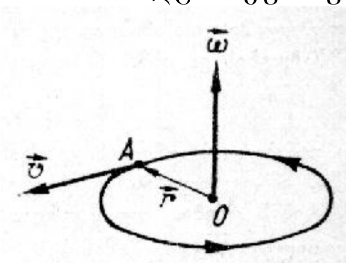
აბსოლუტურად მყარი სხეულის ყველა წერტილის რადიუს-ვექტორი დროის ერთსა და იმავე შუალედში ერთი და იგივე კუთხით შემობრუნდება. ამიტომ კუთხური სიჩქარე სხეულის ბრუნვის ძირითადი კინამატიკური მახასიათებელია.

ვიცით, რომ წრეწირის რკალი, რომელსაც შემოწერს რაიმე წერტილი რაღაც დროში ტოლია $s = r\varphi$. გავაწარმოოთ ეს ტოლობა, მივიღებთ $\frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt} + \varphi\frac{dr}{dt}$. მეორე შესაკრები ნულია, რადგან წრეწირის რადიუსი $r = const$, ამიტომ $\frac{ds}{dt} = r\frac{d\varphi}{dt}$ ანუ

$$v = \omega r \qquad (2.19)$$

ე.ი. წირითი სიჩქარე რადიუსის და კუთხური სიჩქარის ნამრავლის ტოლია. სხეულის ბრუნვითი მოძრაობა სრულიად რომ დახასიათდეს კუთხური სიჩქარის სიდიდის გარდა უნდა ვიცოდეთ ბრუნვის ღერძის მიმართულება და ამ ღერძის გარშემო სხეულის ბრუნვის მიმართულება. ამისთვის საჭიროა, რომ კუთხური სიჩქარე განვიხილოთ როგორც ვექტორი, რომელსაც ასე განმარტავენ: კუთხური სიჩქარის $\vec{\omega}$ ვექტორის სიდიდე გამოითვლება $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ ფორმულით, ამ ვექტორს ბრუნვის ღერძს უთავსებენ და მის მიმართულებას მარჯვენა ბურღის წესით საზღვრავენ: თუ მარჯვენა ბურღის ტარს ვაბრუნებთ სხეულის ბრუნვის მიმართულებით, მაშინ ბურღის წვეტი გადაადგილდება კუთხური სიჩქარის ვექტორის მიმართულებით (ნახ. 2.6). ნახაზზე ბრუნვა ხდება საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით.

რადგან კუთხური სიჩქარე ვექტორია, ამიტომ ტოლობა $v=\omega r$ ჩავწეროთ ვექტორული სახით. ამისთვის გამოვიყენოთ ვექტორული ნამრავლის ცნება. $\vec{v}$, $\vec{\omega}$ და $\vec{r}$ ვექტორების ურთიერთგანლაგება მოცემულია (2.6) ნახაზზე. ამიტომ



ნახ. 2.6

$$\vec{v}=[\vec{\omega}\times\vec{r}] \qquad (2.20).$$

ვექტორული ნამრავლის სიდიდე $v=\omega r\sin\alpha=\omega r$ ($\alpha=90^0$). ამავე დროს სამივე $\vec{v}$, $\vec{\omega}$ და $\vec{r}$ ვექტორები ერთმანეთის ურთიერთმართობულნი არიან.

ფორმულაში $\vec{v}=[\vec{\omega}\times\vec{r}]$ არ შეიძლება თანამამრავლების გადასმა, რადგან ამის შედეგად ვექტორული ნამრავლი ნიშანს იცვლის $[\vec{r}\times\vec{\omega}]=-\vec{v}$.

§6. წირითი და კუთხური აჩქარება, კავშირი მათ შორის. კუთხური სიჩქარის და აჩქარების ვექტორები

როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ არათანაბარი ბრუნვისას კუთხური სიჩქარე დროის მიხედვით იცვლება. ამ ცვლილების სისწრაფის დასახასიათებლად შემოაქვთ კუთხური აჩქარების ცნება. თუ მცირე Δt დროში კუთხური სიჩქარე შეიცვალა $\Delta\vec{\omega}$-თი, მაშინ საშუალო კუთხური აჩქარება ტოლი იქნება $\vec{\varepsilon}_{საშ} = \dfrac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$ (2.21),

ხოლო მყისი კუთხური აჩქარება კი $\vec{\varepsilon} = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\dfrac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ (2.22),

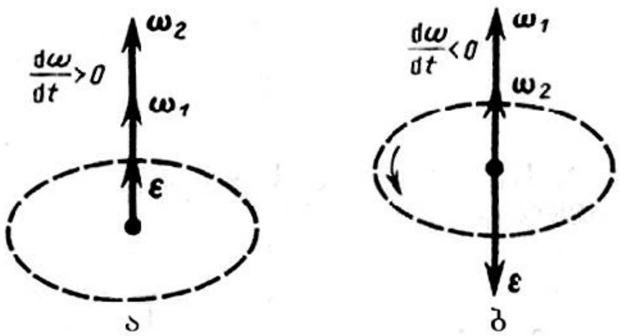
ე.ი. კუთხური სიჩქარის პირველი რიგის წარმოებულია დროით, ან სიდიდით, რადგან თვით კუთხური სიჩქარე კუთხის პირველი რიგის წარმოებულია დროით, მივიღებთ:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2},$$

ანუ მყისი კუთხური აჩქარება კუთხის მეორე რიგის წარმოებულია დროით.

კუთხური აჩქარების ფორმულიდან გამოდის, რომ მისი საზომი ერთეული ***SI*** სისტემაში არის 1/წმ².

ზოგადად შეიძლება შეიცვალოს კუთხური სიჩქარის როგორ სიდიდე, ისე მიმართულება. თუ სხეული ბრუნავს უძრავი ღერძის გარშემო (ე.ი. კუთხური სიჩქარის მიმართულება არ იცვლება),



ა ბ

ნახ. 2.7

მაშინ კუთხური აჩქარების $\vec{\varepsilon}$ ვექტორის მიმართულება ემთხვევა $\vec{\omega}$-ის მიმართულებას, თუ კუთხური სიჩქარის სიდიდე იზრდება ($\dfrac{d\omega}{dt} > 0$) (ნახ. 2.7 ა) და $\vec{\varepsilon}$ ვექტორის მიმართულება საწინააღმდეგოა $\vec{\omega}$-ის მიმართულების, თუ კუთხური სიჩქარის სიდიდე მცირდება ($\dfrac{d\omega}{dt} < 0$) (ნახ. 2.7 ბ). დავამყაროთ კავშირი წირით და კუთხურ აჩქარებას შორის. ტოლობა $v = \omega r$ გავაწარმოოთ დროით: $\dfrac{dv}{dt} = \omega\dfrac{dr}{dt} + r\dfrac{d\omega}{dt}$. აქ პირველი შესაკრები ნულის ტოლია, ამიტომ $\dfrac{dv}{dt} = r\dfrac{d\omega}{dt}$. მაგრამ $\dfrac{dv}{dt} = a_t$, ხოლო $\dfrac{d\omega}{dt} = \varepsilon$. ამიტომ $a_t = \varepsilon r$, ე.ი. ტანგენციალური აჩქარება კუთხური აჩქარების და რადიუსის ნამრავლის ტოლია.

ასევე ნორმალური აჩქარება შეიძლება გამოვსახოთ ბრუნვითი მოძრაობის მახასიათებელი სიდიდეებით. მართლაც რადგან $v=\omega r$, ხოლო $a_n=\frac{v^2}{r}$, მივიღებთ $a_n=\frac{v^2}{r}=\frac{\omega^2 r^2}{r}=\omega^2 r$. თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu$, მივიღებთ $a_n=\frac{4\pi^2 r}{T^2}=4\pi^2\nu^2 r$ (2.23).

მაშასადამე კავშირი წრფივ (s რკალის სიგრძე, რომელსაც წერტილი გადის r რადიუსიან წრეწირზე მოძრაობისას, წირითი სიჩქარე v, ტანგენციალური a_t აჩქარება, ნორმალური აჩქარება a_n) და კუთხურ (შემობრუნების კუთხე φ, კუთხური სიჩქარე ω, კუთხური აჩქარება ε) სიდიდეებს შორის გამოისახება შემდეგი ფორმულებით: $s=r\varphi$, $v=\omega r$, $a_t=\varepsilon r$, $a_n=\omega^2 r$.

წრეწირზე თანაბრადცვლადი მოძრაობისას ($\varepsilon=const$), გვექნება:

$$\omega=\omega_0+\varepsilon t, \qquad \varphi=\omega_0 t+\frac{\varepsilon t^2}{2} \qquad (2.24),$$

სადაც ω_0 - საწყისი კუთხური სიჩქარეა. (2.24)-ის ანალოგიური ფორმულები თანაბრადაჩქარებული მოძრაობისას ასეთია: $v=v_0+at$, $s=v_0 t+\frac{at^2}{2}$.

III ლექცია

დინამიკის ძირითადი კანონები. ნიუტონის I კანონი. ძალა, მასა, ნიუტონის II კანონი. მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები. ნიუტონის III კანონი.

§7. დინამიკის ძირითადი კანონები. ნიუტონის I კანონი.

მექანიკის ნაწილში, რომელსაც დინამიკა ეწოდება , შეისწავლება სხეულთა მოძრაობა აჩქარების გამომწვევი მიზეზების გათვალისწინებით. დინამიკას საფუძვლად უდევს ნიუტონის სამი და მსოფლიო მიზიდულობის კანონი.

დინამიკას პირველი კანონის სახით ნიუტონმა საფუძვლად დაუდო კანონი, რომლის არსი ჩამოყალიბებული იყო ჯერ კიდევ გალილეის დროს.

ნიუტონის პირველი ანუ ინერციის კანონი მდგ-ს შემდეგში: ყოველი სხეული ინარჩუნებს უძრაობის ან წრფივი თანაბარი მოძრაობის მდგომარეობას, სანამ სხვა სხეულის მოქმედება არ აიძულებს მას შეიცვალოს ეს მდგომარეობა.

სხეულის თვისებას შეინარჩუნოს უძრაობის ან წრფივი თანაბარი მოძრაობის მდგომარეობა, ინერცია ეწოდება (სიტყვა ინერცია წარმოდგება ლათინური სიტყვისაგან **inertia** – უმოქმედობა. ამიტომ ნიუტონის I კანონს ინერციის კანონსაც უწოდებენ, ხოლო სხეულის წრფივ თანაბარ მოძრაობას, როცა მასზე სხვა სხეულები არ მოქმედებენ – ინერციით მოძრაობას.

რადგან უძრაობის ან წრფივი თანაბარი მოძრაობისას სიჩქარე მუდმივია, ანუ აჩქარება ნულის ტოლია, ამიტომ თუ სხეულზე სხვა სხეულები არ მოქმედებენ, ის მოძრაობს აჩქარების გარეშე.

ეს კანონი ყველა ათვლის სისტემაში არ სრულდება. მაგ. ავიღოთ დედამიწის მიმართ აჩქარებულად მოძრავი ვაგონი. ამ დროს ვაგონში მყოფი სხეული შეიძლება ამოძრავდეს (გადმოვარდეს მაგიდიდან) სხვა სხეულების ზემოქმედების გარეშე. თუ ვაგონი წრფივად და თანაბრად იმოძრავებს, მაშინ ასეთ სისტემაში ინერციის კანონი დაცული იქნება და ვაგონის მიმართ უძრავი სხეული არ ამოძრავდება, თუ მასზე სხვა სხეულები არ იმოქმედებენ. იმ სისტემებს, სადაც ეს კანონი სრულდება, ათვლის ინერციული სისტემები ეწოდება. ამიტომ ნიუტონის I კანონს ასე აყალიბებენ: **არსებობს ათვლის ისეთი სისტემები, რომელთა მიმართაც სხეული ინარჩუნებს უძრაობის ან წრფივი თანაბარი მოძრაობის მდგომარეობას, თუ მასზე სხვა სხეულები არ მოქმედებენ, ან მათი მოქმედება ურთიერთკომპენსირებულია.**

ცხადია ყველა ის სისტემა, რომელიც მოცემული ინერციული სისტემის მიმართ უძრავია, ან თანაბრადწრფივად მოძრაობს, ასევე ინერციული სისტემაა. საკმაოდ დიდი სიზუსტით ათვლის ინერციულ სისტემას წარმოადგენს ე.წ. ჰელიოცენტრული სისტემა, რომლის სათავეა მზის ცენტრში, ხოლო სამი ურთიერთმართობული ღერძი მიმართულია გარკვეული, შორეული ვარსკვლავებისკენ. ათვლის სიტემა, რომელიც დაკავშირებულია დედამიწასთან, არ წარმოადგენს ინერციულ სისტემას მისი დღეღამური ბრუნვის გამო (გააჩნია ცენტრისკენული აჩქარება), ანუ არაინერციული სისტემაა. მაგრამ იმის გამო, რომ მისი

კუთხური სიჩქარე ძალიან მცირეა, დედამიწის ბრუნვა გავლენას არ ახდენს და შეიძლება ის ათვლის ინერციულ სისტემად ჩავთვალოთ.

ასევე როგორც ვნახეთ აჩქარებულად მოძრავ ვაგონში ნიუტონის I კანონი არ სრულდება. ის ასევე არაინერციული სისტემაა.

§8. ძალა, მასა, ნიუტონის II კანონი. მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები.

ნიუტონის I კანონიდან გამომდინარეობს, რომ სხეულის სიჩქარე შეიცვლება იმ შემ-ში, თუ მასზე იმოქმედებს სხვა სხეული. ერთი სხეულის მოქმედებას მეორეზე ახასიათებენ ძალით. თუ სხეულზე ძალა არ მოქმედებს, მაშინ მისი სიჩქარე მუდმივია – აჩქარება ნულის ტოლია. ძალის მოქმედების შედეგად სხეული იღებს აჩქარებას.

ძალა არის ფიზიკური სიდიდე, რომელიც წარმოადგენს სხეულზე სხვა სხეულების მოქმედების ზომას. *ხასიათდება სიდიდით (მოდულით), მიმართულებით და მოდების წერ-ტილით. ე.ი. ძალა ვექტორული სიდიდეა, რომლის დასაწყისი მოდების წერტილშია.*

ასევე ძალის მოქმედების შედეგად სხეული დეფორმირდება. ამიტომ ძალის გასაზომად უნდა გავზომოთ მისი მოქმედებით გამოწვეული აჩქარება, ან დეფორმაციის სიდიდე.

ცდებით დადგენილია, რომ სხეულზე მოქმედი ძალის შეცვლით მისი აჩქარება იც-ვლება ძალის პროპორციულად. ასევე ერთი და იგივე ძალის გავლენით სხვადასხვა სხეული სხვადასხვა აჩქარებას იძენს, ე.ი. სხეულები მეტ-ნაკლებად იჩენენ ინერციის უნარს. ინერციის ზომას m *მასა ეწოდება. რაც მეტია სხეულის მასა, მით ნაკლებ აჩქარებას (ანუ ნაკლებად იცვლება სხეულის სიჩქარე) იძენს სხეული მოცემული ძალის მოქმედებით. მაშასადამე მასა სხეულის ინერტულობის ზომაა. მასა ასევე განსაზღვრავს სხეულების გრა-ვიტაციის (მიზიდვის) უნარსაც – სხეულებს შორის მიზიდვის ძალა მათი მასების პროპორ-ციულია. ის ასევე განსაზღვრავს სხეულის ენერგიის სრულ მარაგს. ურთიერთქმედების შე-დეგად აჩქარებით მოძრავი სხეულების აჩქარებათა შედარებით გამოთვლილ მასას ინერცი-ული მასა ეწოდება. უღლიანი სასწორის გაწონასწორების საშუალებით გაზომილ მასას კი გრავიტაციული მასა ეწოდება. დადგენილია, რომ ინერტული და გრავიტაციული მასები ერთმანეთის ტოლი ანუ იგივურნი არიან და ტერმინ "მასის" ქვეშ იგულისხმება მათი საერთო მნიშვნელობა, ანუ ლაპარაკობენ უბრალოდ მასაზე. უნდა აღინიშნოს, რომ როდესაც ერთდება ორი ან მეტი სხეული მათი მასები იკრიბება. მასა სხეულში გამოხატავს ასევე ნივთიერების რაოდენობას.*

მასა სკალარული სიდიდეა.

მასა ახასიათებს ასევე ადიტიურობა – თვისება, რომ მთლიანი მასა სხეულისა ტოლია მისი შემადგენელი ნაწილების მასების ჯამისა. თუ სხეულის ცალკეული ნაწილების მასებს ავღნიშნავთ $m_1, m_2 \ldots\ldots\ldots m_N$, *მაშინ მთლიანა მასა ტოლი იქნება*

$$m = m_1 + m_2 + \ldots\ldots + m_N = \sum_{i=1}^{N} m_i \quad (3.1)$$

კლასიკურ მექანიკაში მასა მიჩნეულია სხეულის დამახასიათებელ უცვლელ სიდიდედ, რომელიც არაა დამოკიდებული სხეულის ადგილმდებარეობაზე და მისი მოძრაობის ხასია-თზე. მაგრამ ეს დებულება არ არის ზუსტი. სინამდვილეში სხეულის მასა დამოკიდებულია მის სიჩქარეზე: თუ უძრავი სხეულის მასა m_0-*ის ტოლია, მაშინ ამავე სხეულის მასა* v

სიჩქარით მოძრაობისას ტოლი იქნება $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, სადაც $c \approx 3\cdot10^8$ მ/წმ. აქედან ჩანს, რომ თუ $v \ll c$, მაშინ $m \approx m_0$, ე.ი. მცირე სიჩქარეებით მოძრაობისას სხეულის მასა სიჩქარეზე დამოკიდებული არ არის.

ამგვარად ცდების საფუძველზე ნიუტონმა დაადგინა, რომ:

აჩქარება პროპორციულია სხეულზე მოქმედი ძალის და უკუპროპორციულია ამ სხეულის მასის, ანუ $\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m}$ (3.2).

აქ **k** პროპორციულობის კოეფიციენტია და ის დამოკიდებულია ფორმულაში შემავალი სიდიდეების ერთეულის შერჩევაზე. თუ ამ სიდიდეებს გავზომავთ ერთი და იმავე სისტემის ერთეულებით, მაშინ **k** =1 და $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ (3.3).

(3.3) ფორმულა გამოხახავს ნიუტონის II კანონს. ფორმულიდან გამოდის, რომ აჩქარების მიმართულება ემთხვევა ძალის მიმართულებას. (3.3)-დან გვაქვს:

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (3.4)$$

ანუ სხეულზე მოქმედი ძალა სხეულის მასისა და ამ ძალით გამოწვეული აჩქარების ნამრავლის ტოლია. ესეც ნიუტონის II კანონია.

თუ $\vec{F} = 0$, მაშინ $\vec{a} = 0$, ანუ სხეული უძრავია ან მოძრაობს წრფივად და თანაბრად (ნიუტონის I კანონი).

მაგ. ყოველ **m** მასის სხეულზე მოქმედებს სიმძიმის ძალა $\vec{P}$, რომელიც მას სიმძიმის ძალის $\vec{g}$ აჩქარებას ანიჭებს და ნიუტინის II კანონის თანახმად $\vec{P} = m\vec{g}$.

თუ სხეულზე რამდენიმე ძალა მოქმედებს, მაშინ $\vec{F}$ არის ამ ძალების ვექტორული ჯამი (ტოლქმედი ძალა).

(3.4) განტოლებას მოძრაობის განტოლებას უწოდებენ. თუ ამ განტოლებას კოორდინატთა ღერძებზე დავაგეგმილებთ და გავითვალისწინებთ, რომ აჩქარება კოორდინატის მეორე რიგის წარმოებულია დროით, გვექნება სამი სკალარული განტოლება:

$$\begin{cases} F_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2} \\ F_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2} \\ F_z = m\dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases} \qquad (3.5)$$

(3.5) განტოლებებს მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები ეწოდება.

(3.4) ფორმულიდან შეიძლება დავადგინოთ ძალის ერთეული **SI** სისტემაში. მასის ერთეული ამ სისტემაში არის 1 კგ, აჩქარების მ/წმ². ე.ი. ძალის ერთეული ამ სისტემაში

არის ისეთი ძალა, რომელიც 1 კგ მასის სხეულს 1 მ/წმ^2 აჩქარებას ანიჭებს. ამ ერთეულს ნიუტონი (ნ) ეწოდება და 1ნ=1კგ·1 მ/წმ^2.

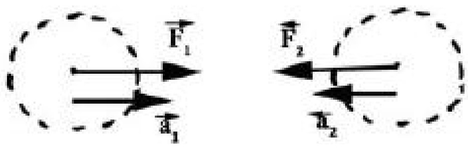
ტექნიკურ სისტემაში გამოიყენება ძალის ერთეული – კილოგრამძალა. ეს ისეთი ძალაა, რომელიც 1 კგ მასის სხეულს 9,8 მ/წმ^2 აჩქარებას ანიჭებს.

1 კგძ=1 კგ·9,8 მ/წმ^2=9,8 ნ.

§9. ნიუტონის III კანონი.

როგორც ავღნიშნეთ ძალა არის ერთი სხეულის მეორე სხეულზე მოქმედების ზომა, მაგრამ ამ მოქმედებას ცალმხრივი ხასიათი არ აქვს, ადგილი აქვს ურთიერთქმედებას. ანუ ქმედება იწვევს უკუქმედებას.

ვთქვათ გვაქვს ორი სხეული (ნახ. 3.1). თუ პირველი სხეული მოქმედებს მეორეზე $\vec{F}_2$ *ძალით, მაშინ მეორე მოქმედებს პირველზე* $\vec{F}_1$ *ძალით. ნიუტონის III კანონის თანახმად:* ***ძალები, რომლებითაც ორი სხეული ერთიმეორეზე მოქმედებს, მიმართულია ერთი წრფის გასწვრივ, სიდიდით (მოდულით) ტოლია და მიმართულებით საპირისპირო. ანუ ქმედება იწვევს ტოლსა და საწინააღმდეგო უკუქმედებას.***



ნახ. 3.1

ანუ

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \qquad (3.6)$$

ე.ი. ძალები ჩნდებიან წყვილ=წყვილად. ეს ძალები ერთმანეთს ვერ გააწონასწორებენ, რადგან ისინი ყოველთვის სხვადასხვა სხეულებზე არიან მოდებული.

ამ ძალების დაყოფა ქმედების და უკუქმედების ძალებად პირობითია. ორივე ერთი და იგივე ფიზიკური ბუნების ძალაა. მაგ. თუ ერთ სხეულზე მეორის მხრიდან მოქმედებს დრეკადობის ან მსოფლიო მიზიდულობის ძალა, მაშინ პირველი სხეულიც მეორეზე აგრეთვე დრეკადობის ან მსოფლიო მიზიდულობის ძალით იმოქმედებს.

ნიუტონის II კანონის თანახმად $\vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1$ *და* $\vec{F}_2 = m_2\vec{a}_2$, *ანუ* $m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$.

სიდიდით $m_1a_1 = m_2a_2$, *საიდანაც* $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{m_2}{m_1}$.

ე.ი. სხეულების ურთიერთქმედებებისას მათი აჩქარებები მათი მასების უკუპროპორციულია: ანუ ის სხეული იღებს მეტ აჩქარებას, რომლის მასაც ნაკლებია.

მაგ. ნიუტონის III კანონის თანახმად დედამიწა იზიდავს ვთქვათ ქვას. ამავე ძალით ქვა იზიდავს დედამიწას. მათი მიერ მიღებული აჩქარებებები მათი მასების უკუპროპორციულია. ქვა ვარდება დედამიწაზე g *აჩქარებით. მისი მასა კი გაცილებით ნაკლებია დედამიწის მასაზე. ამიტომ დედამიწის მიერ მიღებული აჩქარება ძალიან მცირეა, პრაქტიკულად დედამიწა უძრავია.*

ასევე რა ძალითაც ცხენი ეწევა ეტლს, იმავე ძალით ეტლი ეწევა ცხენს და მხოლოდ ამ ძალების მოქმედებით სისტემა ”ცხენი-ეტლი” ვერასდროს დაიძვრებოდა ადგილიდან. რომ ამოძრავდეს ეს ორი სხეული ერთი მიმართულებით, საჭიროა მესამე სხეულის არსებობა. ასეთია დედამიწა. ცხენი, რომელიც ეწევა ეტლს ეყრდნობა დედამიწას, ანუ ცხენზე დედამიწის მხრიდან მოქმედებს ჰორიზონტალური გარე ძალა – ხახუნის ძალა, რომელსაც მთელი ეს სისტემა მოჰყავს მოძრაობაში. თუ ხახუნი არ გვექნება (მოყინული გზა), მაშინ სისტემა ვერ ამოძრავდება.

ასევე რა ძალითაც დედამიწა იზიდავს მთვარეს, იგივე ძალით მთვარე იზიდავს დედამიწას. დედამიწის მოქმედებით მთვარე მოძრაობს მის ირგვლივ მრუდწირულ ორბიტაზე. მთვარის მოქმედება კი დედამიწაზე იწვევს პერიოდულად განმეორებად ზღვებისა და ოკეანეების მოქცევასა და მიქცევას.

შეიძლება ნიუტონის III კანონის გამოყენება მრუდ წირზე მოძრავი სხეულისთვის. ვიცით მრუდ წირზე სხეულს გააჩნია ცენტრისკენული აჩქარება $a = \frac{v^2}{R}$. ეს აჩქარება მიმართულია სიმრუდის ცენტრისკენ და ძალას, რომელიც ამ აჩქარებას იწვევს ცენტრისკენული ძალა ეწოდება და ის ტოლია $F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$, სადაც $v = \omega R$. III კანონის თანახმად წრეწირზე მოძრავი სხეული თავის მხრივ მოქმედებს იმ სხეულზე, რომელიც იწვევს მისი ტრაექტორიის გამრუდებას, ცენტრისკენული ძალის ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული – ცენტრიდანული ძალით. მაგ. თოკზე გამობმული ქვის წრიული მოძრაობისას ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს ქვაზე, ხოლო ცენტრიდანული ძალა თოკზე. ასევე მთვარის მოძრაობისას დედამიწის გარშემო ცენტრისკენული ძალა მოქმედებს მთვარეზე, ხოლო ცენტრიდანული დედამიწაზე.

აღსანიშნავია ისიც, რომ ცენტრისკენულ ძალას შეიძლება ჰქონდეს სხვადასხვა ბუნება. მაგ. დედამიწის გარშემო მთვარის მოძრაობისას მთვარეზე მოქმედი ძალა ეს არის დედამიწის მხრიდან მიზიდულობის ძალა, თოკზე გამობმულ ქვაზე ეს არის თოკის დაჭიმულობის ძალა, ბირთვის ირგვლივ ელექტრონზე ელექტრული მიზიდვის ძალა, მბრუნავ მაგიდაზე უძრავად მყოფ სხეულზე ცენრისკენული ძალაა ხახუნის ძალა და ა.შ.

IV ლექცია

იმპულსი. იმპულსის მუდმივობის კანონი. ძალები მექანიკაში: დრეკადობის ძალა, ჰუკის კანონი, მექანიკური ძაბვა, იუნგის მოდული.

§10. იმპულსი. იმპულსის მუდმივობის კანონი.

ვექტორულ სიდიდეს, რომელიც სხეულის მასისა და სიჩქარის ნამრავლის ტოლია, ამ სხეულის მოძრაობის რაოდენობა, ანუ იმპულსი ეწოდება და ის ასე ჩაიწერება:

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad (4.1).$$

იმპულსის მიმართულება, როგორც ვექტორის, ემთხვევა სიჩქარის მიმართულებას. მისი ერთეული SI სისტემაში არის კგ.მ/წმ. ჩავწეროთ ნიუტონის II კანონი $\vec{F} = m\vec{a}$. გავიხსენოთ, რომ აჩქარება სიჩქარის პირველი რიგის წარმოებულია დროით, ანუ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, ამიტომ $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$. გავითვალისწინოთ, რომ კლასიკურ ფიზიკაში მასა მუდმივი სიდიდეა, ამიტომ m შევიტანოთ წარმოებულის ნიშნის ქვეშ და გვექნება

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (4.2),$$

მაშასადამე სხეულზე მოქმედი ძალა იმპულსის წარმოებულია დროით, ანუ ძალა იმპულსის ცვლილების სიჩქარის ტოლია. (4.2) არის ნიუტონის II კანონის მათემატიკური ფორმულირება როგორც ცვლადი ისე მუდმივი მასის შემ-ში, ხოლო $\vec{F} = m\vec{a}$ განტოლება მართებულია მხოლოდ მუდმივი მასის შემ-ში. ე.ი. $\vec{F} = m\vec{a}$ განტოლება (4.2)-ის კერძო სახეა იმ შემ-ში, როცა მასა მუდმივია. (4.2)-დან $\quad d\vec{P} = \vec{F}dt \qquad (4.3),$

სადაც $d\vec{P}$ არის სხეულის იმპულსის ცვლილება. ძალის ნამრავლს ქმედების დროზე $\vec{F}dt$-ს ეწოდება ძალის ელემენტარული იმპულსი. ე.ი. სხეულის იმპულსის ცვლილება მცირე dt დროში ტოლია იმავე მცირე დროში მასზე მოქმედი ძალის ელემენტარული იმპულსისა.

შესაბამისად დროის სასრულო $(0,\, t)$ შუალედში სხეულის იმპულსის ცვლილება ტოლი იქნება

$$\Delta\vec{P} = \int_0^t \vec{F}dt \qquad (4.4).$$

(4.4) ტოლობიდან გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

ა) თუ სხეულზე ძალა არ მოქმედებს ($\vec{F} = 0$), მაშინ $\Delta\vec{P} = 0$, ანუ $\vec{P} = m\vec{v} = const$. ამ დროს სხეულის იმპულსი არ იცვლება და სხეული მოძრაობს თანაბრად და წრფივად, რადგან $m = const$ და $\vec{v} = const$ (ნიუტონის I კანონი). მაშასადამე იზოლირებული სხეულის იმპულსი მუდმივი სიდიდეა. ვინაიდან მასა მუდმივია, ამიტომ $\vec{P} = m\vec{v} = const$-ის თანახმად $\vec{v} = const$, რაც არის ინერციის კანონი.

ბ) თუ $\vec{F} = const$, მაშინ $\Delta\vec{P} = \vec{F}t$, ანუ $m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t$ (4.5).

ე.ი. ძალა რიცხობრივად დროის ერთეულში იმპულსის ცვლილების ტოლია.

განვიხილოთ სხეულთა სისტემა. სისტემის შემადგენელი სხეულების ურთიერთქმედების ძალებს შინაგანი ძალები ვუწოდოთ, ხოლო ძალებს, რომლითაც გარეშე სხეულები მოქმედებენ სისტემის შემადგენელ სხეულებზე – გარე ძალები. სიმარტივისთვის დავუშვათ გვაქვს ორი სხეულისგან (რომელთა მასებია m_1 და m_2) შემდგარი სისტემა. მათი სიჩქარეები იყოს $\vec{v}_1$ და $\vec{v}_2$. (4.2)-ის ანალოგიურად ჩავწეროთ მათთვის ნიუტონის II კანონი:

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \frac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_1$$
$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = \frac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_2 ,$$

სადაც $\vec{F}_{12}$ და $\vec{F}_{21}$ შინაგანი ძალებია, ხოლო $\vec{F}_1$ და $\vec{F}_2$ პირველ და მეორე სხეულზე მოქმედი გარე ძალები. ეს განტოლებები შევკრიბოთ და გავითვალისწინოთ, რომ ნიუტონის III კანონის თანახმად $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. მაშინ $\dfrac{d(\vec{P}_1 + \vec{P}_2)}{dt} = \dfrac{d(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$ (4.6).

აქ $\vec{F}$ არის სისტემაზე მოქმედი გარე ძალების გეომეტრიული ჯამი.

დავუშვათ სისტემა იზოლირებულია (ანუ ისეთი მექანიკური სისტემა, რომლის შემადგენელი სხეულები მხოლოდ ერთმანეთთან ურთიერთქმედებენ), ანუ გარეშე სხეულებთან არ ურთიერთქმედებენ და გარე ძალების ტოლქმედი $\vec{F} = 0$. მაშინ

$$\frac{d(\vec{P}_1 + \vec{P}_2)}{dt} = 0, \quad \text{ანუ} \quad \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = const \qquad (4.7).$$

მაშასადამე ჩაკეტილი სისტემის სრული იმპულსი (ვექტორული ჯამი) მუდმივი სიდიდეა. ეს არის იმპულსის მუდმივობის კანონი ჩაკეტილი სისტემისთვის. ასეთ სისტემებში შეიძლება მოხდეს იმპულსის გადაცემა ერთი სხეულიდან მეორეზე ან პირიქით, მაგრამ მათი ვექტორული ჯამი რჩება მუდმივი.

ზოგად შემ-ში თუ ჩაკეტილი სისტემა შეიცავს n რაოდენობის სხეულს (მატერიალურ წერტილს), იმპულსის მუდმივობის კანონი ასე ჩაიწერება:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = const \qquad (4.8).$$

ეს კანონი მექანიკის ერთ-ერთი ძირითადი კანონია.

§11. ძალები მექანიკაში: დრეკადობის ძალა, ჰუკის კანონი, მექანიკური ძაბვა, იუნგის მოდული.

გარე ძალის მოქმედების შედეგად, სხეულის ფორმის ან მოცულობის შეცვლას, დეფორმაცია ეწოდება. ამ დროს ადგილი აქვს ნაწილაკების ურთიერთგანლაგებისა და მათ შორის მანძილის შეცვლას, რაც იწვევს დრეკადობის ძალის წარმოქმნას, რომელიც მის დეფორმაციას ეწინააღმდეგება. როდესაც დრეკადობის ძალა გაუტოლდება დეფორმაციის გამომწვევ ძალას, დეფორმაცია შეწყდება. გარე ძალების მოქმედების შეწყვეტის შემდეგ, დრეკადობის ძალები ცდილობენ სხეულის პირვანდელი ფორმის და მოცულობის აღდგენას.

თუ ძალის მოქმედების შემდეგ სხეული მთლიანად აღიდგენს ფორმასა და ზომებს (იბრუნებს საწყის მდგომარეობას), მაშინ დეფორმაცია დრეკადია. თუ ძალების მოქმედების შეწყვეტის შემდეგ რჩება ნარჩენი დეფორმაცია, მაშინ დეფორმაციას ეწოდება პლასტიკური. შესაბამისად ანსხვავებენ დრეკად და პლასტიკურ სხეულებს. ეს დაყოფა არის პირობითი, რადგან ერთი და იგივე სხეული მცირე დეფორმაციის დრეკადია, ხოლო დიდი დეფორმაციებისას – პლასტიკური. პირობების შეცვლით დრეკადი სხეული შეიძლება გადავიდეს პლასტიკურში. ასევე თუ დრეკად სხეულზე მოდებული ძალა აღემატება გარკვეულ სიდიდეს, რომელსაც დრეკადობის ზღვარი ეწოდება, დეფორმაცია ხდება პლასტიკური.

თუ სხეული ეწინააღმდეგება ფორმის შეცვლას ე.ი. ფორმის შეცვლისას მასში აღიძვრება დრეკადობის ძალები, მაშინ მას ახასიათებს ფორმის დრეკადობა. ასევე თუ სხეული ეწინააღმდეგება მოცულობის შეცვლას, მაშინ ეს სხეული ხასიათდება მოცულობის დრეკადობით. მყარ სხეულებში გვაქვს, როგორც ფორმის, ასევე მოცულობის დრეკადობა, ხოლო აირებში და სითხეებში მხოლოდ მოცულობის.

არჩევენ დეფორმაციის შემდეგ სახეებს: სიგრძივი გაჭიმვა (ან კუმშვა), ყოველმხრივი გაჭიმვა (ან კუმშვა), ძვრა (გადაწევა), გრეხა, ღუნვა.

დრეკადობის ძალა მოდებულია დეფორმაციის გამომწვევ სხეულზე. ეს ძალა იზრდება დეფორმაციისას მის პროპორციულად და დრეკადობის ფარგლებში (მცირე დეფორმაციისას) მოქმედებს ჰუკის ცდისეული კანონი:

დრეკადი დეფორმაციისას სხეულში აღძრული დრეკადობის ძალა x დეფორმაციის სიდიდისა:

$$F_x = -kx \qquad (4.9),$$

*სადაც F_x – დრეკადობის ძალის პროექციაა **x** ღერძზე. ნიშანი "–" მიუთითებს იმას, რომ დრეკადობის ძალა მიმართულია დეფორმაციის (ნაწილაკები წანაცვლების) საწინააღმდეგოდ. **k** – კოეფიციენტი სიხისტეა, რომელიც რიცხობრივად იმ ძალის ტოლია, რომელიც აღიძვრება სხეულში ერთეულოვანი დეფორმაციისას. ის დამოკიდებულია სხეულის ზომებზე და ნივთიერების გვარობაზე. მისი ერთეული **SI** სისტემაში არის ნ/მ.*

განვიხილოთ გაჭიმვის (კუმშვის) დეფორმაცია. ვთქვათ გვაქვს ღერო, რომლის საწყისი სიგრძე იყოს l_0. თუ ასეთ ღეროს ფუძეზე მოვდებთ ნორმალურ (განივკვეთის მართობული)

$\vec{F}_n$ ძალას. ის გამოიწვევს ღეროს გაჭიმვას და მისი სიგრძე გახდება l. მაშინ ღეროს აბსოლუტური წაგრძელება ტოლი იქნება $\Delta l = l - l_0$. გაჭიმვისას ღეროში აღიძვრება $\vec{F}$ დრეკადობის ძალა, რომელიც სიდიდით $\vec{F}_n$ ძალის ტოლია და მიმართულია მის საწინააღმდეგოდ. დრეკადობის ძალის შეფარდებას განივკვეთის ფართობთან მექანიკური ძაბვა ეწოდება:

$$\sigma = \frac{F}{S} \qquad (4.10).$$

მისი ერთეულია ნ/მ², რაც არის პასკალი (პა).

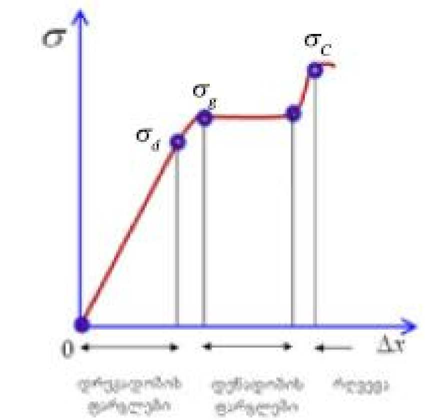
თუ $F \perp S$, მაშინ მექანიკური ძაბვა ნორმალურია, ხოლო თუ $F \parallel S$ -მხები.

დეფორმაციის ზომად ასევე მიღებულია ფარდობითი დეფორმაცია, რომელიც ტოლია სხეულის ზომის ცვლილების ფარდობისა საწყის ზომასთან. გაჭიმვის დეფორმაციის შემ-ში ფარდობითი დეფორმაცია ტოლია: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ (4.11).

ჰუკმა დაადგინა, რომ დეფორმაციის შედეგად სხეულში აღძრული მექანიკური ძაბვა პროპორციულია მისი დარდობითი დეფგორმაციისა (ჰუკის კანონის სხვა ფორმულირება):

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (4.12),$$

სადაც E - ს გაჭიმვის (შეკუმშვის) შემ-ში დრეკადობის ანუ იუნგის მოდულს უწოდებენ. ვთქვათ $\varepsilon = 1$, მაშინ $\sigma = E$. ანუ იუნგის მოდული რიცხობრივად იმ ძაბვის ტოლია, რომელიც აღიძვრება სხეულში ერთეულოვანი ფარდობითი დეფორმაციის დროს. მაგრამ $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = 1$ ნიშნავს, რომ $\Delta l = l_0$. ანუ ამ დროს ხდება სიგრძის გაორმაგება. ე.ი. **იუნგის მოდული რიცხობრივად იმ ძაბვის ტოლია, რომელიც დეფორმირების გამო გამოიწვევდა სხეულის სიგრძის გაორმაგებას, თუ ასეთი დეფორმირება არ გამოდის დრეკადი დეფორმაციის ფარგლებიდან.** იუნგის მოდული დამოკიდებულია მხოლოდ ნივთიერების გვარობაზე. (4.12) ფორმულა ასე ჩავწეროთ: $\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow F = \frac{SE}{l_0}\Delta l$. თუ მივიღებთ, რომ სიხისტის კოეფიციენტი $k = \frac{SE}{l_0}$ და Δl - ს შევცვლით Δx - ით, მივიღებთ ჰუკის კანონის საწყის ფორმულირებას: $F = k\Delta x$.



SI სისტემაში იუნგის მოდულის ერთეულია პასკალი: 1 პასკალი=ნ/მ².

დეფორმირების სიდიდესა და მის მიერ გამოწვეულ მექანიკურ ძაბვას შორის დამოკიდებულება გრაფიკულად ასე გამოისახება (ნახ.). ნახაზიდან ჩანს, რომ ჰუკის კანონი სამართლიანია ძაბვათა არეში $0 \le \sigma = \sigma_d$. ე.ი. ამ არეში ზონრის ფარდობითი წაგრძელება პირდაპირპროპოციულია ზონარზე მოდებული ძაბვისა – ეს არის

დრეკადების არე. $\pm_d$ ძაბვა არის ის მაქსიმალური ძაბვა, რომლის დროსაც ჰუკის კანონის ფორმულა სამართლიანია. თუ მექანიკური ძაბვა აღემატება $\pm_d$ ძაბვას, ამ ძაბვის მოხსნის შემდეგ სხეულში რჩება ნარჩენი დეფორმაცია. ძაბვათა არეში $\pm_d$ Y ± Y $\pm_g$ ჰუკის კანონი აღარ არის სამართლიანი. ამ დროს წირი იხრება აბსცისთა ღერძისკენ, ფარდობითი დეფორმაცია იზრდება ძაბვაზე უფრო სწრაფად. შემდგომ სხეული კარგავს დრეკად თვისებებს, ანუ გარე ძალის მოქმედების შეწყვეტის შემდეგ დეფორმაცია არ ისპობა. ამ არეში ზონრის ფარდობითი წაგრძელება მნიშვნელოვნად იზრდება ზონარზე მოდებული ძაბვის გარეშე. ამ დროს ხდება კრისტალური სტრუქტურის გადაწყობა, ნაწილაკების გადადენა ერთი არიდან სხვა არეში უკან დაბრუნების გარეშე. ეს არის არადრეკადი დეფორმაციის არე (პლასტიკური დენადობის). $\pm_d$ ძაბვა დრეკადობის ზღვარია. პლასტიკური დენადობის საზღვრის ბოლოს სიხისტე კვლავ მატულობს და როდესაც მექანიკური ძაბვა გადაამეტებს ± ñ $\pm_C$-ს, ზონარი გაწყდება. მექანიკური ძაბვა $\pm_C$ არის ის მინიმალური ძაბვა, რომელიც საჭიროა ზონრის გასაწყვეტად. მას რღვევის ძაბვა (სიმტკიცის ზღვარი) ეწოდება, ხოლო სიდიდეს, რომელიც გვიჩვენებს რამდენჯერ ნაკლებია სხეულში აღძრული მექანიკური ძაბვა რღვევის ძაბვასთან შედარებით, სიმტკიცის მარაგი ეწოდება.

ისეთ სხეულებს, რომელთა სიმტკიცის ზღვარი დრეკადობის ზღვართან ახლოსაა, მყიფე სხეულები ეწოდება. სხეულებს, რომლებსაც დიდი დენადობის არე აქვთ, პლასტიკური სხეულები ეწოდება.

V ლექცია

ხახუნის ძალა. ხახუნის კოეფიციენტი. მსოფლიო მიზიდულობის ძალა, სიმძიმის ძალა. წონა, უწონობა. თავისუფლად ვარდნილი სხეულის მოძრაობა.

§12. ხახუნის ძალა. ხახუნის კოეფიციენტი.

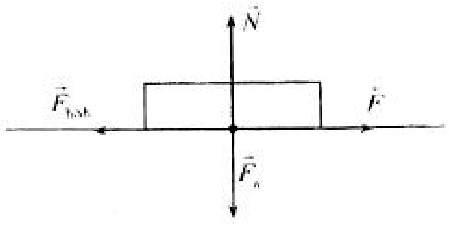
ცდებიდან ცნობილია, რომ ნებისმიერი სხეული, რომელიც მოძრაობს სხვა სხეულის ჰორიზონტალურ ზედაპირზე და როდესაც მასზე არ მოქმედებს სხვა სხეულები, რაღაც დროის შემდეგ ჩერდება, ე.ი. ეს შეიძლება აიხსნას რაღაც ძალით, რომელიც მის მოძრაობას ეწინააღმდეგება. ეს არის ხახუნის – წინაღობის ძალა.

ხახუნის ძალა *აღიძვრება შემხები სხეულების ნაწილაკების ურთიერთქმედების შედეგად და ყოველთვის შეხების ზედაპირის გასწვრივაა მიმართული, განსხვავებით დრეკადობის ძალისგან, რომელიც ამ ზედაპირის მართობულია. ეს ძალა წარმოიშობა ორი ზედაპირის შეხებისას და ეწინააღმდეგება სხეულების ურთიერთგადაადგილებას.*

არსებობს ხახუნის ორი სახე; გარეგანი და შინაგანი. გარეგანი არის ხახუნი, რომელიც აღიძვრება ორი მყარი სხეულის ურთიერთგადაადგილებისას. თუ შემხები სხეულები ერთმანეთის მიმართ უძრავნი არიან, მაშინ გვაქვს – უძრაობის ხახუნი, ხოლო თუ ხდება ამ სხეულების ფარდობითი გადაადგილება, მაშინ გვაქვს სრიალის, გორვის ხახუნი. შინაგანი ხახუნი აღიძვრება ერთი და იმავე სხეულის სხვადასხვა ნაწილებს შორის, მაგ. სითხის ან აირის სხვადასხვა ფენებს შორის, რომლებიც სხვადასხვა სიჩქარით მოძრაობენ.

ასევე გვაქვს მშრალი და სველი (ბლანტი) ხახუნი. მშრალი ხახუნი აღიძვრება მყარი სხეულების ზედაპირებს შორის შეზეთვის გარეშე, ხოლო სველი კი მყარი სხეულის ზედაპირსა და თხევად ან აირად გარემოს შორის.

ვთქვათ გვაქვს მაგიდის ჰორიზონტალურ ზედაპირზე მოთავსებული ძელაკი (ნახ. 5.1). ეს ძელაკი მაგიდის ზედაპირს აწვება $\vec{F}_n$ *ნორმალური (ზედაპირის მართობული) წნევის ძალით. ვიმოქმედოთ ამ ამ ძელაკზე შემხები ზედაპირის პარალელური მცირე* $\vec{F}$ *ძალით და თანდათანობით ვზარდოთ მისი სიდიდე. თავდაპირველად ძელაკი უძრავია, ე.ი.* $\vec{F}$ *ძალასთან ერთად ძელაკზე მოქმედებს* $\vec{F}_{ხახ}$ *ძალა, რომელიც მოდულით* $\vec{F}$*-ის ტოლია, მიმართულია შემხები ზედაპირის გასწვრივ და აქვს* $\vec{F}$*-ის საპირისპირო მიმართულება. ამ* $\vec{F}_{ხახ}$ *ძალას ეწოდება უძრაობის ხახუნის ძალა. ამ ძალის ზრდა ხდება გარკვეულ* $\vec{F}_0$ *მნიშ-მდე და როდესაც* $\vec{F}$ *გადააჭარბებს* $\vec{F}_0$*-ს, მაშინ სხეული ამოძრავდება და დაიწყებს სრიალს (უკვე გვექნება სრიალის ხახუნი). ე.ი.* $\vec{F}_0$ *განსაზღვრავს უძრაობის ხახუნის ძალის მაქსიმალურ მნიშვნელობას. მაშასადამე უძრაობის ხახუნის ძალა იცვლება 0-დან* $\vec{F}_0$*-მდე.*



ნახ. 5.1

სრიალის ხახუნის ძალა ფაქტიურად უძრაობის ხახუნის ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობის ტოლია. ეს ძალა მიმართულია ყოველთვის მოძრაობის საწინააღმდეგოდ და იწვევს სხეულის ფარდობითი სიჩქარის შემცირებას.

ამონტონ-კულონის ემპირიული კანონის თანახმად, უძრაობის ხახუნის ძალის მაქსიმალური მნიშვნელობა $\vec{F}_0$ *არ არის დამოკიდებული სხეულების შეხების ფართობზე და პროპორციულია* $\vec{F}_n$ *ნორმალური წნევის ძალის სიდიდის:* F_0 Z $«_0 F_n$ *,* *(5.1)*

სადაც უგანზომილებო სიდიდე $«_0$ J *უძრაობის ხახუნის კოეფიციენტია, რომელიც დამოკიდებულია მოხახუნე სხეულების გვარობაზე, ზედაპირების დამუშავების ხარისხზე. ანალოგიურად სრიალის ხახუნის ძალისთვის გვაქვს:* F *ხახ*$=«F_n$ *(5.2). აქ* « *სრიალის ხახუნის კოეფიციენტია. იგი განსხვავებით* $«_0$ J *სგან დამოკიდებულია დამატებით მოძრაობის სიჩქარეზე.*

უძრაობის ხახუნის ძალა ძირითადად ხელს უშლის მოძრაობის დაწყებას, მაგრამ რიგ შემ-ში პირიქით ის არის მოძრაობის მიზეზი. მაგ. სიარულის დროს ლანჩაზე მოქმედი უძრაობის ხახუნის ძალა ანიჭებს ადამიანს აჩქარებას. ამ ძალის გარეშე სიარული შეუძლებელი იქნებოდა. ლანჩა თავის მხრივ მოქმედებს დედამიწაზე ტოლი და საწინააღმდეგო ძალით და ანიჭებს მას აჩქარებას.

სრიალის ხახუნის ძალის შემცირებისათვის მიმართავენ შეზეთვას.

სრიალის ხახუნის ძალის შეცვლა შეიძლება გორვის ხახუნის ძალით, რომელიც გაცილებით ნაკლებია. გორვის ხახუნის ძალაც გამოითვლება კულონის კანონით:

$$F_{\text{ხახ}}=K\frac{F_n}{R} \qquad (5.3).$$

აქ K *გორვის ხახუნის კოეფიციენტია, რომელსაც უკვე განზომილება აქვს და ის დამოკიდებულია მასალის გვარობაზე.* R J *ცილინდრის (ბორბლის) რადიუსია.*

გორვის ხახუნის კოეფიციენტის მნიშ-ბა ათეულჯერ ნაკლებია, ვიდრე სრიალის ხახუნის « *კოეფიციენტის.*

სითხეში ან აირში მოძრავ სხეულზე მოქმედებს მოძრაობის დამამუხრუჭებელი ძალა. ეს ძალა წარმოიქმნება ორი ძალისგან: ა) სველი ხახუნის ძალისგან (რომელიც აღიძვრება სხეულზე გარშემორტყმული სითხის ფენასა და დანარჩენ ფენებს შორის) და ბ) წინააღმდეგობის ძალისგან, რომელიც ჩნდება იმიტომ, რომ მოძრავი სხეულის წინ წნევა უფრო მეტია, ვიდრე უკან, რის გამოც წნევის ძალების ტოლქმედი მიმართულია მოძრაობის საწინააღმდეგოდ. ჯამურ ძალას, რომელიც შედგება სველი ხახუნის ძალისა და გარემოს წინაღობის ძალისაგან, უწოდებენ ხახუნის ძალას. ამ შემ-ში უძრაობის ხახუნი არ არსებობს.

მცირე სიჩქარის შემ-ში ხახუნის ძალა სიჩქარის პროპორციულია და მიმართულია მის საწინააღმდეგოდ: $\vec{F}$ *ხახ* Z J$K_1\vec{v}$ *(5.4),*

რომელიც სიჩქარის ზრდასთაბნ ერთად გადადის კვადრატულში:

$$\vec{F}_{ხახ} = -\boldsymbol{K}_1 \boldsymbol{v}^2 \frac{\vec{\boldsymbol{v}}}{\boldsymbol{v}} = -\boldsymbol{K}_2 \boldsymbol{v}\vec{\boldsymbol{v}} \quad (5.5).$$

აქ $\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2$ *კოეფიციენტები და სიჩქარეთა ის მნიშვნელობები, რომლის დროსაც ხდება გადასვლა წრფივი დამოკიდებულებიდან კვადრატულში, დამოკიდებულია სხეული ფორმასა და ზომებზე, ზედაპირის მდგ-ზე და გარემოს თვისებებზე (სიბლანტეზე).*

§13. მსოფლიო მიზიდულობის ძალა, სიმძიმის ძალა.

ცნობილია, რომ დედამიწა მიზიდულობის ძალის გავლენით იზიდავს მის ზედაპირიდან რაიმე სიმაღლეზე მყოფ სხეულს. ნიუტონის III კანონის თანახმად ასეთივე ძალით იზიდავს სხეული დედამიწას.

ნიუტონი კეპლერის და დინამიკის კანონებზე დაყრდნობით მივიდა იმ დასკვნამდე, რომ ეს მიზიდულობის ძალა მოქმედებს არა მარტო დედამიწასა და მის ზედაპირთან მდებარე სხეულს შორის, არამედ ნებისმიერ ორ სხეულს და ჩამოაყალიბა მსოფლიო მიზიდულობის კანონი, რომელიც ასე გამოითქმის: ***ორი ნივთიერი წერტილი ერთმანეთს იზიდავს ძალით, რომელიც მათი m_1 და m_2 მასების ნამრავლის პირდაპირპროპორციულია და უკუპროპორციულია მათ შორის r მანძილის კვადრატის:*** $F=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$ *(5.6).*

თუ სხეულებს სასრული ზომა აქვს, მაშინ ამ ძალის გამოთვლისათვის საჭიროა თითოეული სხეული დავყოთ მცირე ელემენტებად, ვიპოვოთ პირველი სხეულის თითოეული ელემენტის მეორე სხეულის ყველა ელემენტთან ურთიერთქმედების ძალა და ეს ძალები შემდგომ გეომეტრიულად შევკრიბოთ. თუ სხეულები სფეროებს წარმოადგენენ, მაშინ **r** *არის ამ სფეროების ცენტრებს შორის მანძილი. (5.6) ფორმულით მაშინაც შეიძლება სარგებლობა, როდესაც ერთი სხეული სფეროა (მაგ. დედამიწა), ხოლო მეორე, რომლის წირითი ზომა გაცილებით მცირეა სფეროს რადიუსთან შედარებით, ნებისმიერი ფორმისაა. ამ შემ-ში* **r** *არის სფეროს რადიუსი.*

(5.6) ფორმულაში γ კოეფიციენტს – გრავიტაციული მუდმივა ეწოდება. **SI** *სისტემაში მისი რიცხვითი მნიშ-ბა და ერთეულია $\gamma=6,67\cdot10^{-11}$ ნმ²/კგ², ანუ ეს ისეთი მიზიდულობის ძალაა რომელიც მოქმედებს ორ 1 კგ მასის სხეულებს შორის, რომელთა შორის მანძილი 1 მ-ია.*

ლათინურად "გრავიტაცია" მიზიდულობას ნიშნავს, ამიტომ მიზიდულობის ძალას გრავიტაციულ ძალასაც უწოდებენ. გრავიტაციული ურთიერთქმედება ხორციელდება ყოველი სხეულის ირგვლივ შექმნილი გრავიტაციული ველის საშუალებით. გრავიტაციული ველი მატერიის ერთ-ერთი ფორმაა. ეს ველი ძალური ველია. მისი ძალური მახასიათებელია დაძაბულობა $\vec{G}$, რომელიც ტოლია m მასის სხეულზე გრავიტაციულ ველში მოქმედი ძალის ფარდობისა ამ სხულის მასასთან, $\vec{G}=\frac{\vec{F}}{m}$, ანუ ამ დაძაბულობის ვექტორი ტოლია ერთეულოვან მასაზე ველის მხრიდან მოქმედი ძალისა და მიმართულებით ემთხვევა ძალის მიმართულებას. თუ ჩავთვლით, რომ $m=M$ და $m_2=m$, მაშინ $G=\gamma\frac{M}{r^2}$, ის არ არის დამოკიდებული ველში შეტანილი m სხეულის მასაზე და თავისი ფიზიკური არსით დაძაბულობა ემთხვევა m სხეულის $\vec{g}$ აჩქარებას.

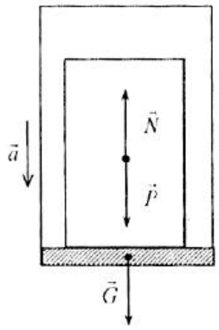
მაშასადამე მასა შედის ორ: ნიუტონის II კანონში, სადაც ის ინერტულობის ზომაა და მსოფლიო მიზიდულობის კანონში, სადაც ის ახასიათებს გრავიტაციას ანუ მიზიდვის უნარს. თითქოს საქმე გვაქვს ორ სხვასხვა ფიზიკურ სიდიდესთან –ინერტულ m_i *მასასთან და გრავიტაციულ* m_g *მასასთან. მაგრამ ისინი თანატოლნი, ანუ იგივურნი არიან და ფიზიკაში ლაპარალობენ უბრალოდ მასაზე.*

მსოფლიო მიზიდულობის ძალის კერძო შემთხვევაა ძალა, რომლითაც M *მასის დედა-მიწა თავის გრავიტაციულ ველში მოთავსებულ* m *მასის სხეულს იზიდავს რაღაც ძალით და მას სიმძიმის ძალა ეწოდება.* $P = \gamma \frac{Mm}{R^2}$. *(*$R$ *-არის დედამიწის რადიუსი.). ეს ფორმულა მართებულია იმ შემ-ში, როდესაც სხეული იმყოფება დედამიწის ზედაპირზე. თუ სხეული იმყოფება რაიმე* h *სიმაღლეზე დედამიწის ზედაპირიდან, მაშინ* $P_h = \gamma \frac{Mm}{(R + h)^2}$. *ე.ი. სიმძიმის ძალა დედამიწის ზედაპირიდან დაშორებისას მცირდება. ნიუტონის II კანონიდან სხეულზე მოქმედი აჩქარება* $g = \frac{P}{m} = \gamma \frac{M}{R^2}$ *და მას სიმძიმის ძალის აჩქარება ეწოდება. ის არ არის დამოკიდებული სხეულის მასაზე. გალილეის კანონის თანახმად ყველა სხეულები ერთი და იგივე მიზიდულობის ველში,ვარდებიან ერთი და იგივე აჩქარებით. მაშასადამე დედამიწის მოცემულ ადგილას თავისუფალი ვარდნის აჩქარება ყველა სხეულისთვის ერთი და იგივეა. თუ უგულებელვყოფთ დედამიწის დღეღამურ ბრუნვას თავისი ღერძის გარშემო, ყველა სხეულზე დედამიწასთან ათვლის სისტემაში მოქმედებს სიმძიმის ძალა, რომელიც ნიუტონის II კანონის თანახმად ტოლია სხეულის მასისა და სიმძიმის ძალის აჩქარების ნამრავლისა* $\vec{P} = m\vec{g}$. *ის მოდებულია სხეულზე და მიმართულია დედამიწის ცენტრისკენ და ის ტოლია გრავიტავიული მიზიდულობის ძალის.*

g – *ს მნიშ-ბა დედამიწის სხვადასხვა ადგილზე სხვადასხვაა. მნიშვნელობა* $g = 9{,}80665$ *მ/წმ² მიჩნეულია მის ნორმალურ (სტანდარტულ) მნიშვნელობად.*

§14. წონა, უწონობა. თავისუფლად ვარდნილი სხეულის მოძრაობა.

სხეულის წონა ეწოდება $\vec{G}$ ძალას, რომლითაც სხეული დედამიწის მიზიდულობის გამო მოქმედებს უძრავ ჰორიზონტალურ საყრდენზე ან ვერტიკალურ საკიდელზე. *განსხვავებით სიმძიმის ძალისგან, რომელიც სხეულზეა მოდებული, წონა მოდებულია საყრენზე, ან საკიდელზე. სიმძიმის ძალა გრავიტაციული ძალაა, ხოლო წონა იმის გამო, რომ საყრდენთან ურთიერთქმედებისას სხეული დეფორმირდება და მაში აღიძვრება დრეკადობის ძალა, არის დრეკადობის ძალა. უძრავი სხეულისთვის, რადგან $\vec{P}$ სიმძიმის ძალა საყრდენის $\vec{N}$ რეაქციის (ანუ ძალა, რომლითაც საყრდენი მოქმედებს სხეულზე) ძალის ტოლია, ხოლო წონა $\vec{G}$ ნიუტონის III კანონის თანახმად $\vec{G} = -\vec{N}$, წონის სიდიდე და სიმძიმის ძალის სიდიდე ერთმანეთის ტოლია: $|\vec{G}| = |\vec{P}|$. წონა შეიძლება შეიცვალოს საყრდენის ან საკიდელის ვერტიკალური მიმართულებით აჩქარებული მოძრაობისას. ვთქვათ ლიფტში ძევს m მასის სხეული (ნახ. 5.2). თუ ლიფტი ვერტიკალურად იმოძრავებს $\vec{a}$ აჩქარებით, მაშინ ნიუტონის II კანონიდან გვექნება:*



ნახ. 5.2

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \quad \text{ან} \quad \vec{P} - \vec{G} = m\vec{a} \quad \text{და} \quad \vec{G} = \vec{P} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a}).$$

თუ ლიფტი გაჩერებულია ($\vec{a} = 0$), მაშინ $\vec{G} = \vec{P} = m\vec{g}$ ანუ წონა სიმძიმის ძალის ტოლია. თუ ლიფტი ზევით მოძრაობს (ამ დროს $\vec{a} > 0$), მაშინ $\vec{G} = m(\vec{g} + \vec{a})$ ანუ სხეულის წონა მეტია სიმძიმის ძალაზე და პირიქით, თუ ლიფტი მოძრაობს ქვევით, მაშინ $\vec{a} < 0$ და $\vec{G} = m(\vec{g} - \vec{a})$, ე.ი, სხეულის წონა მცირდება. როდესაც $\vec{a} = \vec{g}$, მაშინ $\vec{G} = 0$, ანუ სხეულის წონა ხდება ნულის ტოლი (სხეული აღარ აწვება საყრდენს და არ ჭიმავს საკიდელს). ამ მდგ-ს უწონობის მდგ-ბა ეწოდება. ე.ი. თუ სხეულზე მარტო სიმძიმის ძალა მოქმედებს, მაშინ იგი უწონობის მდგომარეობაშია, ხოლო თუ სხეულზე სხვა ძალაც მოქმედებს გარდა სიმძიმის ძალისა, მაშინ წონა ვლინდება.

თავისუფალი ვარდნა ეწოდება უჰაერო სივრცეში სხეულის მოძრაობას მხოლოდ სიმძიმის ძალის ზემოქმედების პირობებში.

თავისუფლად ვარდნილი სხეულის მოძრაობა ეს არის თანაბრადაჩქარებული მოძრაობის კერძო შემთხვევა. როდესაც სხეული ვარდება უჰაერო სივრცეში ვერტიკალურად ქვევით, მაშინ მის მოძრაობა თანაბარაჩქარებული მოძრაობაა ყველა სხეულისთვის მუდმივი $\vec{g}$ აჩქარებით.

შესაბამისად ყველა ის ფორმულები, რომლებიც გვქონდა თანარაჩქარებული მოძრაობისას აქაც გამოიყენება იმ განსხვავებით, რომ აქ გავლილ გზის s-ის ნაცვლად გვექნება სიმაღლე h და $\vec{a}$ აჩქარების ნაცვლად თავისუფლად ვარდნილი სხეულის $\vec{g}$ აჩქარება.

თავისუფალი ვარდნა აიწერება შემდეგი ფორმულებით:

$$
\begin{aligned}
&\upsilon = \upsilon_0 + gt,\\
&h = h_0 + \upsilon_0 t + gt^2/2,\\
&h = h_0 + \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}t,\\
&2gh = \upsilon^2 - \upsilon_0^2,
\end{aligned}
\qquad (5.7)
$$

ამ ფორმულებიდან ჩანს, რომ თავისუფალი ვარდნისას სხეულის სიჩქარე დროის წრფივი ფუნქციაა, ხოლო ვერტიკალური კოორდინატი – დროის კვადრატული ფუნქცია.

თუ დავუშვებთ, რომ $h_0 = 0,\ \upsilon_0 = 0,$ *მაშინ*

$$
\begin{aligned}
&\upsilon = gt,\\
&h = gt^2/2,\\
&h = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}t,\\
&2gh = \upsilon^2.
\end{aligned}
\qquad (5.8)
$$

VI ლექცია

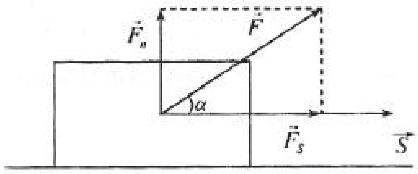
მუშაობა. სიმძიმის ძალის მუშაობა. კონსერვატული და არაკონსერვატული ძალები. სიმძლავრე. ხახუნის ძალის მუშაობა. დრეკადობის ძალის მუშაობა.

§15. მუშაობა. კონსერვატული და არაკონსერვატული ძალები. სიმძლავრე.

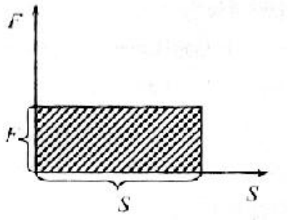
ძალის მოქმედებას სხეულზე ახასიათებენ სიდიდით – მექანიკური მუშაობით. მექანიკური მუშაობა სრულდება მხოლოდ იმ შემ-ში, როდესაც ძალის მოქმედებით სხეული გადაადგილდება.

რაიმე მუდმივი $\vec{F}$ ძალის A მუშაობა სხეულის რაღაც $\bar{s}$ გადაადგილებაზე ტოლია მათი სკალარული ნამრავლის: $A=(\vec{F}\cdot\bar{s})=F\cdot s\cos\alpha=F_S\cdot S$ (6.1),

სადაც α კუთხეა $\vec{F}$-სა და $\vec{s}$-ს შორის, ხოლო F_S – $\vec{F}$-ის გეგმილი $\vec{s}$ გადაადგილების მიმართულებაზე (ნახ. 6.1). ე.ი. ზოგადად მუშაობა იზომება ძალისა და გადაადგილების სიდიდეებისა და მათ შორის მოთავსებული კუთხის კოსინუსის ნამრავლით. (6.1)-დან, თუ $\alpha=0^0$, $\cos\alpha=1$ და მუშაობა უდიდესია $A=F\cdot s$. გეომეტრიულად ის ნახ. 6.2 –ზე გამოსახული დაშტრიხული მართკუთხედის ტოლია. თუ $\alpha<\frac{\pi}{2}$, მაშინ $A>0$ – მუშაობა დადებითია და თუ $\alpha>\frac{\pi}{2}$, მაშინ $A<0$ –უარყოფითია. თუ $\alpha=\frac{\pi}{2}$, მაშინ $A=0$,



ნახ. 6.1



ნახ. 6.2

ანუ გადაადგილებისადმი მართობული ძალა მუშაობას არ ასრულებს. როდესაც $\alpha=\pi$, ამ დროს $A=-Fs$, ძალა მიმართულია გადაადგილების საწინააღმდეგოდ და მუშაობა მაქსიმალურად უარყოფითია (მაგ. ხახუნის ძალის მუშაობა).

დავუშვათ ძალა არ არის მუდმივი და გადაადგილებასთან შედგენილი კუთხეც ცვლადია (მოძრაობა არ არის წრფივი, არამედ მრუდწირულია). ამ დროს მუშაობის გამოსათვლელად მთელი გზა უნდა დავყოთ ძალიან მცირე Δs_1, Δs_2,... Δs_n ელემენტარულ უბნებად, რომ თითოეულ მათგანზე $\vec{F}$ ძალა და ამ ძალის მიერ გადაადგილებასთან შედგენილი კუთხე მუდმივი იყოს, მაშინ თითოეულ ამ უბანზე ელემენტარული მუშაობა ტოლი იქნება $\Delta A_i=(\vec{F}_i\cdot\Delta\vec{s}_i)=F_i\Delta s_i\cos\alpha_i=F_{is}\Delta s_i$, სადაც F_{is} არის ძალის გეგმილი გადაადგილების მიმართულებაზე. ეს მუშაობა გეომეტრიულად იმ სვეტის ფართობის ტოლია , რომლის სიგანეა Δs_i, ხოლო სიმაღლე F_{is}. მაშინ მუშაობა მთელ s გზაზე ტოლი იქნება

$$A=\sum_{i=1}^{n}\Delta A_i=\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i\Delta\vec{s}_i)=\sum_{i=1}^{n}F_i\Delta s_i\cos\alpha_i=\sum_{i=1}^{n}F_{is}\Delta s_i \qquad (6.2).$$

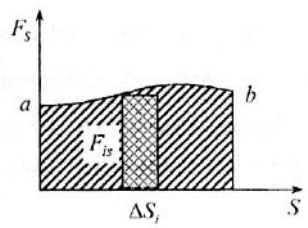
ზუსტი შედეგის მისაღებად უნდა ავიღოთ ამ გამოსახულების ზღვარი, როდესაც $\Delta s_i \to 0$ ისე რომ $n \to \infty$, ანუ

$$A = \lim_{\Delta s \to 0} \sum_{i=1}^{n} F_{is} \cdot \Delta s_i \qquad (6.3)$$

მათემატიკიდან ცნობილია, რომ ეს ზღვარი ტოლია განსაზღვრული ინტეგრალისა და ცვლადი ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა მრუდწირულ ტრაექტორიაზე ტოლი იქნება:

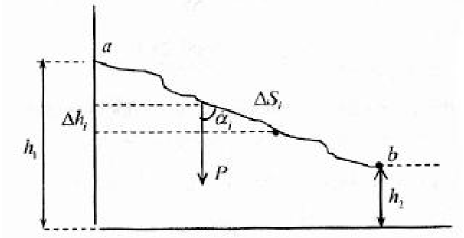
$$A = \int_0^s F_s ds \qquad (6.4)$$

ეს ინტეგრალი გეომეტრიულად ცვლადი ძალის ab გრაფიკის ქვეშ მოთავსებული ფიგურის ფართობის ტოლია (ნახ. 6.3). მუშაობის ერთეული დგინდება $A = F \cdot s$ ფორმულიდან. SI სისტემაში ეს არის ჯოული (ჯ). 1 ჯოული ისეთი მუშაობაა, რომელსაც ასრულებს გადაადგილების თანხვდენილი 1 ნიუტონი ძალა 1 მეტრ გზაზე, ანუ 1ჯ=1ნ·1მ. მუშაობა სკალარული სიდიდეა.



ნახ. 6.3

თუ სივრცის ყოველ წერტილში სხეულზე მოქმედებს გარკვეული ძალა, მაშინ ამბობენ რომ სხეული მოთავსებულია ძალურ ველში (მაგ. გრავიტაციული, მაგნიტური და სხვა). ძალურ ველს პოტენციალური ეწოდება, თუ მასში სხეულის გადაადგილებაზე შესრულებული მუშაობა არაა დამოკიდებული გადაადგილების გზის ფორმაზე და დამოკიდებულია მხოლოდ სხეულის საწყის და საბოლოო მდებარეობაზე. ასეთ ველში მოქმედ ძალებს კონსერვატული ძალები ეწოდებათ (მაგ. სიმძიმის, დრეკადობის, ელექტროსტატიკური ძალა). ისეთ ძალებს, რომელთა მუშაობა დამოკიდებულია გზის ფორმაზე, არაკონსერვატული ძალები ეწოდებათ. კონსერვატული ძალების მუშაობა შეკრულ გზაზე ნულის ტოლია. ესეც პოტენციალური ველის მეორე განმარტებაა, რომ ეს ისეთი ველია, რომელშიც შეკრულ კონტურზე გადაადგილებისას შესრულებული მუშაობა ნულის ტოლია. არაპოტენციალურ ველის მაგალითია ხახუნის ძალთა ველი, სადაც შეკრულ კონტურზე შესრულებული მუშაობა არ არის ნულის ტოლი – ის უარყოფითია. ასეთ ძალებს ასევე დისიპაციური ძალები ეწოდებათ.



ნახ. 6.4

განვიხილოთ სიმძიმის ძალის მუშაობა. ვთქვათ რაიმე m მასის სხეული ატანილია h_1 სიმაღლეზე და სიმძიმის ძალის მოქმედებით მოძრაობს a წერტილიდან b წერტილისაკენ რაღაც მრუდ წირზე, რომელიც იმყოფება h_2 სიმაღლეზე (ნახ. 6.4). მოძრაობის მთელ გზაზე $P = mg$ სიმძიმის ძალა მუდმივია, მაგრამ იცვლება

კუთხე ძალასა და გადაადგილებას შორის განუწყვეტლივ. რომ გამოვითვალოთ მთლიანი მუშაობა დავყოთ ab უბანი მცირე Δs_i უბნებად, სადაც კუთხე α_i შეიძლება ჩავთვალოთ მუდმივად, ანუ ეს უბანი წრფივად. თითოეულ უბანზე ელემენტარული მუშაობა ტოლია $\Delta A_i = P \cdot \Delta s_i \cos\alpha_i$

($P = mg$), მაგრამ $\Delta s_i \cos\alpha_i = \Delta h_i$ $\Delta A_i = P \cdot \Delta h_i$. მაშინ სრული მუშაობა ტოლი იქნება ამ ელემენტარული მუშაობების არითმეტიკული ჯამის

$$A = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = \sum_{i=1}^{n} P \cdot \Delta h_i = P \sum_{i=1}^{n} \Delta h_i = P(h_1 - h_2), \qquad (6.5)$$

ანუ სიმძიმის ძალის მუშაობა ტრაექტორიის ფორმაზე დამოკიდებული არ არის. თუ $h_1 = h$ და $h_2 = 0$, მაშინ $A = Ph = mgh$. როდესაც სხეული ვერტიკალურად ქვევით ვარდება, მაშინ სიმძიმის ძალის მიმართულება ემთხვევა გადაადგილების მიმართულებას და მისი მუშაობა დადებითია $A_1 = mgh$. იგივე მუშაობა, როდესაც სხეული აგვაქვს საწყის წერტილში უარყოფითია, რადგან სიმძიმის ძალა მიმართულია ამ დროს გადაადგილების საპირისპიროდ, ამიტომ ამ დროს მისი მუშაობა უარყოფითია $A_2 = -mgh$. სრული მუშაობა სიმძიმის ძალისა შეკრულ ტრაექტორიაზე ტოლი იქნება $A = A_1 + A_2 = mgh - mgh = 0$. მაშასადამე, სიმძიმის ძალთა ანუ გრავიტაციული ველი პოტენციალურია, რადგან ერთის მხრივ მუშაობა არ არის დამოკიდებული ტრაექტორიის ფორმაზე და მეორეს მხრივ შეკრულ ტრაექტორიაზე სიმძიმის ძალის მუშაობა ნულის ტოლია.

მუშაობის შესრულების სისწრაფის დასახასიათებლად შემოტანილია სიმძლავრის ცნება.

მანქანის ან მექანიზმის სიმძლავრე ტოლია შესრულებული მუშაობის ფარდობისა იმ დროსთან, რომლის განმავლობაშიც ეს მუშაობა შესრულდა:

$$N = \frac{A}{t}. \qquad (6.6)$$

ე.ი. სიმძლავრე რიცხობრივად დროის ერთეულში შესრულებული მუშაობის ტოლია.

მისი ერთეული ***SI*** სისტემაში არის ვატი (ვტ). 1 ვატი ისეთი მანქანის სიმძლავრეა, რომელიც ყოველ წამში 1 ჯოულ მუშაობას ასრულებს. 1ვტ=1ჯ/1წმ. ის სკალარული სიდიდეა.

აქედან შეიძლება მუშაობის ერთეულად ამ სისტემაში მივიღოთ მუშაობა, რომელიც სრულდება 1 ვატი სიმძლავრისას 1 წამში: ვტ·1 წმ=1 ჯ, ან 1 კვტ·სთ=$3{,}6\cdot10^6$ ჯ.

როდესაც სატრანსპორტო საშუალებები მუდმივი სიჩქარით მოძრაობენ, მათზე მოქმედი წევის ძალა გაწონასწორებულია ხახუნის ძალით. ამ დროს $N = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$ და $v = \frac{N}{F}$. ე.ი. თუ ხახუნის ძალა მუდმივია, მაშინ მაქსიმალური სიჩქარე სიმძლავრის პროპორციულია.

ან ფორმულიდან $F = \frac{N}{v}$. ე.ი. მუდმივი სიმძლავრის შემ-ში წევის ძალა სიჩქარის უკუპროპროციულია. ამიტომაა, რომ მძღოლი აღმართზე მოძრაობისას, როცა მეტი წევის ზალაა საჭირო, ძრავას მცირე სიჩქარეზე გადართავს.

(6.6) ფორმულა გამოიყენება იმ დროს, როცა დროის ტოლ შუალედებში თანაბარი მუშაობა სრულდება. თუ დროის ტოლ შუალედებში არათანაბარი მუშაობა სრულდება, მაშინ გვაქვს საშუალო სიმძლავრე $N_{\text{საშ}} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$, სადაც ΔA, Δt დროში შესრულებული მუშაობაა. შესაბამისად მყისი სიმძლავრე ტოლი იქნება:

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \qquad (6.7)$$

ანუ მყისი სიმძლავრე მუშაობის წარმოებულია დროით.

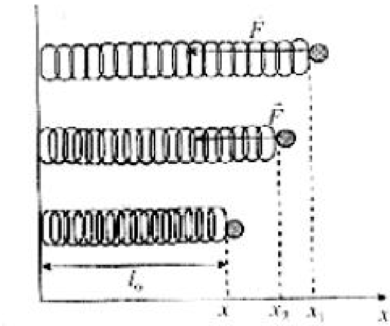
რადგან $A = F_s \cdot S$, ამიტომ $N = \frac{dA}{dt} = F_s \frac{dS}{dt} = F_s \cdot v = (\vec{F} \cdot \vec{v})$. ე.ი. მყისი სიმძლავრე ძალისა და სიჩქარის ვექტორების სკალარული ნამრავლის ტოლია.

ანუ მყისი სიმძლავრე მუშაობის პირველი რიგის წარმოებულია დროით.

§16. ხახუნის ძალის მუშაობა. დრეკადობის ძალის მუშაობა.

ხახუნის ძალა ყოველთვის მიმართულია გადაადგილების საპირისპიროდ და ამიტომ მის მიერ შესრულებული მუშაობა ყოველთვის იქნება უარყოფითი: $A_{ხახ} = -F_{ხახ} \cdot s$. ხახუნის ძალის მუშაობა შეკრულ ტრაექტორიაზე არ არის ნულის ტოლი და ამიტომ ის არაკონსერვატული ძალაა.

გამოვთვალოთ ასევე დრეკადობის ძალის მუშაობა.



ნახ. 6.5

გვაქვს დრეკადი ზამბარა, რომლის სიგრძე არადეფორმირებულ მდგ-ში l_0-ია. ის ერთი ბოლოთი დამაგრებულია, ხოლო მეორე ბოლოზე მიმაგრებულია ბურთულა (ნახ. 6.5). დავუშვათ ზამბარა გავჭიმეთ მარჯვნივ x_1 სიდიდით, მაშინ მასში აღიძვრება ჰუკის კანონის თანახმად დრეკადობის ძალა და თუ ზამბარის მარჯვენა ბოლოს გავანთავისუფლებთ, მაშინ ამ დრეკადობის ძალის გავლენით ბურთულა დაიწყებს მარცხნივ მოძრაობას. ვთქვათ რაღაც მომენტში ბურთულა მოვიდა x_2 მდგ-ში. მაშინ ბურთულას გადაადგილება ტოლი იქნება $(x_1 - x_2)$. ვიპოვოთ ამ დროს დრეკადობის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა. ელემენტარული მუშაობა, რომელსაც ასრულებს დრეკადობის ძალა $(F = kx)$ დეფორმაციის dx სიდიდით შემცირებისას ტოლი იქნება:

$$dA = F \cdot dx = kxdx \qquad (6.8)$$

სრული მუშაობას, რომელსაც ასრულებს დრეკადობის ძალა ზამბარის დეფორმაციისას x_1-დან x_2-მდე შემცირებისას მივიღებთ (6.8)-ის ინტეგრებით:

$$A = \int dA = \int_{x_2}^{x_1} kxdx = k\frac{x^2}{2}\Bigg|_{x_2}^{x_1} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right) \qquad (6.9)$$

ე.ი. დრეკადობის ძალის მუშაობა ტოლია $\frac{kx^2}{2}$ სიდიდის ცვლილებისა შებრუნებული ნიშნით.

დრეკადობის ძალის მუშაობა ისევე როგორც სიმძიმის ძალის მუშაობა არ არის დამოკიდებული ტრაექტორიის ფორმაზე და შეკრულ ტრაექტორიაზე ეს მუშაობა ნულის ტოლია. ანუ დრეკადობის ძალაც კონსერვატული ძალაა.

VII ლექცია

ენერგია. კინეტიკური და პოტენციური ენერგია. ენერგიის შენახვის კანონი.

§17. ენერგია. კინეტიკური ენერგია.

ენერგია ეწოდება სკალარულ სიდიდეს, რომელიც არის მატერიის მოძრაობის სხვასხვა ფორმის საერთო საზომი. მოძრაობის სხვასხვა ფორმები ხასიათდება ენერგიის შესაბამისი სახეებით: მექანიკური, შინაგანი, ელექტრომაგნიტური და სხვა. მექანიკური ენერგიის გადაცემა ერთი სხეულიდან მეორეზე წარმოებს მუშაობის შესრულების პროცესში, ამიტომ სხეულის ენერგიის ცვლილება შეიძლება გაიზომოს შესრულებული მუშაობით:

$$\Delta \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1 = \Delta \boldsymbol{A} \qquad (7.1)$$

(7.1) ფორმულიდან ჩანს, რომ თუ გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა დადებითია ($\Delta \boldsymbol{A} > \boldsymbol{0}$), მაშინ $\boldsymbol{E}_2 > \boldsymbol{E}_1$, ანუ სისტემის ენერგია იზრდება და პირიქით, თუ ($\Delta \boldsymbol{A} < \boldsymbol{0}$), მაშინ $\boldsymbol{E}_2 < \boldsymbol{E}_1$ სისტემის ენერგია მცირდება. როდესაც გარე ძალების მუშაობა უარყოფითია, მაშინ თვით სისტემის შესრულებული მუშაობა დადებითია, ე.ი. სისტემას შეუძლია დადებითი მუშაობის შესრულება მხოლოდ საკუთარი ენერგიის შემცირების ხარჯზე. ამიტომ ენერგიას განმარტავენ როგორც ფიზიკურ სიდიდეს, რომელიც ახასიათებს სხეულის ან სხეულთა სისტემის მიერ მუშაობის შესრულების უნარს.

ენერგია იმავე ერთეულებით იზომება რაც მუშაობა – ჯოულებში.

არსებობს მექანიკური ენერგიის ორი სახე: კინეტიკური – $\boldsymbol{W}$ და პოტენციური – $\boldsymbol{U}$.

კინეტიკური ენერგია ეს არის მისი მექანიკური მოძრაობის ზომა და განისაზღვრება იმ მუშაობით, რომელიც უნდა დაიხარჯოს, რათა გამოიწვიოს ეს მოძრაობა.

თუ $\vec{\boldsymbol{F}}$ ძალა მოქმედებს უძრავ სხეულზე და იწვევს მის მოძრაობას რაიმე $\vec{\boldsymbol{v}}$ სიჩქარით, მაშინ ის ასრულებს მუშაობას და მოძრავი სხეულის ენერგია იზრდება დახარჯული მუშაობის ტოლი სიდიდით, ე.ი. ძალის მუშაობა იმ გზაზე, რომელიც სხეულმა გაიარა მისი სიჩქარის 0-დან $\vec{\boldsymbol{v}}$-მდე გასაზრდელად, იხარჯება კინეტიკური ენერგიის გაზრდაზე, ანუ $\boldsymbol{dA} = \boldsymbol{dW}$. ვიცით $\boldsymbol{dA} = \boldsymbol{Fds} = \boldsymbol{ma} \cdot \boldsymbol{ds} = \boldsymbol{m}\frac{\boldsymbol{dv}}{\boldsymbol{dt}}\boldsymbol{ds} = \boldsymbol{mvdv} = \boldsymbol{dW}$. აქედან კინეტიკური ენერგიის სიდიდე $\boldsymbol{W} = \int_0^{\boldsymbol{v}} \boldsymbol{mvdv} = \frac{\boldsymbol{mv}^2}{2}$. ე.ი. **კინეტიკური ენერგია ტოლია მასისა და სიჩქარის კვადრატის ნამრავლის ნახევრის.** თუ განხიხილავთ უმარტივეს შემ-ს, როდესაც სხეული მოძრაობს წრფეზე, მოქმედი ძალა მუდმივია და ამ ძალით გამოწვეული მუშაობის შესრულების შედეგად $\boldsymbol{s}$ გზაზე, სიჩქარე შეიცვალა $\boldsymbol{v}_1$-დან $\boldsymbol{v}_2$-მდე, მაშინ

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s} = \boldsymbol{ma} \cdot \frac{\boldsymbol{v}_2^2 - \boldsymbol{v}_1^2}{2\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{mv}_2^2}{2} - \frac{\boldsymbol{mv}_1^2}{2}. \qquad (7.2)$$

ე.ი. სხეულზე მოქმედი ძალის მუშაობა სხეულის კინეტიკური ენერგიის ცვლილების ტოლია. ეს არის თეორემა კინეტიკური ენერგიის შესახებ. ფორმულიდან თუ $\boldsymbol{A} > \boldsymbol{0}$, მაშინ

$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} > 0$, ანუ კინეტიკური ენერგია იზრდება და პირიქით. კინეტიკური ენერგია სკალარული სიდიდეა.

გავარკვიოთ კინეტიკური ენერგიის ფიზიკური არსი. ვთქვათ $v_1 = 0$ და $v_2 = v$, მაშინ $A = \frac{mv^2}{2}$. მაშასადამე v სიჩქარით მოძრავი სხეულის კინეტიკური ენერგია იმ მუშაობის ტოლია, რომელსაც ასრულებს სხეულზე მოქმედი ძალა მისთვის ამ სიჩქარის მისანიჭებლად. იგივე მუშაობა სრულდება v სიჩქარით მოძრავი სხეულის გაჩერებისას.

§18. პოტენციური ენერგია

პოტენციური ენერგია ეწოდება ენერგიას, რომელიც სხეულს გააჩნია ურთიერთქმედების შედეგად. ის განისაზღვრება სხეულების, ან ერთი და იგივე სხეულის ნაწილების ურთიერთმდებარეობით. ე.ი. პოტენციური ენერგია წარმოადგენს მდებარეობის ანუ კოორდინატების ფუნქციას $U = U(x,y,z)$. ვთქვათ გვაქვს რამდენიმე ურთიერთქმედი სხეულისგან შემდგარი სისტემა, რომელთა ურთიერთმდებარეობა იცვლება ისე, რომ მათი სიჩქარეები უცვლელი რჩება. მაშინ ამ სხეულების კინეტიკური ენერგია არ შეიცვლება, მუშაობა კი სრულდება. ამ დროს მუშაობას ასრულებენ ან შინაგანი, ან გარე ძალები. ისეთ ენერგიას, რომელიც დამოკიდებულია სხეულების ურთიერთმდებარეობასა და მათ შორის მოქმედი კონსერვატული ძალების ხასიათზე, პოტენციური ენერგია ეწოდება. ეს ენერგია გააჩნია მაგ. დედამიწის ზედაპირიდან რაღაც სიმაღლეზე ატანილ სხეულს, დეფორმირებულ სხეულს და სხვა.

ვიპოვოთ პოტენციური ენერგია, რომელიც გააჩნია რაღაც h სიმაღლეზე ატანილ სხეულს, რომელზედაც მოქმედებს $\vec{P}$ სიმძიმის ძალა. სიმძიმის ძალის მუშაობა h_1 სიმაღლიდან h_2-მდე, როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ, არ არის დამოკიდებული გზის ფორმაზე და ტოლი იყო:

$$A = P(h_1 - h_2) = mg(h_1 - h_2) \quad (7.3)$$

ეს ფორმულა ასე გადავწეროთ: $$A = -(mgh_2 - mgh_1) \quad (7.4)$$

ე.ი სიმძიმის ძალის მუშაობა mgh სიდიდის ცვლილების ტოლია შებრუნებული ნიშნით. სწორედ mgh სიდიდეს, რომელიც განისაზღვრება h-ით, ანუ დედამიწისა და m მასის სხეულის ურთიერთმდებარეობით, ეწოდება პოტენციური ენერგია და $U = mgh$. აქ იგულისხმება, რომ დედამიწის ზედაპირზე სხეულის პოტენციური ენერგია პირობითად ნულის ტოლია, რადგა სიმაღლის ათვლას ვიწყებთ დედამიწის ზედაპირიდან.

როდესაც m მასის სხეული აგვაქვს დედამიწის ზედაპირიდან h სიმაღლეზე, მაშინ გარე ძალები ასრულებენ მუშაობას სიმძიმის ძალის საწინააღმდეგოდ. ამ დროს ეს მუშაობა არის სხეულის პოტენციური ენერგიის ცვლილების (ზრდის) ზომა. თუ სხეული ვარდება, მაშინ პოტენციური ენერგია მცირდება და ეს შემცირება ტოლი იქნება შინაგანი ძალების (ამ შემ-ში – სიმძიმის ძალა) შესრულებული მუშაობისა ნულოვან დონემდე დაშვებისას.

(7.4) ფორმულაში ნიშანი ”–” მიუთითებს იმას, რომ სიმძიმის ძალის დადებითი მუშაობის შესრულებისას ეს ენერგია მცირდება და პირიქით.

ასევე სრული მუშაობა, რომელსაც ასრულებს დრეკადობის ძალა ზამბარის დეფორმაციისას x_1-დან x_2-მდე შემცირებისას როგორც ავღნიშნეთ ტოლია:

$$A = \int dA = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = k\frac{x^2}{2}\Big|_{x_2}^{x_1} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2} = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right) \quad (7.5)$$

ე.ი. დრეკადობის ძალის მუშაობა ტოლია $\frac{kx^2}{2}$ სიდიდის ცვლილებისა შებრუნებული ნიშნით. ანალოგიური მსჯელობით დავასკვნით, რომ $\frac{kx^2}{2}$ არის დრეკადად დეფორმირებული ზამბარის პოტენციური ენერგია: ე.ი.

$$U = \frac{kx^2}{2}. \qquad (7.6)$$

აქაც დრეკადობის ძალის მუშაობა ტოლია პოტენციური ენერგიის ცვლილებისა შებრუნებული ნიშნით, ანუ როცა დრეკადობის ძალის მუშაობა დადებითია პოტენციური ენერგია მცირდება და პირიქით, როცა დრეკადობის ძალის მუშაობა უარყოფითია (ამ დროს გარე ძალები ასრულებენ დადებით მუშაობას), პოტენციური ენერგია იზრდება.

განხილული მაგალითების საფუძველზე შეიძლება ითქვას, რომ მუშაობა ეს არის ენერგიის გარდაქმნისა და გადაცემის ფორმა.

ზემოთ ჩვენ გამოვითვალეთ გრავიტაციულ ველში მყოფი და დრეკადად დეფორმირებული სხეულების პოტენციური ენერგიები ($U = mgh$, $U = \frac{kx^2}{2}$) სიმძიმის და დრეკადობის ძალების ($P = mg$ $\;F = kx$) საშუალებით. ახლა ვიპოვოთ ძალა პოტენციური ენერგიის საშუალებით. ვთქვათ კონსერვატული $\vec{F}$ ძალა რაიმე მცირე $d\vec{r}$ გადაადგილებაზე ასრულებს ელემენტარულ მუშაობას, რომელიც მათი სკალარული ნამრავლის ტოლია:

$$dA = (\vec{F}d\vec{r}) = Fdr\cos\alpha = F_r dr \qquad (7.7)$$

აქ $F_r = F\cos\alpha$ არის $\vec{F}$ ძალის გეგმილი $\vec{r}$ მიმართულებაზე. ეს მუშაობა როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ ტოლია პოტენციური ენერგიის უსასრულო მცირე dU ცვლილების შებრუნებული ნიშნით, ანუ $dA = -dU$, ან $F_r \cdot dr = -dU$ და

$$F_r = -\frac{dU}{dr} \qquad (7.8)$$

მაშასადამე ძალის გეგმილი $d\vec{r}$-ის მიმართულებაზე ტოლია პოტენციური ენერგიის წარმოებულისა იმავე მიმართულებით, აღებულს მოპირდაპირე ნიშნით.

პოტენციური ენერგია ეს არის კოორდინატების ფუნქცია $U = U(x,y,z)$. სკალარული $U = U(x,y,z)$ ფუნქციის წარმოებულს იმ მიმართულებით, საითაც ეს წარმოებული უდიდესია, ამ ფუნქციის გრადიენტი ეწოდება და აღინიშნება $gradU$. ის ვექტორია, რომელიც მიმართულია ამ ფუნქციის უსწრაფესი ზრდის მხარეს. ე.ი. ძალა ტოლია პოტენციური ენერგიის გრადიენტისა შებრუნებული ნიშნით:

$$\vec{F} = -\vec{grad}U \qquad (7.9)$$

ზოგადად $\boldsymbol{grad U} = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$, სადაც $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ − კოორდინატთა ღერძების ერთეულოვანი ვექტორებია. მაშინ (7.9) ტოლობის კოორდინატთა ღერძებზე დაგეგმილება მოგვცემს:

$$\left.\begin{aligned} F_x &= -\frac{\partial U}{\partial x} \\ F_y &= -\frac{\partial U}{\partial y} \\ F_z &= -\frac{\partial U}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad (7.10)$$

სადაც $\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}$ − $\boldsymbol{grad U}$-ის მდგენელებია ღერძებზე (კერძო წარმოებულები).

მაგ. ვთქვათ $U = \frac{kx^2}{2}$ (მარტო x − ის ფუნქციაა), მაშინ $F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{kx^2}{2}\right) = -kx$.

§19. სრული ენერგია. ენერგიის შენახვის კანონი.

სრული ენერგია ეს არის სხეულის ან სხეულთა სისტემის კინეტიკური და პოტენციური ენერგიის ჯამი. დავუშვათ სისტემის ყველა წერტილზე მოქმედებს გარე და ასევე თვითოელ წერტილზე მოქმედებს სისტემის დანარჩენი წერტილები (შინაგანი) ძალები. მაშინ ნიუტონის II კანონის გამოყენებით მივიღებთ, რომ $dW = -dU + dA$ და სხეულთა სისტემისთვის გვაქვს ან $d(W + U) = dA$, სადაც dA გარე ძალთა მიერ შესრულებული მუშაობაა, dW სისტემის კინეტიკური ენერგიის ცვლილება, ხოლო dU სისტემის პოტენციური ენერგიის ცვლილება. $W + U = E$ სისტემის სრული მექანიკური ენერგიაა და

$$dE = dA. \qquad (7.11)$$

ანუ კონსერვატულ სისტემაზე მოქმედი გარე ძალების მუშაობა (dA) ტოლია ამ სისტემის სრული მექანიკური ენერგიის ცვლილებისა. თუ სისტემა იზოლირებულია, ანუ მასზე გარე ძალები არ მოქმედებენ, მაშინ $dA = 0$, $dE = 0$ და

$$E = const, \qquad (7.12)$$

რაც გამოხატავს მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონს: **იზოლირებული სისტემის სრული მექანიკური ენერგია მუდმივი სიდიდეა.** სრული მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონიდან გამოდის, რომ შინაგან კონსერვატულ ძალებს სრული მექანიკური ენერგიის შეცვლა არ შეუძლიათ. ამ დროს შესაძლებელია მხოლოდ კინეტიკური და პოტენციური ენერგიის ურთიერთგარდაქმნა, ისე რომ მათი ჯამი უცვლელი რჩება.

თუ სისტემის შიგნით მოქმედებენ არაკონსერვატული (მაგ. ხახუნის) ძალები, მაშინ იზოლირებული სისტემის შიგნით სრული ენერგია აღარ რჩება მუდმივი და ის მცირდება ამ ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის სიდიდით

$$\mathbf{A_{არაკონ.} = E_2 - E_1}, \qquad (7.13)$$

მაგრამ არაკონსერვატული ძალების მუშაობა უარყოფითია $\mathbf{A_{არაკონ.} < 0}$ **და**

$$\mathbf{E_1 - E_2 = -A_{არაკონ.}} = \left|A_{არაკონს.}\right| \qquad (7.14)$$

სადაც $\mathbf{E_1}$ და $\mathbf{E_2}$ სისტემის საწისი და საბოლოო სრული ენერგიაა.

სრული მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონიდან გამოდის, რომ შინაგან კონსერვატულ ძალებს სრული მექანიკური ენერგიის შეცვლა არ შეუძლიათ. ამ დროს შესაძლებელია მხოლოდ კინეტიკური და პოტენციური ენერგიის ურთიერთგარდაქმნა ისე, რომ მათი ჯამი მუდმივი რჩება.

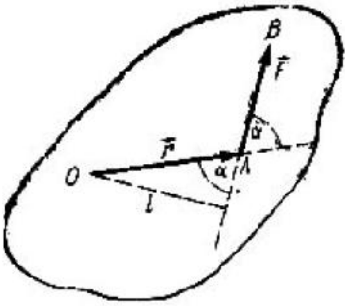
ზოგადი სახით ენერგიის მუდმივობის კანონი ასე შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ: **იზოლირებული სისტემის სრული ენერგია მუდმივი სიდიდეა, ე.ი. ერთი სახის ენერგიის შემცირებას ყოველთვის თან სდევს ენერგიის სხვა სახის ზრდა.**

VIII ლექცია

მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობა. ძალის მომენტი. ინერციის მომენტი. იმპულსის მომენტი. მბრუნავი სხეულის კინეტიკური ენერგია. მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკის ძირითადი განტოლება. იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონი.

§20. მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობა. ძალის მომენტი. ინერციის მომენტი

როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ სხეულის ბრუნვითი მოძრაობა უცლელი ბრუნვის ღერძის მიმართ ეწოდება ისეთ მოძრაობას, როდესაც სხეულის წერტილები შემოწერენ წრეწირებს, რომელთა სიბრტყეები ურთიერთპარალელურია, ხოლო ცენტრები ბრუნვის ღერძზე მდებარეობს. ბრუნვითი მოძრაობის კინემატიკური სიდიდეების (კუთხური სიჩქარე, აჩქარება) გარდა შემოვიტანოთ დამატებითი სიდიდეები.



ნახ. 8.1

1. ძალის მომენტი. ვთქვათ მყარი სხეულის რაღაც A წერილში მოდებულია $\vec{F}$ ძალა. ამ სხეულს შეუძლია ბრუნვა უძრავი ბრუნვის ღერძის გარშემო, რომელიც გადის O წერტილში (ნახ. 8.1). $\vec{F}$ ძალის მომენტი O წერტილში მიმართ ეწოდება სიდიდეს, რომელიც ტოლია A წერტილამდე გავლებული $\vec{r}$ რადიუს-ვექტორის და $\vec{F}$ ძალის ვექ-ტორული ნამრავლის, ანუ

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}] \qquad (8.1)$$

ძალის მომენტი ვექტორია, რომელიც მართობულია $\vec{r}$ და $\vec{F}$-ის და მიმართულია ბრუნვის ღერძის გასწვრივ და განისაზღვრება მარჯვენა ბურღის წესით: ის მიმართულია იქით, საითაც წაინაცვლებს ბურღის წვერი, თუ მის ტარს ვაბრუნეთ $\vec{r}$-დან $\vec{F}$-ისკენ (ფაქტიურად $\vec{M}$-ის მიმართულება ემთხვევა $\vec{\omega}$ კუთხური სიჩქარის მიმართულებას). სიდიდით $M = rF\sin\alpha$, სადაც

α კუთხეა $\vec{r}$ და $\vec{F}$ ვექტორებს შორის. რადგან $r\sin\alpha = l$, სადაც l-ს ეწოდება ძალის მხარი O წერტილის მიმართ (ანუ O წერტილიდან ძალის მიმართულებაზე დაშვებული მართობის სიგრძე), ამიტომ

$$M = Fl \qquad (8.2)$$

ე.ი. O წერტილის მიმართ ძალის მომენტი სიდიდით ძალისა და ამ წერტილის მიმართ ძა-ლის მხარის ნამრავლის ტოლია. მისი ერთეული **SI** სისტემაში არის 1 ნ·მ (ნიუტონი მეტრზე).

ძალის მომენტი კი რაიმე ღერძის მიმართ (და არა წერტილის მიმართ, როგორც ზემოთ იყო) განისაზღვრება ამ ღერძის ნებისმიერი წერტილის მიმართ ძალის მომენტის მდგენელით ამავე ღერძზე. ე.ი. რომ ვიპოვოთ ძალის მომენტი, ვთქვათ Oz ღერძის მიმართ, უნდა ვიპოვოთ ძალის $\vec{M}$ მომენტი ამ ღერძზე მდებარე რომელიმე, მაგ, O წერტილის

მიმართ და მისი მდგენელი ($\boldsymbol{M}_z$) მოცემულ $\boldsymbol{Oz}$ ღერძზე იქნება ძალის მომენტი $\boldsymbol{Oz}$ ღერძის მიმართ. კერძო შემ-ში, თუ $\boldsymbol{Oz}$ ღერძი $\boldsymbol{O}$ წერტილზე და $\vec{\boldsymbol{F}}$ ძალაზე გამავალი სიბრტყის მართობულია, მაშინ ძალის მომენტი $\boldsymbol{O}$ წერტილის მიმართ $\boldsymbol{Oz}$ ღერძზე მდებარეობს და სიდიდით უდრის ძალის მომენტს ამ ღერძის მიმართ.

(8.2) –დან ჩანს, რომ მომენტი ნულის ტოლია, მაშინ როდესაც ძალა უდრის ნულს, ან როდესაც ძალის მხარი უდრის ნულს., ე.ი. ძალის მიმართულება ემთხვევა ბრუნვის ღერძს.

2. ინერციის მომენტი. $\boldsymbol{m}$ მასის ნივთიერი წერტილის ინერციის მომენტი უძრავი ღერძის მიმართ ეწოდება ამ წერტილის მასის ნამრავლს ღერძამდე მანძილის კვადრატზე, ანუ

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{m}\boldsymbol{r}^2 \qquad (8.3)$$

ინერციის მომენტი სკალარული სიდიდეა. $\boldsymbol{SI}$ სისტემაში მისი ერთეულია კგ.მ^2.

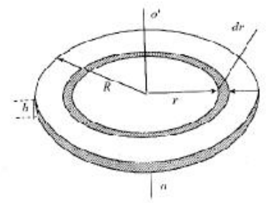
თუ გვინდა გავიგოთ მყარი სხეულის ინერციის მომენტი, მაშინ ის უნდა დავყოთ ძალიან მცირე $\Delta \boldsymbol{m}_i$ ელემენტებად, ისე რომ თითოეულის ფარგლებში $\boldsymbol{r}_i$ იყოს მუდმივი. მაშინ $\boldsymbol{i}$ – ური ელემენტის ინერციის მომენტი $\Delta \boldsymbol{I}_i = \Delta \boldsymbol{m}_i \boldsymbol{r}_i^2$, ხოლო მთელის სხეულის კი

$$\boldsymbol{I} = \sum_{i=1}^{n} \Delta \boldsymbol{I}_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta \boldsymbol{m}_i \boldsymbol{r}_i^2 \qquad (8.4)$$

როდესაც გვაქვს ნივთიერების უწყვეტი განაწილება, ანუ $\boldsymbol{n} \to \infty$, $\Delta \boldsymbol{m}_i \to \boldsymbol{0}$, მაშინ ჯამი გადადის ინტეგრალში და $\boldsymbol{I} = \int_0^m \boldsymbol{r}^2 \boldsymbol{dm} = \int_0^V \boldsymbol{r}^2 \rho \boldsymbol{dV}$, სადაც ρ – სხეულის სიმკვრივეა.

მათემატიკური გამოთვლებით მიღებულია ზოგიერთი (სიმეტრიული) სხეულის ინერციის მომენტები: მაგ. ა) თხელკედლიანი ცილინდრული მილის ინერციის მომენტი მისი სიმეტრიის ღერძის მიმართ ტოლია $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{m}\boldsymbol{r}^2$, სადაც $\boldsymbol{m}$ – ცილინდრული მილის მასაა, $\boldsymbol{r}$ – მისი რადიუსი

ბ) მთლიანი ცილინდრის ან დისკოს ინერციის მომენტი სიმეტრიის ღერძის მიმართ ტოლია $\boldsymbol{I} = \frac{1}{2}\boldsymbol{m}\boldsymbol{r}^2$ გ) სფეროს ინერციის მომენტი ცენტრში გამავალი ღერძის მიმართ $\boldsymbol{I} = \frac{2}{5}\boldsymbol{m}\boldsymbol{r}^2$ დ) $\boldsymbol{m}$ მასის და $\boldsymbol{l}$ სიგრძის ერთგვაოვანი ღეროს ინერციის მომენტი მის შუა წერტილში სიგრძის მართობულად გამავალი ღერძის მიმართ, ტოლია $\boldsymbol{I} = \frac{1}{12}\boldsymbol{m}\boldsymbol{l}^2$, ხოლო ღეროს ბოლოზე სიგრძის მართობულად გამავალი ღერძის მიმართ კი $\boldsymbol{I} = \frac{1}{3}\boldsymbol{m}\boldsymbol{l}^2$ და ა.შ.



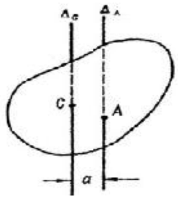
ნახ. 8.2

თუ როგორ მიიღება ეს ფორმულები, განვიხილოთ დისკოს მაგალითი. მოცემულია ერთგვაროვანი დისკო, რომლის რადიუსია $\boldsymbol{R}$, ხოლო სისქე $\boldsymbol{h}$ (ნახ. 8.2). ვიპოვოთ ინერციის

მომენტი OO' ღერძის მიმართ. დავყოთ დისკო dr სიგანის წრიულ ფენებად. ასეთი ფენის მოცულობა ტოლია $dV = 2\pi \cdot r \cdot h \cdot dr$. მაშინ

$$I = \int_0^V r^2 \rho dV = \rho \int_0^R r^2 2\pi r h dr = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = 2\pi h \rho \frac{R^4}{4}$$

მაგრამ $\pi R^2 h \rho = m$ da $I = \frac{1}{2} m R^2$ და ა.შ. სხვებისთვის.



ინერციის მომენტი დამოკიდებულია არა მარტო სხეულის ზომებზე და მასაზე, არამედ ასევე ბრუნვის ღერძის მდებარეობაზე. შტეინერის თეორემის თანახმად სხეულის ინერციის მომენტი ნებისმიერი ღერძის მიმართ $I = I_C + ma^2$,სადაც I_C არის ინერციის მომენტი სხეულის მასათა C ცენტრში გამავალი და a_A ღერძის პარალელური a_C ღერძის მიმართ, a – მანძილი ამ ღერძებს შორის.

§21. იმპულსის მომენტი. მბრუნავი სხეულის კინეტიკური ენერგია. ვთქვათ მოცემულია m მასის და $\vec{v}$ სიჩქარის მქონე A ნივთიერი წერტილი. მაშინ მისი იმპულსი იქნება $\vec{K} = m\vec{v}$. ამ წერტილის იმპულსის მომენტი O წერტილის მიმართ ეწოდება O წერტილიდან A წერტილამდე გავლებული რადიუს-ვექტორის ვექტორულ ნამრავლს იმპულსზე:

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{K}] = [\vec{r} \times m\vec{v}] \qquad (8.5).$$

იმპულსის მომენტი ვექტორია, რომელიც მართობულია $\vec{r}$ და $m\vec{v}$ ვექტორებზე გამავალი სიბრტყის და მიმართულია იქით, საითაც გადაინაცვლებს მარჯვენა ბურღის წვეტი, თუ მას ვაბრუნებთ $\vec{r}$-დან $m\vec{v}$-სკენ. ცნობილია $\vec{v} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]$. მაშინ $\vec{L} = m[\vec{r}[\vec{\omega} \times \vec{r}]]$ (8.6)

ვისარგებლოთ ორმაგი ვექტორული ნამრავლის გამოსათვლელი ფორმულით, $[\vec{a}[\vec{b} \times \vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$. მაშინ $\vec{L} = m\vec{\omega}(\vec{r} \times \vec{r}) - m\vec{r}(\vec{r} \times \vec{\omega})$ (8.7)

სკალარული ნამრავლიდან $(\vec{r} \times \vec{r}) = r^2$, ხოლო $(\vec{r} \times \vec{\omega}) = 0$. ასევე $mr^2 = I$ არის A-ს ინერციის მომენტი O წერტილის მიმართ და მივიღებთ, რომ

$$\vec{L} = mr^2\vec{\omega} = I\vec{\omega} \qquad (8.8).$$

მყარი სხეულისთვის იმპულსის მომენტი ტოლია მისი ცალკეული ელემენტების იმპულსის მომენტების ჯამის $\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times m\vec{v}_i$ (8.9)

(8.8) ფორმულა სამართლიანია ასევე მყარი სხეულისთვის, მხოლოდ აქ I იქნება მყარი სხეულის ინერციის მომენტი. SI სისტემაში იმპულსის მომენტის ერთეულია კგ·მ^2·წმ$^{-1}$.

მბრუნავი სხეულის კინეტიკური ენერგია. მბრუნავი სხეულის სხვადასხვა წერტილს სხვადასხვა წირითი სიჩქარე აქვს. ამიტომ ასეთი სხეულის კინეტიკური ენერგიის გამოსათვლელად $W = \frac{mv^2}{2}$ ფორმულა არ გამოდგება. აქაც დავყოთ აზრობრივად სხეული მცირე Δm_i ელემენტებად, ისე რომ თითოეულის ფარგლებში სიჩქარე იყოს მუდმივი. გამოვთვალოთ თითოეულის კინეტიკური ენერგია $W_i = \frac{\Delta m_i v_i^2}{2}$ და შემდგომ ისინი ავჯამოთ $W = \sum_{i=1}^{n} W_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta m_i v_i^2}{2}$. ბრუნვის დროს $\vec{\omega}$ კუთხური სიჩქარე ყველა წერტილისთვის ერთი და იგივეა და თითოეულის სიჩქარე $v_i = \omega \times r_i$. ე.ი. $W = \frac{\omega^2}{2}\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2$. მაგრამ $\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 = I$ სხეულის ინერციის მომენტს და საბოლოოდ

$$W = \frac{I\omega^2}{2} \qquad (8.10)$$

ეს ფორმულა გამოსახავს მბრუნავი სხეულის კინეტიკურ ენერგიას. ფორმულა მსგავსია $W = \frac{mv^2}{2}$ ფორმულის, მხოლოდ m მასა შეცვლილია I – ინერციის მომენტით, ხოლო

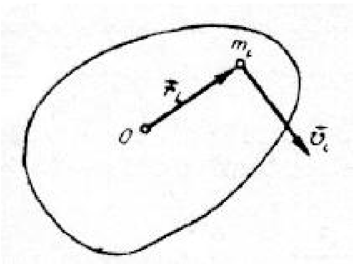
წირითი v სიჩქარე, კუთხური μ სიჩქარით. თუ მყარი სხეული ასრულებს როგორც გადატანით, ასევე ბრუნვით მოძრაობას, მაშინ მისი სრული კინეტიკური ენერგია

$$W \; Z \; \frac{mv_c^2}{2} \; H \; \frac{I\mu^2}{2} \qquad (8.11),$$

სადაც v_c J სხეულის მასათა ცენტრის სიჩქარეა.

§22. მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკის ძირითადი განტოლება. იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონი.

ვთქვათ მყარი სხეული $\vec{\omega}$ კუთხური სიჩქარით ბრუნავს უძრავი ღერძის გარშემო, რომელიც გადის O წერტილზე (ნახ. 8.3). სხეულის ელემენტარული ნაწილაკის მასა იყოს m_i, რადიუს-ვექტორი O წერტილის მიმართ $\vec{r}_i$, ამ ელემენტზე მოქმედი გარე ძალა $\vec{F}_i$, ხოლო შინაგან ძალთა ტოლქმედი $\sum\limits_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik}$ ჩავწეროთ ასეთი ნაწილაკისთვის ნიუტონის II კანონი:



ნახ. 8.3

$$\frac{d\vec{K}_i}{dt} = \vec{F}_i + \sum_{k=1}^{n}\vec{F}_{ik} \qquad (8.12)$$

გავამრავლოთ ტოლობის ორივე მხარე ვექტორულად $\vec{r}_i$ რადიუს ვექტორზე და ავჯამოთ i ინდექსით

$$\sum_{i}^{n}\left[\vec{r}_i\,\frac{d\vec{K}_i}{dt}\right] = \sum_{i=1}^{n}\left(\vec{r}_i\vec{F}_i\right) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\vec{r}_i\vec{F}_{ik}\right). \qquad (8.13)$$

ტოლობის მარცხენა მხარეს მდგომი წევრი ვექტორული ნამრავლის წესიდან ტოლი გამოდის $\sum\limits_{i=1}^{n}\left[\vec{r}_i\,\frac{d\vec{K}_i}{dt}\right] = \frac{d\vec{L}}{dt}$, სადაც $\vec{L} = \sum\limits_{i=1}^{n}\vec{L}_i$ – მთელი სხეულის იმპულსის მომენტია. ტოლობის მარჯვენა მხარის პირველი წევრი ტოლია $\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\vec{r}_i\vec{F}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\vec{M}_i = \vec{M}$ არის გარე ძალთა მთავარი მომენტი, ხოლო მეორე წევრი ნიუტონის III კანონიდან $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\vec{r}_i\vec{F}_{ik}\right) = \mathbf{0}$. ე.ი.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \qquad (8.14).$$

ეს არის მყარი სხეულის ბრუნვითი მოძრაობის ძირითადი განტოლება: **იმპულსის მომენტის ცვლილების სიჩქარე ტოლია გარე ძალთა მთავარი მომენტის და იგივე მიმართულება აქვს.**

იმპულსის მომენტის სიდიდე $\vec{L} = I\vec{\omega}$ (ტოლია ინერციის მომენტის და კუთხური სიჩქარის ნამრავლის). ამიტომ მივიღებთ $\frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \vec{M}$. თუ ინერციის მომენტი I მუდმივია, მაშინ

$$I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{M}\text{, ან } I\vec{\varepsilon} = \vec{M} \qquad (8.15)$$

ამრიგად სხეულზე მოქმედი გარე ძალთა მთავარი მომენტი უდრის სხეულის ინერციის მომენტისა და კუთხური აჩქარების ნამრავლს. $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ და $I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$ ფორმულები ანალოგიურია ნიუტონის მეორე კანონისა გადატანითი მოძრაობისათვის: $\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}$ და $m\vec{a} = \vec{F}$.

ენერგიის მუდმივობისა და იმპულსის მუდმივობის კანონის გარდა გვაქვს **იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონი.** ზემოთ ჩავწერეთ ბრუნვითი მოძრაობის დინამიკის ძირითადი განტოლება: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ – იმპულსის მომენტის ცვლილების სიჩქარე ტოლია გარე ძალთა მთავარი მომენტის და იგივე მიმართულება აქვს. დავუშვათ გარე ძალთა მთავარი მომენტი ნულია (სხეული იზოლირებულია), ანუ $\vec{M} = 0$. მაშინ $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, ანუ $\vec{L} = const$ და

$$I\vec{\omega} = const \qquad (8.16)$$

ეს ტოლობა გამოსახავს იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონს: **თუ სხეულზე მოქმედი გარე ძალთა მთავარი მომენტი ნულის ტოლია, მაშინ მისი იმპულსის მომენტი დროის მიხედვით არ იცვლება, ანუ იზოლირებული სხეულის იმპულსის მომენტი მუდმივი სიდიდეა.**

(8.16) ტოლობა ვექტორული ტოლობაა, რაც ნიშნავს, რომ ინახება იმპულსის მომენტის როგორც სიდიდე, ისე მიმართულება. $I\vec{\omega} = const$ მუდმივობა ნიშნავს, რომ ინერციის მომენტის გაზრდით კუთხური სიჩქარე მცირდება და პირიქით. მაგ. ავიღოთ ადამიანი, რომელიც დგას ჟუკოვსკის სკამზე, რომელსაც ორივე ხელში უკავია ტვირთები, რათა ინერციის მომენტი გაზარდოს ან შეამციროს. თუ ამ სკამს მოვიყვანთ ბრუნვით მოძრაობაში, როდესაც ადამიანი ხელებს გაშლის, მაშინ ამ დროს ხელებში და ტვირთებში თავმოყრილი მასა ბრუნვის ღერძსა შორდება (r იზრდება) და ინერციის მომენტი იზრდება, რაც იწვევს ბრუნვის კუთხური სიჩქარის შემცირებას, ხოლო ხელების დაშვებისას პირიქით – ინერციის მომენტი მცირდება, კუთხური სიჩქარე იზრდება.

ანალოგიურად მოციგურავე, რომელიც ბრუნავს ციგურებით ყინულზე, რომ გაადიდოს კუთხური სიჩქარე, ხელებს დაბლა უშვებს და ტანზე იკრავს (ან ზევით სწორედ უჭირავს ხელები). $I\vec{\omega} = const$ მიმართულების მუდმივობა ნიშნავს კუთხური სიჩქარის ვექტორის და შესაბამისად სხეულის ბრუნვის ღერძის სივრცული მიმართულების უცვლელობას. ამიტომაა, რომ შორსმსროლელი ქვემეხის (ასევე შაშხანის) ლულის შიგნით ზედაპირს აკეთებენ ხრახნისებურს, რითაც ჭურვს გადატანით მოძრაობასთან ერთად ანიჭებენ ბრუნვით მოძრაობასაც. შედეგად ჭურვი ფრენისას არ იცვლის ორიენტაციას, რის გამოც იზრდება მისი ფრენის სიშორე, ასევე დამიზნების სიზუსტე.

შევადაროთ ერთმანეთს ბრუნვითი და გადატანითი მოძრაობების სიდიდეები და განტ.-ბი

გადატანითი მოძრაობა		ბრუნვითი მოძრაობა	
მასა	m	ინერციის მომენტი	I
გზა	s	შემობრუნების კუთხე	φ
სიჩქარე	$v = \dfrac{ds}{dt}$	კუთხური სიჩქარე	$\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$
იმპულსი	$\vec{K} = m\vec{v}$	იმპულსის მომენტი	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
აჩქარება	$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$	კუთხური აჩქარება	$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$
გარე ძალების ტოლქმედი	$\vec{F}$	გარე ძალების მომენტების ჯამი	$\vec{M}$
დინ. ძირ. განტოლება	$\vec{F} = m\vec{a} = \dfrac{d\vec{K}}{dt}$	დინ. ძირ. განტოლება	$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$
მუშაობა	$A = Fds$	ბრუნვის მუშაობა	$A = Md\varphi$
კინეტიკური ენერგია	$\dfrac{mv^2}{2}$	ბრუნვითი მოძ. კინ. ენერგია	$\dfrac{I\omega^2}{2}$

IX ლექცია

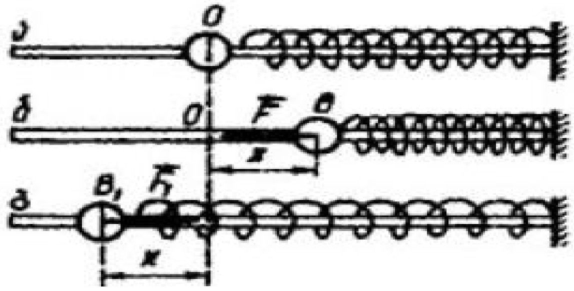
რხევითი მოძრაობა. ჰარმონიული რხევა. ჰარმონიული რხევის განტოლება. ჰარმონიულად მერხევი სხეულის სიჩქარე, აჩქარება, ენერგია. მილევადი და არამილევადი რხევები. რეზონანსი.

§23. რხევითი მოძრაობა. ჰარმონიული რხევა. ჰარმონიული რხევის განტოლება.

რხევები ეწოდება ისეთ მოძრაობებს, რომლებიც ხასიათდებიან დროის მიხედვით მოძრაობის მახასიათებელი სიდიდეების პერიოდული ცვლილებით. მექანიკური რხევები, ისე-თი რხევებია, სადაც პერიოდულად იცვლება მექანიკური სიდიდეები. მექანიკური რხევების გარდა არსებობს სხვა სახის რხევებიც: აკუსტიკური, ელ.მაგნიტური და სხვა. რხევებს ეწოდებათ თავისუფალი, თუ ისინი წარმოებენ თავდაპირველად (ერთხელ) მინიჭებული ენერგიის ხარჯზე. მის უმარტივესი სახეა ჰარმონიული რხევები. ჰარმონიული ეწოდება ისეთ რხევებს, რომლის გამომწვევი ძალა წონასწორობის მდგ-დან გადაადგილების პროპორციულია და მის საწინააღმდეგოდაა მიმართული. ამ დროს მერხევი სიდიდეები იცვლებიან სინუსის ან კოსინუსის კანონით.

განვიხილოთ ჰარმონიული რხევის მაგალითები.

1. **ზამბარიანი ქანქარა.** ***m*** მასის მცირე ზომის დიამეტრის გასწვრივ გაჭრილი ბირთვი ჩამოცმულია ჰორიზონტალურ ღერძზე, რომ მას შეეძლოს მოძრაობა მხოლოდ წრფის გასწვრივ (ნახ. 9.1). ბირთვი დავამაგროთ დრეკადი ზამბარის ერთ ბოლოზე, რომლის მეორე ბოლო უძრავია. ამ სისტემას ზამბარიანი ქანქარა ეწოდება. არადეფორმირებული ზამბარის შემთ-ში ბირთვს უკავია ***O*** მდებარეობა (ათვლის სათავე).

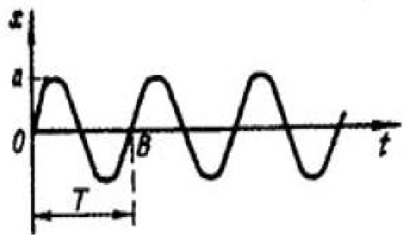


ნახ. 9.1

ბირთვის გადაწევისას მარჯვნივ ზამბარა შეიკუმშება და აღიძვრება წონასწორობის ***O*** მდებარეობისკენ მიმართული დრეკადობის ძალა, რომელიც ტოლია ***F*** Z J***kx*** (***k*** J ზამბარის სიხისტეა, ***x*** J წანაცვლების სიდიდე). ამ ძალით , როდესაც ბირთვს ხელს გავუშვებთ, იგი იწყებს აჩქარებულ მოძრაობას წონასწორობისკენ. წონასწორობაში ბირთვზე ძალა აღარ მოქმედებს, მაგრამ იგი ინერციით განაგრძობს მარცხნივ მოძრაობას, რაც იწვევს ზამბარის გაჭიმვას და უკვე წარმოიქმნება მარჯვნივ მიმართული დრეკადობის ძალა. ამის გამო ბირთვი მოძრაობს შენელებულად და რაღაც დროის შემდეგ ჩერდება (გაჩერება არის მყისიერი) და იწყებს მოძრაობას მარჯვნივ და ა.შ. ამის შემდეგ ბირთვის მოძრაობა პერიოდულად მეორდება და დაუსრულებლად გრძელდება, თუ რაიმე წინააღმდეგობის ძალა არ მოქმედებს, ე.ი. ზამბარიანი ქანქარა ასრულებს ჰარმონიულ რხევას, სადაც ამ რხევის გამომწვევი ძალა არის ზამბარის ***x*** დეფორმაციის პროპორციული დრეკადობის $\vec{F}$ Z J$k\vec{x}$ ძალა. ამის შემდეგ ყველაფერი თავიდან მეორდება და ის დაუსრულებლად გაგრძელდება, თუ რაიმე წინაღობის ძალა არ

მოქმედებს. დროს, რომლის განმავლობაშიც სხეული ერთ სრულ რხევას ასრულებს, პერიოდი ეწოდება. აღინიშნება T ასოთი და იზომება წამებით.

გამოვიყვანოთ ჰარმონიული რხევის განტოლება. ნიუტონის II კანონის თანახმად $ma_x = F$, ან $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$. აქედან $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$. ავღნიშნოთ $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, მაშინ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 = 0$. ეს არის მეორე რიგის დიფერენციალური განტოლება და მას ჰარმონიული რხევის განტ-ბა ეწოდება. მისი ამონახსნია $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, როდესაც რხევას იწყებს წონასწორობიდან გამოყვანის შემდეგ, ან $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, როდესაც რხევას იწყებს წონასწორობის მდგომარეობიდან. A – არის წონასწორობის მდებარეობიდან უდიდესი გადახრა და მას რხევის ამპლიტუდა ეწოდება ($A = x_{მაქს}$). $(\omega_0 t + \varphi_0)$ – განსაზღვრას წერტილის გადახრას ნებისმიერ t მომენტში და მას რხევის ფაზა ეწოდება. φ_0 – რხევის საწყისი ფაზაა და ის განსაზღვრავს გადახრას საწყის მომენტში. ნახ. 9.2-ზე ნაჩვენებია კოორდინატის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკი $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ ფორმულის შესაბამისად.



ნახ. 9.2

პერიოდის განმარტებიდან T დროის გავლის შემდეგ სხეული უბრუნდება საწყის მდგ-ს. ე.ი. $t+T$ დროის შემდეგ x არ უნდა შეიცვალოს. ასევე ცნობილია, რომ სინუსი და კოსინუსი პერიოდული ფუნქციებია 2π პერიოდით, ამიტომ x რომ არ შეიცვალოს, არგუმენტი (ანუ რხევის ფაზა) უნდა გაიზარდოს 2π-თი. ანუ $\omega_0(t+T) + \varphi_0 = \omega_0 t + \varphi_0 + 2\pi$. აქედან $\omega_0 T = 2\pi$ და $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$. შევიტანოთ აქ ω_0 ფორმულიდან $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, მაშინ მივიღებთ ზამბარიანი ქანქარას რხევის პერიოდს:

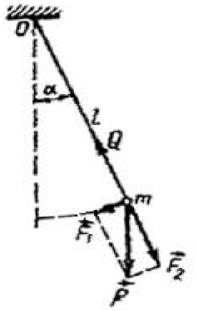
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (9.1)$$

ე.ი. პერიოდი დამოკიდებულია ბურთულას მასაზე და ზამბარის სიხისტეზე. შემოვიტანოთ სიდიდე რხევის სიხშირე ν, რომელიც ტოლია რხევათა რიცხვისა ერთ წამში. ის პერიოდის შებრუნებული სიდიდეა $\nu = \frac{1}{T}$. იზომება 1/წმ. მაშინ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$. ω_0 – არის რხევათა სრული რიცხვი 2π წამში და მას წრიულ, ან ციკლურ სიხშირეს უწოდებენ.

ამ შემ-ში სიხშირეს რხევის საკუთარი სიხშირე ეწოდება, რადგან იგი დამოკიდებულია ბურთულას მასაზე და ზამბარის სიხისტეზე.

2. მათემატიკური ქანქარა. ეწოდება უწონად, უჭიმარ ძაფზე დაკიდებულ ნივთიერ წერტილს, რომელიც ასრულებს რხევას ვერტიკალურ სიბრტყეში. ფაქტიურად ის არის ძაფზე დაკიდებული მძიმე ბირთვი, რომლის ზომები გაცილებით ნაკლებია ძაფის სიგრძეზე (ნახ.

9.3). როდესაც ქანქარა წონასწორობაშია, მაშინ $\vec{P}$ სიმძიმის ძალა წონასწორდება ძაფის დრეკადობის $\vec{Q}$ ძალით. ქანქარას გადახრისას მცირე რაღაც კუთხით ($\sim$ á 5 J 6^0) ეს ძალები ერთმანეთს უკვე აღარ აწონასწორებენ. დავშალოთ ამ დროს სიმძიმის ძალა მდგენელებად: ა) $\vec{F}_1$, რომელიც თუ ბირთვს ხელს გავუშვებთ გადახრის შემდეგ აბრუნებს მას წონასწორობაში. ბ) $\vec{F}_2$, რომელიც მიმართულია ძაფის



ნახ. 9.3

გასწვრივ ($\vec{Q}$ [$\vec{F}_2$) და $\vec{Q}$-ს და $\vec{F}_2$-ის ტოლქმედი არის ცენტისკენული ძალა, რომელიც იწვევს ბირთვის მოძრაობას O წერტილის გარშემო წრეწირზე. ნახაზიდან F_1 Z $P \sin\sim$ Z $mg \sin\sim$. ასევე $\sin\sim$ Z $\frac{x}{l}$, სადაც x ბირთვის გადახრაა წონასწორობიდან ხოლო l J ქანქარას სიგრძე. მაშინ F_1 Z $\frac{mg}{l}x$. ეს ძალა არის სწორედ წონასწორობაში დამაბრუნებელი და გადახრის პროპორციული ძალა. ის მიმართულია გადახრის საწინააღმდეგოდ $\vec{F}_1$ Z J $\frac{mg}{l}\vec{x}$. მოძრაობის განტ-ს ექნება შემდეგი სახე: $m\frac{d^2x}{dt^2}$ Z JF_1 Z J$mg \sin\sim$, ან $\frac{d^2x}{dt^2}$ H $\mu_0^2 x$ Z 0. აქ μ_0^2 Z $\frac{g}{l}$ და რხევის პერიოდისთვის მივიღებთ:

$$T \text{ Z } 2® \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (9.2).$$

ე.ი. მათემატიკური ქანქარას რხევებიც მცირე კუთხეების გადახრის შემ-ში ჰარმონიულია.

§24. ჰარმონიულად მერხევი სხეულის სიჩქარე, აჩქარება, ენერგია.

ვიცით $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, მაშინ სიჩქარე

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}),$$

ხოლო აჩქარება $$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi).$$

ე.ი. სიჩქარე და აჩქარებაც ჰარმონიულად იცვლება. ამასთან სიჩქარე გადახრის მიმართ წანაცლებულია $\pi/2$ ფაზით, ანუ პერიოდის მეოთხედით, ხოლო აჩქარება – π ფაზით, ანუ ნახევარპერიოდით. მათი ფორმულებიდან ჩანს, რომ წონასწორობიდან მაქსიმალური გადახრის შემ=ში როდესაც $x = x_{max}$, $v = 0$, $a = a_{max}$, ხოლო წონასწორობის მდ-ში როდესაც $x = 0$, $v = v_{max}$ და $a = 0$.

მერხევ სხეულს გააჩნია როგორც კინეტიკური, ასევე პოტენციური ენერგია. კინეტიკური ენერგია სიჩქარის ფორმულის გათვალისწინებით ტოლი იქნება:

$$W = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (9.3)$$

პოტენციურ ენერგიას კი ასე გამოვთვლით: ცნობილია $F = F_x = -\frac{dU}{dx}$. აქედან პოტენციური ენერგია $U = -\int_0^x F dx = -\int_0^x -kx dx = \frac{kx^2}{2}$. შევიტანოთ $k = \omega_0^2 m$ და $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, მნიშ-ბები, მივიღებთ:

$$U = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (9.4)$$

და სრული ენერგია ტოლი იქნება $$E = W + U = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \qquad (9.5)$$

§25. მილევადი რხევები.

ჰარმონიული რხევა არამილევადი რხევაა, მაგრამ ბუნებაში ჰარმონიული რხევა არ არსებობს, ვინაიდან რეალურ პირობებში მერხევ სხეულზე ყოველთვის მოქმედებს გარკვეული წინააღმდეგობის ძალები, ამიტომ მისი ენერგიის ნაწილი ხმარდება ამ წინააღმდეგობათა გადალახვას და მერხევი სხეული სრული ენერგია, შესაბამისად ამპლიტუდაც მონოტონურად მცირდება.

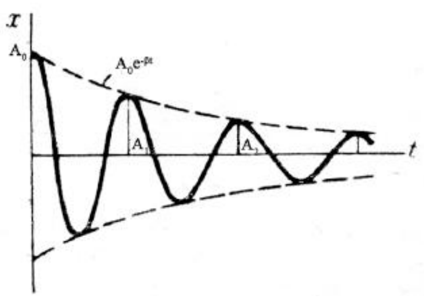
ისეთ რხევას, რომლის ამპლიტუდა მონოტონურად მცირდება, მილევადი რხევა ეწოდება. ე.ი. თავისუფალი რხევა ყოველთვის მილევადია. ასეთი რხევის დროს სხეულზე გარდა $F=-kx$ ძალისა , მოქმედებს გარემოს წინააღმდეგობის ძალა, რომელიც მიმართულია სიჩქარის საწინააღმდეგოდ და მისი პროპორციულია $F_1=-rv=-r\frac{dx}{dt}$, სადაც r – წინაღობის კოეფიციენტია. მაშინ ნიუტონის II კანონი ამ დროს ასე ჩაიწერება: $m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx-r\frac{dx}{dt}$, ან $\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}x-\frac{r}{m}\frac{dx}{dt}$.

შემოვიღოთ აღნიშვნები: $\frac{r}{m}=2\beta$, $\frac{k}{m}=\omega_0^2$, მაშინ რხევის განტოლება ასე ჩაიწერება:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0, \qquad (9.6)$$

რომელიც წარმოადგენს მილევადი რხევის დიფერენციალურ განტოლებას. მისი ამოხსნა ასეთი სახისაა: $x=A_0e^{-\beta t}cos(\omega t+\varphi)$ (9.7).

ამ მილევადი რხევის განტოლების გრაფიკი მოცემულია ნახ. 9.4-ზე. განტოლებაში



ნახ. 9.4

$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$ არის მილევადი რხევის სიხშირე, როდესაც ω_0 საკუთარი რხევის სიხშირეა, ხოლო $A=A_0e^{-\beta t}$ მილევადი რხევის ამპლიტუდაა. მილევა მით მეტია, რაც უფრო დიდია $\beta=\frac{r}{2m}$ –ის სიდიდე. ამტომ β –ს მილევის კოეფიციენტი ეწოდება. რხევის პერიოდი $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}$ მეტია საკუთარი რხევის პერიოდზე $T=\frac{2\pi}{\omega_0}$ და მით უფრო, რაც ახლოსაა β –ს მილევის კოეფიციენტი რხევის ω_0 საკუთარ სიხშირესთან. როდესაც $\beta=\omega_0$, მაშინ $T=\infty$, ანუ დიდი წინაღობის გამო რხევა არ წარმოებს. ასევე რხევა არ გვექნება მაშინაც, როცა $\beta>\omega_0$, რადგან ამ დროს ფესქვეშა გამოსახულება უარყოფითია და ω წარმოსახვითია.

მილევას ახასიათებენ მეორე სიდიდითაც, რომელსაც მილევის ლოგარითმული დეკრემენტი (δ) ჰქვია. მილევის ლოგარითმული დეკრემენტი რიცხობრივად ტოლია პერიოდით განსხვავებულ ორ მომენტში რხევის ამპლიტუდათა შეფარდების ნატურალური ლოგარითმის, ანუ

$$\delta = \ln\frac{A_1}{A_2} = \ln\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T \qquad (9.8).$$

შევცვალოთ β, δ-თი, მაშინ $x = A_0 e^{-\frac{\delta}{T}t} \cos(\omega t + \varphi)$. თუ ცდის საშუალებით გავზომავთ A_1 და A_2-ს. მასინ ვიპოვით δ-ს და წინაღობის $r = 2m\beta$ კოეფიციენტს.

§26. არამილევადი რხევები. რეზონანსი. ვთქვათ სხეულზე გარდა დრეკადი $F=-kx$ და გარემოს წინააღმდეგობის $F_1=-rv=-r\dfrac{dx}{dt}$ ძალისა, მოქმედებს პერიოდულად ცვლადი ძალა $F_2=B\cos\omega t$, სადაც B არის ამ ცვლადი ძალის ამპლიტუდა. მაშინ სხეული მონაწილებს ორ: საკუთარ (ω_0 სიხშირით) და გარე ძალით გამოწვეულ (ω სიხშირით) რხევაში. საკუთარი რხევა მილევადია, ამიტომ რაღაც დროის შემდეგ ის მოისპობა და დარჩება მხოლოდ გარე პერიოდული ძალით გამოწვეული რხევა. ასეთ რხევას იძულებითი რხევა ეწოდება. შესაბამისად $F_2=B\cos\omega t$ ძალას მაიძულებელი ძალა, ხოლო ω-ს მაიძულებელი ძალის სიხშირე ეწოდება. ეს რხევა წარმოებს ω სიხშირით, ანუ რომლითაც გარე ძალა იცვლება. ნიუტონის II კანონი ამ შემ-თვის ასე ჩაიწერება: $m\dfrac{d^2x}{dt^2}=-kx-r\dfrac{dx}{dt}+B\cos\omega t$. განტოლების ყველა წევრი გავყოთ m-ზე და შემოვიტანოთ აღნიშვნები: $\dfrac{k}{m}=\omega_0^2$, $\dfrac{r}{m}=2\beta$, $\dfrac{B}{m}=b$, მივიღებთ $\dfrac{d^2x}{dt^2}+2\beta\dfrac{dx}{dt}+\omega_0^2x=b\cos\omega t$ (9.9)

ეს არის იძულებითი რხების დიფერენციალური განტოლება, რომლის ამონახსნი არის

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \qquad (9.10)$$

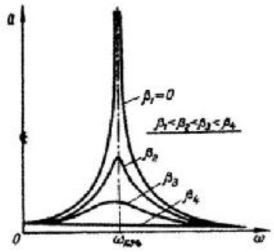
აქ A - იძულებითი რხევის ამპლიტუდაა, ხოლო φ საწყისი ფაზა. მათემატიკური გამოთვლებით მიღებულია, რომ $A=\dfrac{b}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)+4\beta^2\omega^2}}$ (9.11) და

$$tg\varphi=-\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2} \qquad (9.12)$$

(9.11)-დან ჩანს, რომ მოცემული რხევითი სისტემისთვის (ω_0, β ფიქსირებულია) იძულებითი რხევის ამპლიტუდა დამოკიდებულია გარე პერიოდული მაიძულებელი ძალის სიხშირეზე (თანაფარდობაზე ω და ω_0-ს შორის). საინტერესოა ω-ს ის მნიშვნელობა, როდესაც იძულებითი რხევის ამპლიტუდა მკვეთრად იზრდება. ამ სიხშირეს რეზონანსული სიხშირე ეწოდება, ხოლო იძულებითი რხევის ამპლიტუდის მკვეთრ ზრდას, როდესაც მაიძულებელი რხევის სიხშირე თანხვდება რეზონანსულ სიხშირეს – რეზონანსი. ექსტრემუმის პირობიდან დადგენილია, რომ ამპლიტუდა უდიდესია, როდესაც $\omega=\omega_{რეზ}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$ (9.13).

ე.ი. რეზონანსული სიხშირე რამდენადმე ნაკლებია სისტემის რხევის საკუთარ ω_0 სიხშირეზე. როდესაც $\beta=0$, მაშინ $\omega_{რეზ}=\omega_0$. თუ ამ სიხშირეს გავითვალისწინებთ მივიღებთ რეზონანსული ამპლიტუდის მნიშვნელობას: $A=A_{რეზ}=\dfrac{b}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}$ (9.14). აქედან ჩანს, რომ რაც ნაკლებია β, მით მეტია რეზონანსული ამპლიტუდის სიდიდე, ანუ მით

უფრო მკვეთრია რეზონანსი. ნახ. 9.5-ზე ნაჩვენებია რეზონანსული მრუდები. J ს გადიდებით რეზონანსი მჟღავნდება უფრო სუსტად და როდესაც ñ $\frac{\mu_0}{\sqrt{2}}$, რეზონანსი სრულიად ქრება. მართლაც ამ დროს $(\mu_0^2$ J 2 $^2)$ უარყოფითი ხდება და $\mu_{რეზ}$ წარმოსახვითია.



ნახ. 9.5

რეზონანს მრავალმხრივი გამოყენება აქვს მეცნიერებაში და ტექნიკაში. მაგ. ელექტრული რეზონანსი გამოიყენება რადიომიმღების სასურველ სადგურზე “ასაწყობად”, აკუსტიკური რეზონანსი – ბგერის ანალიზისა და გაძლიერებისათვის და ა.შ. ამას გარდა რეზონანსი ასევე საზიანო მოვლენაა. მაგ. თუ პროპელერის ბრუნვით გამოწვეული რხევის სიხშირე დაემთხვა თვითმფრინავის ფრთების საკუთარ სიხშირეს, აღიძვრება ძლიერი ვიბრაცია, რამაც შეიძლება კატასტროფა გამოიწვიოს.

X ლექცია

ტალღური მოძრაობა. ტალღის ზედაპირი. ტალღის ფრონტი. განივი და გრძივი ტალღები. ტალღის სიგრძე, ტალღის განტოლება. ტალღების ინტერფერენცია. მაქსიმუმებისა და მინიმუმების პირობა. კოჰერენტული ტალ;ღები.

§27. ტალღური მოძრაობა. ტალღის ზედაპირი. ტალღის ფრონტი. განივი და გრძივი ტალღები.

ვთქვათ დრეკადი გარემოს რომელიმე წერტილში აღძრულია რხევა. რადგან ასეთი გარემოს ნაწილაკებს შორის მოქმედებს დრეკადობის ძალები, ამიტომ ერთი ნაწილაკის რხევა გამოიწვევს მისი მეზობელი ნაწილაკების რხევას. ეს ნაწილაკები თავის მხრივ რხევაში მოიყვანენ მათ მეზობელ ნაწილაკებს და ასე რომ გარემოში გავრცელდება რხევითი მოძრაობა გარკვეული სასრული სიჩქარით, რომელიც დამოკიდებულია გარემოს დრეკად და ინერციულ თვისებებზე.

დრეკად გარემოში რხევის გავრცელების პროცესს ტალღური მოძრაობა ან დრეკადი ტალღა ეწოდება. დრეკადი ტალღების მსგავსად, ზოგადად ტალღა ეწოდება ყოველი პერიოდული პროცესის გავრცელებას სივრცეში. ტალღური მოძრაობის დროს ყოველი ნაწილაკი იმეორებს წინა ნაწილაკის რხევას, ოღონდ გარკვეული დაგვიანებით. ეს დაგვიანება ანუ ჩამორჩენა ფაზით გამოწვეულია იმით, რომ ერთი ნაწილაკიდან რხევის გადაცემა მეორე ნაწილაკზე ხდება არა მყისიერად, არამედ გარკვეული სიჩქარით, რომელსაც **ტალღის გავრცელების სიჩქარე** ეწოდება.

გარემოს მოცემულ წერტილში აღძრული რხევა ვრცელდება ყველა მიმართულებით. იმ წერტილთა გეომეტრიულ ადგილს, რომლებსაც ტალღა მოცემულ წერტილში აღწევს, ან რაც იგივეა, რომ ირხევიან ერთნაირ ფაზებში, ტალღის ზედაპირი ეწოდება. ტალღის ყველაზე წინამდებარე ზედაპირს ტალღის ფრონტი ეწოდება. ტალღის ზედაპირების რაოდენობა უსასრულოდ ბევრია, ხოლო ტალღის ფრონტი კი ერთია. ტალღის ზედაპირის ფორმის მიხედვით ანსხვავებენ ბრტყელ, სფერულ, ელიფსურ ტალღას და ა.შ. იზოტროპიულ გარემოში ტალღის ზედაპირები სფერულია. ბრტყელი ტალღა შეიძლება განვიხილოთ, როგორც სფერული ტალღა უსასრულოდ დიდი რადიუსით, ე.ი. ისეთი ტალღაა, რომლის წყარო უსასრულოდ შორს არის.

ტალღის გავრცელების მიმართულებას სხივი ეწოდება. სფერული ტალღის შემ-ში სხივებს რადიუსების მიმართულება აქვს, ბრტყელი ტალღის შემ-ში კი სხივები ერთმანეთის პარალელური და ტალღის ფრონტის მართობული წრფეებია.

ტალღას გადააქვს ენერგია ნივთიერების გადატანის გარეშე. ტალღური მოძრაობის დროს ნაწილაკები არ გადაადგილდებიან ტალღასთან ერთად. ისინი მხოლოდ ირხევიან წონასწორობის მახლობლად.

ტალღას, რომელსაც ენერგია გადააქვს სივრცეში, **მსრბოლი** ტალღა ეწოდება (მდგარ ტალღებს ენერგია არ გადააქვთ). დრეკადი ტალღა შეიძლება იყოს განივი ან გრძივი.

განივი ტალღა ეწოდება ისეთ ტალღას, რომელშიც ნაწილაკების რხევა წარმოებს ტალღის გავრცელების მართობულად. განივი ტალღა ვრცელდება მხოლოდ ისეთ გარემოში, რომელსაც ფორმის დრეკადობა (ფორმის შეცვლა იწვევს მათში დრეკადი ძალების აღძვრას) გააჩნია, ანუ მყარ სხეულში. ასეთ ტალღაში გვაქვს პერიოდული ამობურცულობები და ჩაზნექილობები. მისი მაგალითია ტალღა, რომელიც ვრცელდება სიმის გასწვრივ.

გრძივი ტალღა ეწოდება ისეთ ტალღას, რომელშიაც ნაწილაკების რხევა წარმოებს ტალღის გავრცელების გასწვრივ. ასეთი ტალღის გავრცელების დროს ნაწილაკები ხან უახლოვდება, ხან შორდება ერთმანეთს, ე.ი. ადგილი აქვს გაჭიმვის ან კუმშვის დეფორმაციას. ამიტომ გრძივი ტალღები ვრცელდება ისეთ გარემოში, რომელიც მოცულობის დრეკადობით ხასიათდება. ასეთ ტალღაში კი გვაქს პერიოდული შეკუმშვები და შეთხელებები. მაშასადამე გრძივი ტალღა ვრცელდება როგორც მყარ, ისე თხევად და აიროვან გარემოში.

დრეკად ტალღას ეწოდება ჰარმონიული, თუ მასში ნაწილაკის რხევა ჰარმონიულია (მიმდინარეობს სინუსის ან კოსინუსის კანონით).

§28. ტალღის სიგრძე, ტალღის განტოლება.

მანძილს ორ უახლოეს ნაწილაკს შორის, რომლებიც ირხევიან ერთნაირ ფაზებში, ტალღის სიგრძე (λ) ეწოდება. ვინაიდან λ მანძილს ტალღა ერთ პერიოდში – T დროში გადის , ამიტომ ტალღის სიჩქარე

$$v = \frac{\lambda}{T} \qquad (10.1)$$

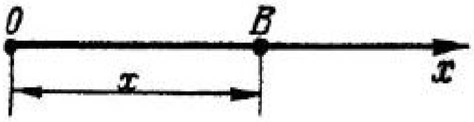
მაგრამ $T = \frac{1}{\nu}$, სადაც ν − რხევის სიხშირეა. ამიტომ ტალღის სიჩქარე

$$v = \lambda\nu \qquad (10.2).$$

v − ს ტალღის ფაზური სიჩქარე ეწოდება. ამ სიჩქარით ვრცელდება გარემოში ტალღის გარკვეული ფაზა (მაგ. თხემი).

დადგენილია, რომ განივი ტალღის გავრცელების სიჩქარე $v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, ხოლო გრძივის კი $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, სადაც G და E გარემოს ნივთიერების ძვრის და იუნგის მოდულებია შესაბამისად.

გამოვიყვანოთ ტალღის განტოლება. ვთქვათ O წერტილიდან ტალღა ვრცელდება x ღერძის მიმართულებით (ნახ. 10.1). უგულებელვყოთ რხევის მილევა. ამ დროს გარემოს წერტილები იმეორებენ რხევას, რომელსაც O წერტილი ასრულებს, მხოლოდ გარკვეული დაგვიანებით. O წერტილი ასრულებს ჰარმონიულ რხევას, რომელიც აიწერება შემდეგი



ნახ. 10.1

განტოლებით: $S = A\cos\omega t$. ტალღური პროცესი დახასიათებული იქნება, თუ გვეცოდინება S გადახრის მნიშვნელობა x ღერძის ნებისმიერი წერტილისა და დროის ნებისმიერი მომენტისათვის. სიმარტივისთვის საწყისი ფაზა ნულის ტოლად ჩავთვალოთ. ავიღოთ ნებისმიერი B წერტილი. ის ირხევა იმავე ამპლიტუდით და სიხშირით, რაც O წერტილი, მაგრამ დაიგვიანებს O-სთან შედარებით t_1 დროით, ანუ იმ დროით რასაც ტალღა ანდომებს $OB = x$ მანძილის გავლას. თუ O წერტილის რხევის დაწყებიდან გარკვეულ მომენტამდე გავიდა t დრო, მაშინ B − ს რხევის დაწყებიდან იმავე მომენტამდე გასული იქნება უფრო ნაკლები $(t - t_1)$ დრო. ამიტომ B წერტილის რხევის განტოლებას ექნება სახე: $S = A\cos\omega(t - t_1)$, მაგრამ $t_1 = \frac{x}{v}$ (v − ტალღის ფაზური სიჩქარეა), ამიტომ

$$S = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right). \qquad (10.3)$$

(10.3) განტოლება გვაძლევს S გადახრის მნიშვნელობას x ღერძის ნებისმიერი წერტილისა და დროის ნებისმიერი მომენტისათვის. და მას ბრტყელი ტალღის განტოლება ეწოდება. რხევის განტოლებისგან განსხვავებით ტალღის განტოლების მარჯვენა მხარე შეიცავს ორ t

და x არგუმენტს. მას შეიძლება მივცეთ სხვა სახეც: $S = A\cos(\omega t - \frac{\omega x}{v}) = A\cos(\omega t - kx)$ (10.4),

სადაც $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{Tv} = \frac{2\pi}{\lambda}$. k - ს ტალღური რიცხვი ეწოდება და იგი ტოლია ტალღათა რიცხვისა 2π მანძილზე. თუ ტალღა ვრცელდება x ღერძის საწინააღმდეგო მხარეს, მაშინ x შეიცვლება $(-x)$-ით და მივიღებთ: $S = A\cos(\omega t + kx)$.

თუ ბრტყელი ტალღა ვრცელდება ნებისმიერი მიმართულებით, მაშინ მისი განტოლება ასე ჩაიწერება: $S = A\cos(\omega t - (\vec{r}\vec{k}))$, სადაც $\vec{r}(x,y,z)$ არის ტალღის ზედაპირის ნებისმიერი წერტილის რადიუს-ვექტორი, ხოლო $\vec{k}(k_x,k_y,k_z)$–ტალღური ვექტორი, რომელიც რიცხობრივად ტალღური რიცხვის ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$) ტოლია და ტალღის გავრცელების მიმართულება აქვს. რადგან სკალარული ნამრავლი $(\vec{r}\vec{k}) = xk_x + yk_y + zk_z$, ამიტომ

$S = A\cos(\omega t - xk_x - yk_y - zk_z)$ (10.5)

შეიძლება იმის ჩვენება, რომ სფერული ტალღის განტოლებას აქვს სახე

$S = \frac{A}{r}\cos(\omega t - (\vec{r}\vec{k}))$, ან $S = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr)$ (10.6).

ე.ი. სფერული ტალღის ამპლიტუდა იცვლება r რადიუსის, ანუ წყაროდან მანძილის უკუ-პროპორციულად.

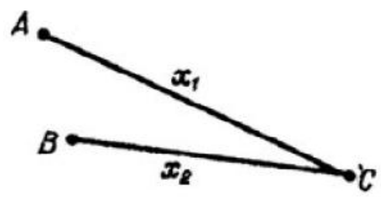
§29. ტალღების ინტერფერენცია. მაქსიმუმებისა და მინიმუმების პირობა. კოჰერენტული ტალ;ღები.

ცდები გვიჩვენებს, რომ სხვადასხვა წყაროებიდან გამოსული ტალღები ვრცელდებიან ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად. ე.ი. ტალღათა გავრცელებისთვის მართებულია დამოუკიდებლობის ანუ სუპერპოზიციის პრინციპი. ამას მარტივად დავაკვირდებით, თუ წყალში ჩავაგდებთ ორ ქვას და ამით შევქმნით ორ წრიულ ტალღას, შევამჩნევთ, რომ თითოეული ტალღა გაივლის მეორის შიგნით, ისე, თითქოს მეორე ტალღა საერთოდ არ არსებობდა.

ამ პრინციპის არსი მდგომარეობს შემდეგში: თუ ერთ ტალღაში გარემოს რომელიმე წერტილის გადახრა რაიმე მომენტში არის $\vec{S}_1$, ეს გადახრა ამ ტალღაში არ შეიცვლება, თუ ამავე გარემოში მეორე ტალღაც ვრცელდება. აქედან გამოდის რომ თუ სივრცის რაიმე წერტილში მოდის ორი ან რამდენიმე ტალღა, მაშინ ის მონაწილეობას იღებს თითოეული ტალღით გამოწვეულ რხევებში და რომ ვიპოვოთ რეზულტირებული გადახრა, საჭიროა ვიპოვოთ თითოეული ტალღის გადახრა და მერე შევკრიბოთ ან ვექტორულად, თუ ისინი მიმდინარეობენ სხვადასხვა მიმართულებით, ან ალგებრულად, თუ ისინი წარმოებს ერთი წრფის მიმართულებით. ე.ი. თუ გარემო ში მაგ. ვრცელდება ორი ტალღა, მაშინ წერტილის შედეგითი გადახრა $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$.

ტალღათა ზედდების დროს მათი ურთიერთგაძლიერებისა და შესუსტების მოვლენას ტალღათა ინტერფერენცია ეწოდება.

ვთქვათ A და B წერტილებიდან ვრცელდება ორი ტალღა, რომელთა რხევის სიხშირეები ტოლია, ხოლო რხევათა მიმართულებები ურთიერთპარალელური (ნახ. 10.2). მათი განტოლებებია $S_1 = A_1 cos(\omega t - kx_1)$ და $S_2 = A_2 cos(\omega t - kx_2)$. აქ x_1 და x_2 A და B წერტილებიდან შეხვედრის C წერტილამდე მანძილებია. C წერტილში ეს ტალღები ზედდებისას ერთმანეთს გააძლიერებს $(A = A_1 + A_2)$, თუ ფაზათა სხვაობა $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n$ და ერთმანეთს შესასუსტებს



ნახ. 10.2

$(A = |A_1 - A_2|)$, თუ ფაზათა სხვაობა $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\pi$, სადაც n − ნებისმიერი მთელი რიცხვია $n = 1,2,3,....$ და მას ინტერფერენციის რიგი ეწოდება. ტალღების განტოლებებიდან $\varphi_1 = -kx_1$ და $\varphi_2 = -kx_2$. ამიტომ $\varphi_2 - \varphi_1 = k(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{\lambda}\lambda$. აქ $\lambda = x_1 - x_2$ სიდიდეს (ანუ რამდენით მეტ მანძილს გადის პირველი ტალღა მეორეზე შეხვედრამდე) ეწოდება ტალღების სვლათა სხვაობა (ანუ შეხვედრამდე გავლილი მანძილების სხვაობა). ამ სიდიდის შემოღების შემდეგ გაძლიერების ანუ მაქსიმუმის პირობა ასეთი იქნება:

$$\Delta = n\lambda = 2n\frac{\lambda}{2}, \qquad (10.10)$$

ხოლო შესუსტების, ანუ მინიმუმის პირობა იქნება: $\Delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ (10.11)

მიღებული შედეგი ასე ჩამოყალიბდება: ერთნაირი სიხშირის ტალღები ზედდებისას ერთმანეთს აძლიერებენ ანუ მიიღება ინტერფერენციული სურათის მაქსიმუმი სივრცის იმ წერტილებში, რომლებთათვისაც ტალღებს შორის სვლათა სხვაობა ტალღის სიგრძის ნახევრის ლუწი რიცხვის ტოლია, ხოლო ერთმანეთს ასუსტებენ, ანუ მიიღება ინტერფერენციული სურათის მინიმუმი სივრცის იმ წერტილებში, რომელთათვისაც ტალღებს შორის სვლათა სხვაობა ტალღის სიგრძის ნახევრის კენტი რიცხვის ტოლია.

ცხადია ნებისმიერი Δ სვლათა სხვაობის დროს

$$|A_1 - A_2| \le A \le A_1 + A_2$$

ანუ მოთავსებული იქნება $|A_1 - A_2|$-სა და $A_1 + A_2$-ს შორის.

იმისათვის, რომ ინტერფერენციას ჰქონდეს ადგილი, საჭიროა ტალღური პროცესის შეთანხმებული მიმდინარეობა: მოცემულ წერტილში ტალღები ერთმანეთს მუდამ უნდა აძლიერებდნენ, ან მუდამ უნდა ასუსტებდნენ, ანუ მოცემულ წერტილში ამპლიტუდა დროის მიხედვით არ იცვლებოდეს. ამას კი როგორც ზემოთ მივიღეთ ერთი წრფის გასწვრივ მიმართული ორი ჰარმონიული რხევის შეკრების ამპლიტუდის განმსაზღვრელი ფორმულის

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \qquad (10.12)$$

თანახმად ადგილი ექნება მხოლოდ მაშინ, როცა ტალღების ფაზათა სხვაობა დროის მიხედვით არ იცვლება. **ტალღებს, რომელთა სიხშირეები ერთნაირია, ხოლო ფაზათა სხვაობა დროის მიხედვით მუდმივი, კოჰერენტული ტალღები ეწოდება.** შესაბამის წყაროებს კი კოჰერენტული წყაროები. ე.ი. უცვლელი ინტერფერენციული სურათს იძლევა მხოლოდ კოჰერენტული ტალღები.

რხევისას ენერგია ამპლიტუდის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია. ვინაიდან შედეგითი რხევის ამპლიტუდის კვადრატი ზოგადად არ უდრის შემადგენელი რხევების ამპლიტუდების კვადრატების ჯამს (10.12 ფორმულა), ამიტომ შედეგითი რხევის ენერგია არ უდრის შემადგენელი რხევების ენერგიების ჯამს. ტალღების ზედდებისას იმ ადგილებში რომელიც $\Delta = n\lambda = 2n\frac{\lambda}{2}$ მაქსიმუმის პირობას აკმაყოფილებს, ენერგია გაიზრდება, ხოლო იმ წერტილებში, რომლებიც $\Delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ მინიმუმის პირობას აკმაყოფილებს, ენერგია შემცირდება. ე.ი. ტალღათა ინტერფერენციისას ადგილი აქვს ენერგიის გადანაწილებას გარემოს წერტილებს შორის.

XI ლექცია

მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი დებულებები. ტემპერატურა. ტემპერატურის ცელსიუსისა და კელვინის სკალა. კავშირი მათ შორის. აირის ნაწილაკების გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია.

§30. მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის ძირითადი დებულებები.

მოლეკულური ფიზიკა (ნივთიერებათა აღნაგობის მოლეკულურ-კინეტიკური თეორია) გამოდის ნივთიერების ატომურ-მოლეკულური აღნაგობიდან და სითბოს განიხილავს, როგორც ატომებისა და მოლეკულების უწესრიგო, ქაოსურ მოძრაობას. იგი შეისწავლის ნივთიერების მაკროსკოპიული თვისებების (ტემპერატურა, წნევა, დრეკადობა, სიბლანტე, თბოგამტარობა და ა.შ.) დამოკიდებულებას მის შინაგან აღნაგობაზე და ამ თვისებებს განიხილავს, როგორც მოლეკულების ჯამური მოქმედების (მოძრაობისა და ურთიერთ-ქმედების) გამოვლენის შედეგს.

მოლეკულა ეწოდება ნივთიერების უმცირეს ნაწილაკს, რომელსაც ამ ნივთიერების ქიმიური თვისებები გააჩნია. ატომი – ქიმიური ელემენტის უმცირესი ნაწილაკია და ატარებს ქიმიური ელემენტის თვისებებს. ამ თეორიის საფუძველია სამი დებულება:

1. ყველა სხეული შედგება ძალიან დიდი რაოდენობის უმცირესი ნაწილაკებისაგან (ატომების, მოლეკულების ან იონებისაგან). მათი არსებობა დასტურდება ცდისეული ფაქტით როგორც პირდაპირი (მაგ. დამზერა ელექტრონული მიკროსკოპით), ისე არაპირდაპირი (მაგ. მყარი სხეული და სითხის ხსნადობა, აირის კუმშვადობა და ა.შ) გზითაც. კერძოდ კუმშვადობა მიუთითებს იმ ფაქტს, რომ სხეული შედგება ცალკეული ნაწილაკებისაგან, რომელთა შორის არის თავისუფალი ადგილები –შორისეთები და კუმშვა ხდება ამ შორისეთების შემცირების ხარჯზე.
2. სხეულის შემადგენელი ნაწილაკები განუწყვეტლად და უწესრიგოდ (ქაოსურად – "ქაოსი" ბერძნული სტყვაა და ნიშნავს სრულ უწესრიგობას) მოძრაობენ. ქაოსურ მოძრაობას ასევე სითბურ მოძრაობას უწოდებენ. მისი მოძრაობის ინტენსივობა დამოკიდებულია მხოლოდ სხეულის მთბარობის ხარისხზე.

მოლეკულების მოძრაობით აიხსნება მყარი სხეულის და სითხის აორთქლება, აირის გაფართოება და სხვა.

ასეთი მოძრაობის დადასტურებაა ბროუნის მოძრაობა და დიფუზია.

ბროუნის მოძრაობა ეს სითხეში შეტივტივებულ ნივთიერების (ემულსიის) მცირე ზომის ($\boldsymbol{d}$ ù **0,5 J 1** მკმ) ნაწილაკებზე (რომელიც სითხეში არ იხსნება) მიკროსკოპით დაკვირვებაა, რამაც აჩვენა, რომ ეს ნაწილაკები განუწყვეტლივ და ქაოსურად მოძრაობენ. ეს მოძრაობა აღმოაჩინა ინგლისელმა მეცნიერმა ბროუნმა 1827 წელს. ცდებით დადასტურდა, რომ რაც უფრო ნაკლებია სითხის სიბლანტე, მით უფრო სწრაფია ბროუნის მოძრაობა. ასევე ტემპერატურის გაზრდით ბროუნის მოძრაობის ინტენსიურობა მატულობს და ის

დამოკიდებულია აგრეთვე ბროუნის ნაწილაკის ზომაზე. ზომის გაზრდით ინტენსიურობა მკვეთრად მცირდება.

ამ მოძრაობის ახსნა შეიძლება იმ ფაქტით, რომ თვით სითხე, რომელშიც შეტივტივებულია ბროუნის ნაწილაკები, შედგება განუწყვეტლივად მოძრავი მოლეკულებისაგან, რომლებიც ეჯახებიან ბროუნის ნაწილაკებს, აამოძრავებენ მათ და ამით აარაპირდაპირი გზით ამჟღავნებენ თავიანთ არსებობას. სითხის მოლეკულები ბროუნის ნაწილაკს ეჯახებიან ყოველი მხრიდან, მაგრამ რადგან სითხის მოლეკულების მოძრაობა ქაოსურია, ამიტომ დაჯახებათა რიცხვი სხვასხვა მხრიდან სხვადასხვაა, რის გამოც მისი მოძრაობის მიმართულება უწესრიგოდ იცვლება. დიდი ზომის ნაწილაკის შემ-ში ის ბროუნის მოძრაობას არ ასრულებს, რადგან ამ შემ-ში დაჯახებათა დიდი რიცხვის გამო, უპირატესი მიმართულება არ გვაქვს.

დიფუზია (ბერძნული სიტყვაა და ნიშნავს გავრცელებას, შეღწევას) ეს არის ერთმა-ნეთთან შემხები სხვადასხვა ნივთიერების ურთიერთშერევა. მაგ. წყლისა და შაბიამნის ხსნარის ურთიერთშერევა, რომელიც არ არის მათ სიმკვრივეების მნიშ-ბებზე დამოკიდებული (შაბიამნის ხსნარის სიმკვრივე მეტია, მაგრამ ის როდესაც ქვემოთ არის მაინც ერევა მასზე დასხმულ წყალს). დიფუზია მიმიდინარეობს მყარ და ასევე აირებში. თანაც აირში ის გაცილებით სწრაფად მიმდინარეობს.

ტემპერატურის გაზრდით დიფუზიის პროცესიც ჩქარდება, რაც აიხსნება ნაწილაკების სითბური მოძრაობის სიჩქარის ზრდით.

დიფუზია მიუთითებს იმას, რომ ყველა ნივთიერება შედგება განუწყვეტლივ მოძრავი ნაწილაკებისაგან, რომელთა შორის არის თავისუფალი ადგილები – შორისეთები, სადაც ხდება სხვა ნივთიერების ნაწილაკების შეჭრა.

დიფუზიას ასევე ადგილი აქვს ერთსა და იმავე ნივთიერებაში. ეს კი იწვევს მისი სიმ-კვრივის გათანაბრებას მთელ მოცულობაში.

3. სხეულის შემადგენელ ნაწილაკებს შორის მოქმედებს მიზიდვის და განზიდვის ძალები, რომლებიც ძირითადად ელექტრული ბუნებისაა. ამ ძალების სიდიდე განაპირობებს ნივთიერების ამა თუ იმ აგრეგატულ მდგ-ს.

მყარ სხეულებში ნაწილაკებს შორის მანძილი ძალიან მცირეა, ხოლო ურთიერთ-ქმედების ძალების სიდიდე კი – ძალიან დიდი. ამ ძალების გამო მყარი სხეულის ნაწილაკებს არ შეუძლიათ შეასრულონ გადატანითი მოძრაობა. ეს ნაწილაკები ასრულებენ მხოლოდ ქაოსურ მოძრაობას გარკვეული მდებარეობის გამო. ამის გამო მყარი სხეული ინარჩუნებს, როგორც ფორმას, ასევე მოცულობას..

თხევად მდგ-ში მანძილი უფრო მეტია, ვიდრე მყარში. ძალები საკმაოდ დიდია, მაგრამ არა საკმარისი ფორმის შესანარჩუნებლად. ინარჩუნებს მხოლოდ მოცულობას.

აირებში მანძილი ნაწილაკებს შორის ყველაზე დიდია და ეს ძალები ძალიან მცირეა. ფაქტიურად ისინი სრულიად ვერ ზღუდავენ ნაწილაკების მოძრაობას. სუსტი მიზიდვის

ძალების გამო აირს შეუძლია უსაზღვროდ გაფართოვდეს და მას შეუძლია დაიკავოს ჭურჭლის მთელი მოცულობა.. ამის გამო აირები ვერ ინარჩუნებენ ვერც ფორმას და ვერც მოცულობას.

§31. ტემპერატურა. ტემპერატურის ცელსიუსისა და კელვინის სკალა. კავშირი მათ შორის. აირის ნაწილაკების გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია.

ტემპერატურის ცნება შემოღებულია სხეულის მთბარობის ხარისხის დასახასიათებლად.

სხეულის მთბარობის ხარისხის რაოდენობრივი ზომის დადგენას, ანუ ტემპერატურის რაოდენობრივ დადგენას და შესაბამისად ზუსტი ტემპერატურული სკალის დადგენას საფუძვლად დაედო ჩვენი სუბიექტური შეგრძნებებისაგან დამოუკიდებელი ობიექტური მოვლენები და ფაქტები (ჩვენი შეგრძნების საფუძველზე იმის გამო, რომ ეს შეგრძნება სუბიექტურია და დამოკიდებულია არა მარტო სხეულის მთბარობის ხარისხზე, არამედ ჩვენი ორგანიზმის მდგომარეობაზეც).

თერმოდინამიკის თვალსაზრისით ტემპერატურა არის სიდიდე, რომელიც ახასიათებს თბოგადაცემის (სითბოს ცვლის) მიმართულებას. თუ ორი სხეულის შეხებისას სითბო გადადის ერთიდან მეორეში, მაშინ ამბობენ, რომ პირველის ტემპერატურა უფრო მაღალია, ვიდრე მეორესი. გარკვეული დროის შემდეგ მყარდება სითბური წონასწორობა (როდესაც სითბოს გადასვლა უკვე აღარ ხდება). ასეთი სითბური წონასწორობის დროს კი სხეულების ტემპერატურა ერთნაირია. ამ ფაქტზეა დამყარებული თერმომეტრით ტემპერატურის გაზომვა (თერმომეტრი მოდის სითბურ წონასწორობაში იმ სხეულთან, რომლის ტემპერატურასაც ვზომავთ).

ცდების საფუძველზე დადგენილია, რომ თუ ორი სხეული სითბურ წონასწორობაშია მესამესთან, მაშინ ისინი სითბურ წონასწორობაშია არიან ერთმანეთთანაც.

მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის თვალსაზრისით ტემპერატურა არის სიდიდე, რომელიც ახასიათებს სხეულის (იდეალური აირის) ნაწილაკების გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკურ ენერგიას. ერთნაირი ტემპერატურის მქონე ორი სხვადასხვა აირის ნაწილაკების საშუალო კინეტიკური ენერგია ერთნაირია.

ტემპერატურის გაზომვა დამყარებულია იმ ფაქტზე, რომ მისი ცვლილებისას იცვლება სხეულის თვისებები და ამ თვისებების მახასიათებელი ფიზიკური სიდიდეებიც (წნევა, მოცულობა, წინაღობა და სხვა). ტემპერატურის საზომ ხელსაწყოს თერმომეტრი ეწოდება. მას დამზადებას საფუძვლად უდევს ის, რომ იღებენ რაიმე ნივთთიერებას (თერმომეტრული ნივთიერება, მაგ. ყოფაცხოვრებაში ვერცხლისწყალი ან სპირტი), ხოლო მის მახასიათებელ ფიზიკურ სიდიდედ კი (თერმომეტრული სიდიდე) – ვერცხლისწყლის სვეტის სიმაღლეს. მართლაც ტემპერატურის მატებისას ან შემცირებისას ვერცხლისწყლის სვეტის სიმაღლე ან მატულობს, ან იკლებს შესაბამისად. აირიან თერმომეტრებში კი თერმომეტრული სიდიდეთ გამოიყენება აირის წნევა ან მოცულობა.

სითხიან თერმომეტრში ტემპერატურასა და სვეტის სიმაღლეს შორის არსებობს წრფივი დამოკიდებულება. შემდეგ ადგენენ ტემპერატურის ერთეულს – გრადუსს. მას ასე ადგენენ: ირჩევენ ორ ტემპერატურას (რეპერული წერტილები) – ყინულის დნობისა და

წყლის დუღილის ტემპერატურები ნორმალური წნევის დროს და მიღებულ ტემპერატურულ ინტერვალს ყოფენ ტოლ ნაწილებად – გრადუსებად. ერთ-ერთს აწერენ რაღაც რიცხვით მნიშვნელობას, რითაც განისაზღვრება მეორის და ყველა შუალედური ტემპერატურის რიცხვითი მნიშვნელობები, ანუ მიიღება გარკვეული ტემპერატურული სკალა.

ასეთნაირად მიღებულ სითხიან თერმომეტრებს ის ნაკლი დააჩნიათ, რომ სხვასხვა თერმომეტრული ნივთიერებების შესაბამისი თერმომეტრების ჩვენებები რეპერულ წერტილებში ერთმანეთს ემთხვევა, მაგრამ სხვა ტემპერატურაზე არა.

თანამედროვე თერმომეტრები დაფუძნებულია იდეალური აირის სკალაზე, რომელიც დგინდება აირიანი თერმომეტრის საშუალებით. ასეთ თერმომეტრს აქვს წნევის გამზომი მოწყობილობა მანომეტრი. თუ ყინულის დნობის ტემპერატურა იქნება T_0, ხოლო წყლის დუღილის T_k, შესაბამისი წნევებით p_0 და p_k, მაშინ რადგან წნევას და ტემპერატურას შორის წრფივი დამოკიდებულებაა, გვექნება $$\frac{p_k}{p_0} = \frac{T_k}{T_0} \qquad (11.1).$$

ფარდობა $\frac{p_k}{p_0}$ იზომება ცდით, შესაბამისად ცნობილი იქნება $\frac{T_k}{T_0}$. ცდებიდან $\frac{p_k}{p_0} = \frac{T_k}{T_0} = 1{,}3361$. მიღებულია T_0 -დან T_k-მდე ინტერვალის დაყოფა 100 ტოლ ნაწილად, ე.ი. $T_k - T_0 = 100$. მაშინ მივიღებთ, რომ იდეალური აირის სკალით ყინულის დნობის ტემპერატურა $T_0 = 273{,}15$ გრადუსი, ხოლო წყლის დუღილის ტემპერატურა იქნება $T_k = T_0 + 100 = 373{,}15$ გრადუსი.

აირიანი თერმომეტრით სხეულის ტემპერატურის გასაზომად ასე იქცევიან: თერმომეტრს ახებენ სხეულს და რაღაც დროის შემდეგ, სითბური წონასწორობის დამყარების შემდეგ, მანომეტრით აითვლიან p წნევას, ხოლო სხეულის ტემპერატურას განსაზღვრავენ $T = \frac{273{,}15}{p_0} \cdot p$ სადაც p_0 მდნობიარე ყინულში მოთავსებული აირის წნევაა. ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ ამ სკალაზე ტემპერატურა მაშინ უდრის ნულს $(T = 0)$, როდესაც იდეალური აირის წნევა იქნება ნულის ტოლი $(p = 0)$. ასეთ სკალას, რომლის ნულზე თერმომეტრული სიდიდე ხდება ნული, ეწოდება აბსოლუტური სკალა, ხოლო ამ სკალაზე ათვლილ ტემპერატურას – აბსოლუტური ტემპერატურა. ე.ი. აირიანი თერმომეტრის სკალა არის აბსოლუტური სკალა (მეორენაირად კელვინის სკალა) და შესაბამისად აბსოლუტური ტემპერატურის ერთეულს კი ეწოდება კელვინი. აღინიშნება K -თი.

ტექნიკაში და ყოფა-ცხოვრებაში უფრო გამოიყენება ცელსიუსის სკალა, რომელიც იმით განსხვავდება აბსოლუტური ტემპერატურისგან, რომ ყინულის დნობის ტემპერატურა (გრადუსის იმავე სიდიდის დროს) აღებულია ნულის ტოლად. ცელსიუსის სკალაზე ათვლილ ტემპერატურას აღნიშნავენ t^0C-ით. ცხადია ამ განმარტებებებიდან გამოდის, რომ კავშირი ცელსიუსის სკალაზე ათვლილ ტემპერატურას (t) და აბსოლუტურ სკალაზე ათვლილ

ტემპერატურას (T) შორის ასეთი იქნება $T = t + 27{,}15; \quad t = T - 273{,}15$ (11.2).

აირიანი თერმომეტრის სიზუსტე ძალიან მაღალია. დაბალი ტემპერატურების გასაზომად გამოიყენება ჰელიუმი (ძლიერ გაიშვიათებული, რომელიც თვისებებით იდეალურ აირს უახლოვდება), ხოლო მაღალი ტემპერატურებისთვის კი აზოტი (ამ ტემპერატურებზე ჰელიუმი ჟონავს ჭურჭლის კედლებში).

აირიანი თერმომეტრები პრაქტიკულად მოუხერხებელია. მათი საშუალებით ხდება მეორადი თერმომეტრების (სითხიანი, წინაღობის და სხვა) დაგრადუირება.

იდეალური აირის ნაწილაკებისთვის (და ასევე რეალური აირის, სითხისა და მყარი სხეულებისთვის, თუ ტემპერატურა ძალიან დაბალი არ არის) აბსოლუტური ტემპერატურა პროპორციულია გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგიის, ანუ

$$T = \frac{2}{3k}\overline{W} \qquad \left(\overline{W} = \frac{3}{2}kT\right) \qquad (11.3),$$

სადაც $\overline{W} = \frac{m\bar{v}^2}{2}$ – არის ნაწილაკი გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ ჯოული/K – ბოლცმანის მუდმივა, ხოლო $\frac{2}{3k}$ – გადამყვანი კოეფიციენტი ენერგიის ერთეულებიდან (ჯოული) ტემპერატურის ერთეულებში (გრადუსი, ან რაც იგივეა კელვინი).

(11.3) ფორმულიდან გამოდის, რომ აბსოლუტურ ნულზე კლასიკური ფიზიკის თანახმად სხეულში წყდება ყოველგვარი ატომურ-მოლეკულური მოძრაობა. სინამდვილეში ეს ასე არ არის, რადგან ატომების და მოლეკულების სრული უძრაობა ეწინააღმდეგება ჰაიზენბერგის განუზღვრელობის პრინციპს. სინამდვილეში აბსოლუტურ ნულზე წყდება ნაწილაკები არა ყოველგვარი, არამედ მხოლოდ სითბური (ქაოსური) მოძრაობა. ამ ტემპერატურაზე ნაწილაკები საკმაოდ ინტენსიურად მოძრაობენ – ასრულებენ ე.წ. ნულოვან რხევებს. ამ მოძრაობის შესაბამისი მინიმალური ენერგია – ნულოვანი ენერგიაა, რომელიც სხეულს უკვე აღარ შეიძლება წაერთვას.

ე.ი. აბსოლუტური ნული არის ისეთი ტემპერატურა, რომლის დროსაც სხეულში წყდება მისი შემადგენელი ნაწილაკების (ატომები, იონები, მოლეკულები) სითბური მოძრაობა და რჩება მხოლოდ ნულოვან ენერგიასთან დაკავშირებული მოძრაობა. ეს ტემპერატურა ყველაზე დაბალი (ცივი) ტემპერატურაა. ის პრინციპულად მიუღწეველია (მცირე განსხვებაა, მაგ. ამჟამად მიღებული უმცირესი ტემპერატურა $10^{-6}\,K$ რიგისაა).

აბსოლუტური ტემპერატურა რადგან აითვლება ნულიდან, არის ყოველთვის დადებითი (განსხვავებით ცელსიუსი სკალისგან სადაც უარყოფითი ტემპერატურები გვაქვს), ვინაიდან კინეტიკური ენერგია დადებითი სიდიდეა.

ერთეულთა საერთაშორისო SI სისტემაში ტემპერატურის ერთეული – კელვინი არის ერთ-ერთი ძირითადი ერთეული. მაგრამ აქ მისი დადგენა ხდება არა ტემპერატურული ინტერვალის ”მდნობიარე ყინული–მდუღარე წყალი” საფუძველზე, არამედ ”აბსოლუტური ნული – წყლის სამმაგი წერტილი” (ტემპერატურა, რომლის დროსაც ყინული, წყალი და წყლის ნაჯერი ორთქლი 609 პა წნევისას იმყოფებიან თერმოდინამიკურ წონასწორობაში) ინტერვალის საფუძველზე. ეს იმიტომ, რომ წყლის სამმაგი წერტილის განსაზღვრა შესაძლებელია უფრო მეტი სიზუსტით, ვიდრე ყინულის დნობის ან წყლის დუღილის წერტილებისა. ამ სამმაგ წერტილს მიეწერება ტემპერატურა $\mathbf{273{,}16}\,\boldsymbol{K}$. ამრიგად კელვინი განიმარტება როგორც წყლის სამმაგი წერტილის შესაბამისი ტემპერატურის 1/273,16 ნაწილი.

და ბოლოს, ვინაიდან სამმაგი წერტილი ტოლია 0,01 $^{\mathbf{0}}\boldsymbol{C}$-ის, გრადუსის ზომა ცელსიუსისა და კელვინის სკალებით ერთნაირია. ამიტომ ტემპერატურა შეიძლება გამოისახოს ან ცელსიუსის გრადუსებით ($^{\mathbf{0}}\boldsymbol{C}$) ან კელვინებით ($\boldsymbol{K}$).

XII ლექცია

იდეალური აირი. აირის კინეტიკური თეორიის ძირითადი განტოლება. წნევის დამოკიდებულება მოლეკულების კონცენტრაციაზე და აბსოლუტურ ტემპერატურაზე.

§32. იდეალური აირი. აირის კინეტიკური თეორიის ძირითადი განტოლება.

აირს, რომლის მოლეკულათა საკუთარი მოცულობა და ურთიერთმიზიდვისა და განზიდვის ძალები უგულებელყოფილია, იდეალური აირი ეწოდება. ასეთ აირში მანძილი მოლეკულებს შორის ძალიან დიდია, ბევრად აღემატება მოლეკულების ზომებს. ამიტომ მათ შორის ურთიერთქმედება უგულებელყოფილია (ურთიერთქმედებას, როგორც დრეკადი ბირთვების შემ-ში ადგილი აქვს მხოლოდ ურთიერთდაჯახებისას). ასევე მოლეკულების საერთო მოცულობა იმდენად მცირეა იმ ჭურჭლის მოცულობასთან შედარებით, რომელში აირია მოთავსებული, უგულებელყოფილია. ფაქტიურად ასეთი აირის მოლეკულები ნივთიერი წერტილებია.

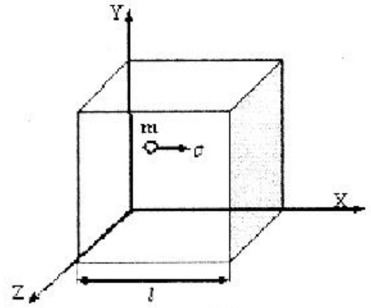
ბუნებაში იდეალური აირი არ არსებობს, მაგრამ თუ დავიწყებთ რეალური აირის გაიშვიათებას, მაშინ მოლეკულებს შორის მანძილი იზრდება და ზემოთ მოცემული დაშვებები უფრო მართებული ხდება. ყოველი რეალური აირი საკმაო გაიშვიათებისას თავისი თვისებებით უახლოვდება იდეალურ აირს. ზოგიერთი აირი (ჟანგბადი, აზოტი, ჰაერი) ოთახის ტემპერატურაზე და ატმოსფერული წნევის დროს (ჩვეულებრივი პირობები) ძალიან მცირედ განსხვავდება იდეალური აირისგან. ძალიან ახლოს არის იდეალურთან წყალბადი და ჰელიუმი.

როდესაც აირი მოთავსებულია რაიმე ჭურჭელში, მაშინ ის აწარმოებს წნევას ჭურჭლის კედლებზე. ეს გამოწვეულია იმით, რომ მოლეკულები ასრულებენ სითბურ მოძრაობას, რის გამოც ისინი ეჯახებიან ჭურჭლის კედლებს და გადასცემენ მას იმპულსს. შესაბამისად კედლებზე მოქმედებს ძალა. ეს ძალა იმის გამო, რომ მოლეკულების რაოდენობა ძალიან დიდია, საკმაოდ დიდია.

გამოვთალოთ აირის წნევა ჭურჭლის კედლებზე მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის საფუძველზე. თუ რაღაც დროში გამოვთვლით ყველა მოლეკულის დაჯახების ძალას და მას გავყოფთ ჭურჭლის კედლების ფართობზე, მაშინ მივიღებთ კედლებზე წარმოებულ წნევას. ვიპოვოთ ეს სიდიდე მოლეკულურ-კინეტიკური თეორიის თვალსაზრისით.

წინასწარ შევთანხმდეთ, რომ მოლეკულების დაჯახებას აქვს დრეკადი ხასიათი, ე.ი. დაჯახებისას იცვლება მოლეკულის მხოლოდ მიმართულება, ხოლო სიდიდე არ იცვლება. არადრეკადი დაჯახება, იმის გამო, რომ ამ დროს სიჩქარის სიდიდე და შესაბამისად კინეტიკური ენერგია შემცირდებოდა, გამორიცხულია, რადგან ამ დროს აირი გაცივდებოდა, რაც არ ხდება.

მოვათავსოთ აირი V მოცულობის კუბური ფორმის ჭურჭელში (ნახ. 12.1). კუბის წიბო იყოს l, წახნაგის ფართობი $S=l^2$, ხოლო მოცულობა $V=l^3$. კოორდინატთა ღერძები მივმართოთ კუბის წიბოების გასწვრივ. კუბში მოლეკულები მოძრაობენ ქაოსურად და შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ თითოეული ღერძის გასწვრივ მოძრაობს მოლეკულების n საერთო რაოდენობის 1/3 (Ox − ღერძის გასწვრივ მარცხნიდან მარჯვნივ და ა.შ.),



ნახ. 12.1

ანუ $n'=1/3n$. მოლეკულების სიჩქარეები ერთმანეთისაგან განსხვავდებიან ($v_1, v_2, ...v_{n'}$). ვთქვათ ერთ-ერთი მოლეკულის სიჩქარე იყოს v_1 და ის ეჯახება კედელს მართობულად. რადგან მოლეკულების დაჯახება დრეკადია, ამიტომ თითოეული m_0 მასის მოლეკულის იმპულსის ცვლილება (რომელიც მოძრაობს მარჯვნივ და კედლის მართობულად) ტოლი იქნება

$$-m_0v_1-m_0v_1=-2m_0v_1 . \qquad (12.1)$$

ნიუტონის III კანონის თანახმად ამ დროს კედლის იმპულსი შეიცვლება $+2m_0v_1$ სიდიდით. დაჯახებათა რიცხვი წამში იყოს Z. მაშინ ერთი მოლეკულის დაჯახების შედეგად კედლის იმპულსის ცვლილება წამში ტოლი იქნება $2m_0v_1Z$. ცნობილია, რომ ძალის იმპულსი ტოლია სხეულის იმპულსის ცვლილებისა ($Ft=mav$). მაშინ ერთი მოლეკულის 1 წამში დაჯახების შედეგად დარტყმის საშუალო $\overline{F_1}$ ძალა კედელზე ტოლი იქნება $\overline{F_1}=2m_0v_1Z$. Z რომ ვიპოვოთ, უნდა გავითვალისწინოთ, რომ მოლეკულა მარჯვენა კედელზე დაჯახების შემდეგ მისგან უკუიქცევა და უკვე ეჯახება მოპირდაპირე კედელს და მერე ისევ ($2l$) მანძილის გავლის შემდეგ თავიდან ეჯახება მარჯვენა კედელს. ამიტომ Z-ის მისაღებად 1 წამში გავლილი მანძილი (ე.ი. v_1 სიჩქარე) უნდა გავყოთ კედელზე ორ მომდევნო დაჯახებებს შორის გავლილ მანძილზე, ანუ $2l$-ზე. ე.ი. $Z=\frac{v_1}{2l}$ და შესაბამისად

$$\overline{F_1}=\frac{2m_0v_1^2}{2l}=\frac{m_0v_1^2}{l} \qquad (12.2)$$

მაგრამ უნდა გავითვალისწინოთ, რომ კედელს ეჯახება არა ერთი არამედ n' მოლეკულა, განსხვავებული $v_1, v_2, ...v_{n'}$ სიჩქარეებით. მაშინ ყველა n' მოლეკულის დაჯახების შედეგად საშუალო ჯამური ძალა ტოლი იქნება:

$$\overline{F}=\frac{m_0v_1^2}{l}+\frac{m_0v_2^2}{l}+......\frac{m_0v_{n'}^2}{l}=\frac{m_0}{l}(v_1^2+v_2^2+........v_{n'}^2) \qquad (12.3)$$

ტოლობის მარჯვენა მხარე გავამრავლოთ და გავყოთ n'−ზე. მივიღებთ

$$\overline{F}=\frac{n'm_0}{l}(\frac{v_1^2+v_2^2+......v_{n'}^2)}{n} \qquad (12.4)$$

სიდიდე $$\bar{\boldsymbol{v}}^2 = \frac{\boldsymbol{v}_1^2 + \boldsymbol{v}_2^2 + ...\boldsymbol{v}_{n'}^2}{\boldsymbol{n}}$$

არის მოლეკულების სიჩქარეთა კვადრატების საშუალო მნიშვნელობა, კვადრატული ფესვი ამ გამოსახულებიდან კი არის საშუალო კვადრატული სიჩქარე, ე.ი.

$$\boldsymbol{v}_{კვ} = \sqrt{\bar{\boldsymbol{v}}^2} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{v}_1^2 + \boldsymbol{v}_2^2 + ...\boldsymbol{v}_{n'}^2}{\boldsymbol{n}}} \qquad (12.5).$$

(12.5) შევიტანოთ(12.4) და თან გავითვალისწინოთ, რომ $\boldsymbol{n}' = \frac{1}{3}\boldsymbol{n}$, მივიღებთ:

$$\bar{\boldsymbol{F}} = \frac{1}{3}\frac{\boldsymbol{n}\boldsymbol{m}_0}{\boldsymbol{l}}\cdot\bar{\boldsymbol{v}}^2 \qquad (12.6)$$

(12.5)-ის ორივე მხარე გავყოთ კედლის $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{l}^2$ ფართობზე:

$$\frac{\bar{\boldsymbol{F}}}{\boldsymbol{l}^2} = \frac{1}{3}\frac{\boldsymbol{n}\boldsymbol{m}_0}{\boldsymbol{l}^3}\cdot\bar{\boldsymbol{v}}^2$$

რადგან $\frac{\bar{\boldsymbol{F}}}{\boldsymbol{l}^2} = \boldsymbol{p}$ არის წნევა, ხოლო $\boldsymbol{n}_0 = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{l}^3} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{V}}$ – მოლეკულების კონცენტრაცია, ამიტომ მივიღებთ

$$\boldsymbol{p} = \frac{1}{3}\boldsymbol{n}_0\boldsymbol{m}_0\bar{\boldsymbol{v}}^2 \qquad (12.7)$$

ანუ აირის წნევა ჭურჭლის კედელზე განისაზღრება მოლეკულის მასით, კონცენტრაციით (ერთეულ მოცულობაში მოლეკულათა რაოდენობა) და მათი სიჩქარეების კვადრატის საშუალო მნიშვნელობისა.

ფორმულა იმის გამო, რომ მოლეკულის გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია ტოლია $\bar{\boldsymbol{W}} = \frac{\boldsymbol{m}_0\bar{\boldsymbol{v}}^2}{2}$, ასეც შეიძლება გამოვსახოთ

$$\boldsymbol{p} = \frac{2}{3}\boldsymbol{n}_0\bar{\boldsymbol{W}} \qquad (12.8).$$

ე.ი. აირის წნევა პროპორციულია ერთეულ მოცულობაში მოლეკულათა რაოდენობისა (მოლეკულების კონცენტრაცია) და მოლეკულის საშუალო კინეტიკური ენერგიისა.

(12.8) და მისი ეკვივალენტურ (12.7) განტოლებებს **აირის კინეტიკური თეორიის ძირითადი განტოლებები ეწოდებათ.**

(12.8)-დან შეიძლება მივიღოთ მნიშვნელოვანი შედეგი. ამისთვის მისი ორივე მხარე გავამრავლოთ 1 მოლი აირის $\boldsymbol{V}_\mu$ მოცულობაზე: $\boldsymbol{p}\boldsymbol{V}_\mu = \frac{2}{3}\boldsymbol{n}_0\bar{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{V}_\mu$. მაგრამ $\boldsymbol{n}_0\boldsymbol{V}_\mu = \boldsymbol{N}_A$ – არის ავოგადროს მუდმივა, ანუ მოლეკულების რაოდენობა 1 მოლში. ასევე თუ გავითვალისწინებთ კლაპეირონ-მენდელეევის განტოლებას 1 მოლი აირისთვის $\boldsymbol{p}\boldsymbol{V}_\mu = \boldsymbol{R}\boldsymbol{T}$, მივიღებთ

$$\boldsymbol{p}\boldsymbol{V}_\mu = \frac{2}{3}\boldsymbol{N}_A\bar{\boldsymbol{W}} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{T} \qquad (12.9)$$

და აქედან $$\overline{W} = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T \qquad (12.10).$$

ფარდობას $\frac{R}{N_A} = k$ – ეწოდება ბოლცმანის უნივერსალური მუდმივა და იმის გამო, რომ $R = 8{,}31$ ჯ/$K\cdot$მოლი, ხოლო $N_A = 6{,}023\cdot 10^{23}$ მოლი$^{-1}$, მივიღებთ $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ ჯ/K.

ამის გათვალისწინებით $$\overline{W} = \frac{3}{2}kT \qquad (12.11)$$

ე.ი. **მოლეკულების გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური ენერგია პირდაპირ-პროპორციულია აბსოლუტური ტემპერატურის**. შევიტანოთ $\overline{W}$ (12.12)-ში:

$$p = n_0 kT \qquad (12.12)$$

ე.ი. **წნევა პროპორციულია მოლეკულათა კონცენტრაციის და აბსოლუტური ტემპერატურის.**

$p = \frac{2}{3}n_0\overline{W}$ ფორმულიდან მარტივად მიიღება დალტონის კანონი. თუ გვაქვს აირთა ნარევი, მაშინ საერთო კონცენტრაცია ტოლი იქნება

$$n_0 = n_{01} + n_{02} + n_{03}\ldots. \qquad (12.13)$$

სადაც n_{01}, n_{02}, n_{03}.... არის ამ ნარევში პირველი, მეორე მესამე და ა.შ. გვარის მოლეკულათა კონცენტრაციები. მაშინ აირთა წნევისათვის მივიღებთ: $p = \frac{2}{3}n_{01}\overline{W} + \frac{2}{3}n_{02}\overline{W} + \frac{2}{3}n_{03}\overline{W}\ldots$,

მაგრამ $p_1 = \frac{2}{3}n_{01}\overline{W}$ და ა.შ. და ნარევის ჯამური წნევა ტოლი იქნება:

$$p = p_1 + p_2 + p_3\ldots. \qquad (12.14)$$

ანუ აირთა ნარევის სრული წნევა მასში შემავალი ცალკეული აირის პარციალურ (წნევა რომელსაც აწარმოებს ცალკეული აირი, სხვა აირები რომ არ ყოფილიყო) წნევათა ჯამის ტოლია – დალტონის კანონი.

XIII ლექცია

იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლება. კლაპერონ-მენდელეევის განტოლება. აირის უნივერსალური მუდმივა. ბოილ-მარიოტის, გეი-ლუსაკის, შარლის კანონები აბსოლუტური ტემპერატურის სკალით.

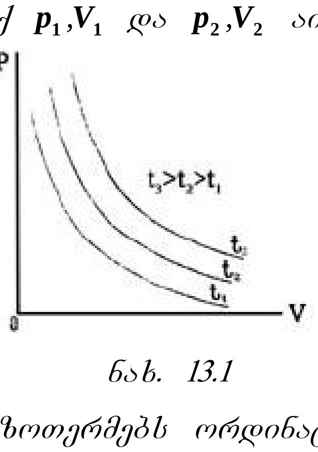
§33 ბოილ-მარიოტის, გეი-ლუსაკის, შარლის კანონები.

როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ აირს, რომლის მოლეკულათა საკუთარი მოცულობა და ურთიერთმიზიდვისა და განზიდვის ძალები უგულებელყოფილია, იდეალური აირი ეწოდება. ფიზიკურ სიდიდეს, რომელიც ახასიათებს სისტემის მდგ-ს, პარამეტრი ეწოდება. მოცემული მასის აირს ახასიათებენ სამი: წნევა, მოცულობა, ტემპერატურა – პარამეტრით. განვიხილოთ აირის ამ ორ პარამეტრს დამოკიდებულა, როდესაც ერთ-ერთი პარამეტრი მუდმივია. აირის მდგ-ის შეცვლას, ამ პარამეტრების ცვლილებისას, აირული პროცესი ეწოდება. შესაბამისად მიღებულ იქნა ცდისეული კანონები ამ ორი პარამეტრის ცვლილებისას მესამის მუდმივობის შემ-ში და ეს კანონები შემდეგია (იზოპროცესები):

1. ბოილ-მარიოტის კანონი. ამ კანონის განხილვისას პროცესი მიმდინარეობს მუდმივ ტემპერატურაზე ($t = const$) პროცესი იზოთერმულია) და მოცემული მასის აირისთვის 1662 წ. ბოილმა (ინგლისელი) და 1667 წ. მარიოტმა (ფრანგი) ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლად დაადგინეს აირის წნევასა და მოცულობას შორის დამოკიდებულების კანონი: **აირის მოცემული მასის წნევა მუდმივი ტემპერატურის დროს იცვლება მოცულობის უკუპროპორციულად:** ანუ

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}, \text{ ანუ } p_1V_1 = p_2V_2, \quad pV = const \qquad (13.1).$$

აქ p_1, V_1 და p_2, V_2 აირის ორი სხვასხვა მდგ-ის შესაბამისი წნევები და მოცულობებია. ე.ი. ამ კანონის თანახმად აირის მოცემული მასისთვის უცვლელი ტემპერატურის პირობებში მისი წნევის და მოცულობის ნამრავლი მუდმივი სიდიდეა. ამ პროცესის გრაფიკი (p,V) კოორდინატებით ჰიპერბოლაა და მას ***იზოთერმა*** *ეწოდება. ნახ. 13.1-ზე მოცემულია სხვადასხვა ტემპერატურაზე აგებული იხზოთერმები. თუ აბსცისთა ღერძზე ავიღებთ მოცულობის რაიმე კონკრეტულ მნიშ-ს, მაშინ ამ იზოთერმებს ორდინატთა ღერძზე შეესაბამება წნევის გარკვეული მნიშვნელობები. წნევა ფორმულიდან $p = nkT$ პროპორციულია ტემპერატურის. ე.ი. რაც მეტია გრაფიკის შესაბამისი წნევა მოცულობის რაიმე კონკრეტულ მნიშ-ზე, მით მეტი ტემპერატურაზე იქნება იზოთერმა აგებული, ანუ მეტი ტემპერატურის შესაბამისი იზოთერმა უფრო მაღლა მდებარეობს.*



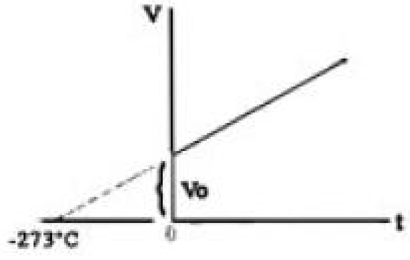
ნახ. 13.1

2. გეი-ლუსაკის კანონი. *ამ კანონის განხილვისას პროცესი მიმდინარეობს მუდმივი წნევის პირობებში ($p = const$) პროცესი იზობარულია) და 1802 წ. გეი-ლუსაკმა (ფრანგი) დაადგინა*

კანონი, რომლის თანახმად: **აირის მოცემული მასის მოცულობა მუდმივი წნევის დროს ტემპერატურის მიხედვით წრფივად იცვლება:**

$$V = V_0(1+\alpha t) \qquad (13.2),$$

სადაც V_0 – აირის მოცულობაა 0^0C – ზე, ხოლო V – მოცულობა t^0C – ზე. α – მოცულობითი გაფართოების კოეფიციენტია. (13.2)-დან $\alpha = \dfrac{V - V_0}{V_0 t}$ და რიცხობრივად ის ტოლია 0^0C ტემპე-რატურის აირის ერთეული მოცულობის ნამატისა 1^0C –ით გათბობის დროს. გეი-ლუსაკის მიხედვით α მუდმივი წნევის დროს ყველა აირისთვის ერთი და იგივეა და რიცხობრივად $\alpha \approx \dfrac{1}{273{,}15}$ გრად$^{-1}$. ნახ.13.2-ზე გამოსახულია ამ კანონის გრაფიკი, რომელსაც იზობარა ეწოდება. ნახაზიდან ჩანს, რომ იზობარა ტემპერატურათა ღერძს კვეთს $t = -273{,}15^0C$ წერტილში, რომელსაც ტემპერატურის აბსოლუტური ნული ვუწოდეთ. გამოდის რომ ამ დროს $V_t = 0$, ნივთიერება ქრება, რაც არასწორია. ეს ადასტურებს იმას, რომ აირის ცდისეული კანონების გამოყენება დაბალი ტემპერატურების დროს არ შეიძლება (ამ ტემპერატურის დროს გრაფიკი იმიტომაა წყვეტილი, რომ ნივთიერება ამ დროს უკვე აირი აღარ არის).



ნახ. 13.2

თუ გავითვალისწინებთ კავშირს ტემპერატურის აბსოლუტურ და ცელციუსის სკალას შორის $T = t + 273{,}15$, მივიღებთ $V = V_0\alpha T = V_0\dfrac{T}{T_0}$, სადაც $T_0 = \dfrac{1}{\alpha} = 273{,}15K$ შეესაბამება 0^0C -ს ცელსიუსი სკალაზე. აქედან $\dfrac{V}{V_0} = \dfrac{T}{T_0}$. ან ზოგადად აირის ორი მდგ-თვის $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{T_1}{T_2}$ და $\dfrac{V}{T} = const$, ე.ი. იზობარული პროცესის დროს აირის მოცემული მასის მოცულობა იცვლება მისი აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულად.

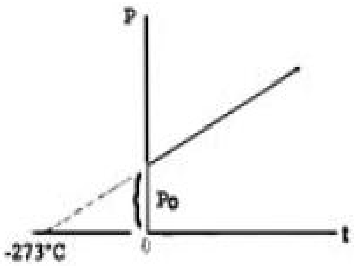
3. შარლის კანონი. ამ კანონის განხილვისას პროცესი მიმდინარეობს მუდმივი მოცულობის პირობებში ($V = const$ – პროცესი იზოქორულია) და 1800 წ. შარლიმ (ფრანგი) დაადგინა კა-ნონი, რომლის თანახმადაც **აირის მოცემული მასის წნევა მუდმივი მოცულობის დროს ტემპერატურის მიხედვით წრფივად იცვლება:**

$$p = p_0(1 + \ \ t) \qquad (13.3),$$

სადაც p_0 – აირის წნევა 0^0C – ზე, ხოლო p – წნევა t^0C – ზე.   – წნევის თერმული კოეფი-ციენტია. (13.3)-დან $\ = \dfrac{p - p_0}{p_0 t}$ და რიცხობრივად ის ტოლია 0^0C ტემპერატურის აირის წნე-ვის თითოეული ერთეულის ნამატისა 1^0C –ით გათბობის დროს. შარლის მიხედვით მუდ-

მივი მოცულობის დროს ყველა აირისთვის ერთი და იგივეა და რიცხობრივად $= \frac{1}{273,15}$ გრად$^{-1}$.

აქაც თუ ცელსიუსის ტემპერატურას შევცვლით აბსოლუტური ტემპერატურით, მივიღებთ: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ აირის ორი სხავდასხვა მდგ-თვის, ან ზოგადად $\frac{p}{T} = const$. ე.ი. იზოქორული პროცესის დროს აირის მოცემული მასის წნევა იცვლება მისი აბსოლუტური ტემპერატურის პროპორციულად. ნახ.-13.3-ზე მოცემულია შარლის კანონის გრაფიკი. ამ გრაფიკს იზოქორა ეწოდება. გრაფიკის წყვეტილ ხაზზე შეიძლება იგივე მსჯელობის ჩატარება, რაც იზობარის დროს გვქონდა (გეი-ლუსაკი კანონი).



§34. იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლება. კლაპერონ-მენდელეევის განტოლება. აირის უნივერსალური მუდმივა.

ზემოთმოყვანილი ცდისეული კანონები ასახავდნენ აირული პროცესების კერძო შემთხვევებს (ე.წ. იზოპროცესებს). ამ დროს აირის მდგ-ს დამახასიათებელი სიდიდიდან ერთი მუდმივი იყო, ხოლო დანარჩენი ორი იცვლებოდა და მყარდებოდა დამოკიდებულება მათ შორის. ახლა განვიხილოთ ზოგადი შემ-ვა, როდესაც სამივე სიდიდე (p, V, T – წნევა, მოცულობა და ტემპერატურა) მოცემული მასის შემ-ში იცვლება და დავამყაროთ კავშირი მათ შორის. განტოლებას, რომელიც ამყარებს კავშირს წნევას, მოცულობასა და ტემპერატურას შორის მდგომარეობის განტოლება ეწოდება. ეს განტოლება მიიღო კლაპეირონმა (ფრანგი) ბოილ-მარიოტისა და გეი-ლუსაკის კანონების გაერთიანებით.

ვთქვათ მოცემული გვაქვს აირის ორი მდგ-ბა, რომლის საწყისი (I) პარამეტრებია p_1, V_1, T_1, ხოლო საბოლოო (II) კი p_2, V_2, T_2. გადავიყვანოთ აირი იზობარულად I მდგ-დან რაღაც შუალედურ (I') მდგ-ში, სადაც მისი პარამეტრებია p_1, V', T_2. იზობარული გადასვლის დროს კი მართებულია გეი-ლუსაკის კანონი: $\dfrac{V_1}{V'} = \dfrac{T_1}{T_2}$ (13.4)

აქედან
$$V' = V_1 \frac{T_2}{T_1} \qquad (13.5),$$

(I') შუალედურ და (II) საბოლოო მდგ-ბებში ტემპერატურები ერთნაირია. გამოვიყენოთ ბოილ=მარიოტის კანონი $p_1 V' = p_2 T_2$. აქ შევიტანოთ V' (13.5)-დან

$$p_1 V_1 \frac{T_2}{T_1} = p_2 V_2, \text{ ან } \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \qquad (13.6).$$

ზოგადად ეს განტოლება, რომელიც ბოილ-მარიოტ-გეი-ლუსაკის გაერთიანებული კანონია ასე ჩაიწერება:
$$\frac{pV}{T} = B \qquad (13.7).$$

(13.7) არის იდეალური აირის მდგომარეობის განტოლება. მეორენაირად მას კლაპეირონის განტოლება ეწოდება.

ამ განტოლების ნაკლი ის არის, რომ B მუდმივა სხვადასხვა აირებისთვის სხვადასხვაა. 1875 წ. მენდელეევმა ეს განტოლება გააერთიანა ავოგადროს კანონთან.

დავუშვათ მოცემულია 1 მოლი აირი. მისი მოცულობა ავღნიშნოთ V_μ. ავოგადროს კანონის თანახმად ერთნაირი წნევის და ტემპერატურის პირობებში V_μ ყველა აირისთვის ერთნაირია. მაშინ ჩავწეროთ ეს განტოლება ერთი მოლისთვის და ამ შემ-ში B მუდმივას მნიშვნელობა ყველა აირისთვის იქნება ერთნაირი. ეს მუდმივა აღინიშნება R-ით და მას აირის უნივერსალური მუდმივა ეწოდება. ე.ი. ერთი მოლი აირისთვის განტოლება ასეთ სახეს მიიღებს:
$$\frac{pV_\mu}{T} = R, \text{ ან } \quad pV_\mu = RT \qquad (13.8)$$

თუ გვაქვს აირის m ნებისმიერი მასა და თუ 1 მოლის მასა არის – μ, მაშინ ფარდობა $\dfrac{m}{\mu}$ იქნება მოლების რიცხვი და (13.8) განტოლება აირის ნებისმიერი მასისთვის (მოლების რაღაც რაოდენობისთვის და არა ერთისთვის) ასე ჩაიწერება: $pV_{\mu}\dfrac{m}{\mu} = \dfrac{m}{\mu}RT$,

მაგრამ $V = V_{\mu}\dfrac{m}{\mu}$ არის m მასის მოცულობა და $pV = \dfrac{m}{\mu}RT$ (13.9).

ამ განტ-ბას **კლაპერონ-მენდელეევის განტოლება** ეწოდება. ვიცით სიმკვრივე $\rho = \dfrac{m}{V}$, მაშინ $\rho = \dfrac{p\mu}{RT}$. R – ის რიცხვითი მნი-ბა ასე გამოანგარიშება: ავოგადროს კანონის თანახმად ნებისმიერი აირის 1 მოლი ნორმალურ პირობებში ($p_0 = 1$ ატმ, $T_0 = 27{,}15K$) იკავებს ერთი და იგივე $V_{\mu 0} = 22{,}42 \cdot 10^{-3}$ მ³/მოლი მოცულობას. მაშინ $\dfrac{pV_{\mu}}{T} = R$, ფორმულის გამოყენებით გვექნება $R = \dfrac{p_0 V_{\mu 0}}{T_0} \approx 8{,}31$ ჯ/$K \cdot$მოლი.

კლაპეირონ-მენდელეევის განტოლება არის იზოროცესების განტოლებების გაერთიანება. ამიტომ აქედან გამოდის იდეალური აირის იზოპროცესების სამივე კანონი.

მართლაც, თუ $T = const$, მაშინ რადგან მოცემული აირისთვის $\dfrac{m}{\mu}R$ სიდიდე მუდმივია, მივიღებთ $pV = const$ – ბოილ-მარიოტის კანონი.

ასევე თუ $p = const$, რადგან ასე $\dfrac{m}{\mu}R$ მუდმივია, მივიღებთ $\dfrac{V}{T} = \dfrac{mR}{\mu p} = const$ – გეილუსაკის კანონი და თუ

$V = const$, მაშინ $\dfrac{p}{T} = \dfrac{mR}{\mu V} = const$ – შარლის კანონი.

იდეალური აირის შინაგანი ენერგია. თავისუფლების ხარისხი. აირის სითბოტევადობა, მაიერის ფორმულა. აირის უნივერსალური მუდმივას ფიზიკური არსი.

§35. იდეალური აირის შინაგანი ენერგია. თავისუფლების ხარისხი.

სხეულის შინაგანი ენერგია ეწოდება მისი შემადგენელი ნაწილაკების ქაოსური მოძრაობის კინეტიკური და ურთიერთქმედების პოტენციური ენერგიების ჯამს.

განსხვავებით რეალური აირებისგან, იდეალური აირის მოლეკულები არ ურთიერთ-ქმედებენ, ამიტომ მათი პოტენციური ენერგია ნულის ტოლია და შინაგანი ენერგია მისი მოლეკულების კინეტიკური ენერგიების ჯამის ტოლია.

შინაგან ენერგიას აღნიშნავენ U – ასოთი და რეალური აირისთვის ის დამოკიდებულია ორ : T – ტემპერატურა (კინეტიკური ენერგია) და V – მოცულობა (პოტენციური ენერგია) პარამეტრზე $U = U(T,V)$. იდეალური აირისთვის კი გვექნება $U = U(T)$.

ცნობილია მოლეკულის გადატანითი მოძრაობის შესაბამისი საშუალო კინეტიკური ენერგია $\overline{W} = \frac{3}{2}kT$. მაგრამ მოლეკულას გადატანითი მოძრაობის გარდა შეუძლია შეასრუ-ლოს ბრუნვითი მოძრაობაც, ხოლო ატომებმა მის შიგნით რხევითი მოძრაობაც. ყველა მოძ-რაობას გარკვეული ენერგია შეესაბამება, ამიტომ მოლეკულის სრული კინეტიკური ენერგია შედგება გადატანითი, და ასევე ბრუნვითი და რხევითი მოძრაობების ენერგიებისგან.

მოლეკულის სრული კინეტიკური ენერგიის გამოსათვლელად შემოტანილია i – **თავისუფლების ხარისხთა რიცხვი,** რომელიც ეწოდება იმ დამოუკიდებელ მოძრაობათა რიცხვს, რომელთა შესრულებაც სხეულს შეუძლია (ან რაც იგივეა ის დამოუკიდებელ კოორდინატთა რიცხვი, რომლებიც განსაზღვრავენ სხეულის მდებარეობას სივრცეში).

მაგ. ერთატომიანი აირის (He, Ar და სხვა) ნაწილაკების თავისუფლების ხარისხი $i = 3$, ვინაიდან მათ ნივთიერი წერტილის მსგავსად მხოლოდ გადატანითი მოძრაობის შეს-რულება შეუძლიათ (3 დამოუკიდებელი მოძრაობა – ox, oy, oz ღერძების გასწვრივ სივრ-ცეში, სიბრტყეზე $i = 2$ და წრფეზე $i = 1$). ორატომიანი ხისტი მოლეკულებისთვის $i = 5$, რომელთაგან 3 გადატანითია (ღერძების გასწვრივ), 2 ბრუნვითი (ორი ღერძის ირგვლივ). სამ ატომიანი მოლეკულებისთვის კი $i = 6$, 3 გადატანითი შესაბამისი ღერძების გასწვრივ და 3 ბრუნვითი ასევე ღერძების ირგვლივ.

ენერგიის რაოდენობა, რომელიც მოდის ერთ თავისუფლების ხარისხზე, ჩამოყალიბდა ბოლცმანის თეორემის საფუძველზე: **თუ მოლეკულათა სისტემა სითბურ წონასწორობაშია T ტემპერატურაზე, მაშინ მოლეკულის ერთ თავისუფლების ხარისხზე მოდის $\frac{1}{2}kT$ კინეტი-კური ენერგია.** ეს არის თავისუფლების ხარისხთა რიცხვის მიხედვით ენერგიის თანაბრად განაწილების კანონი. მართლაც რადგან გადატანითი მოძრაობის საშუალო კინეტიკური

ენერგია არის $\frac{3}{2}kT$, ხოლო ასეთი მოძრაობა ხასიათდება 3 თავისუფლების ხარისხით, ამიტომ ერთ თავისუფლების ხარისხზე მოდის 3-ჯერ ნაკლები ენერგია, ანუ $\frac{1}{2}kT$.

ამის შემდეგ დავწეროთ მოლეკულის სრული კინეტიკური ენერგიის ფორმულა თავისუფლების ხარისხთა რიცხვის გათვალისწინებით: $\overline{W} = \frac{i}{2}kT$. ერთი მოლი იდეალური აირისთვის შინაგანი ენერგია ტოლი იქნება $U_{\mu} = N_A\overline{W} = \frac{i}{2}kN_AT = \frac{i}{2}RT$, სადაც $R = kN_A$ – აირის უნივერსალური მუდმივაა. მაშინ ნებისმიერი $\nu = \frac{m}{\mu}$ მოლისთვის

$$U = \nu U_{\mu} = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT \qquad (14.1)$$

(μ – მოლური მასაა).

(14.1) ფორმულა გამოსახავს ნებისმიერი m მასის იდეალური აირის შინაგან ენერგიას.

ეს ყველაფერი ეხებოდა ხისტ მოლეკულებს, რომლებიც ასეთ თვისებებს ამჟღავნებენ შედარებით დაბალ ტემპერატურებზე (ითვლება რომ მოლეკულები არ ირხევიან და მათ შორის მანძილი არ იცვლება). მაღალ ტემპერატურებზე ეს სიხისტე ირღვევა და მოლეკულების შემადგენელი ატომები იწყებენ რხევას და თავისუფლების ხარისხიც იზრდება – გადატანითს და ბრუნვითს ემატება რხევითი თავისუფლების ხარისხი. რადგან ჰარმონიულად მერხევ სხეულს ორივე –კინეტიკური და პოტენციური ენერგიაა გააჩნია, ამიტომ რხევითი მოძრაობის i-ის შესაბამისი ენერგია ორჯერ მეტია, ანუ kT – ს ტოლია. ამის გამო ორატომიანი მოლეკულის სრული ენერგია იქნება არა $\frac{5}{2}kT$, არამედ $\frac{5}{2}kT + kT = \frac{7}{2}kT$.

§36. აირის სითბოტევადობა, მაიერის ფორმულა. აირის უნივერსალური მუდმივას ფიზიკური არსი.

ცდებით ნაჩვენებია, რომ თუ ტოლი მასის სხვადასხვა სხეულებს ერთი და იგივე სითბოს რაოდენობას გადავცემთ, მათი ტემპერატურები სხვადასხვანაირად იცვლებიან. ამ თვისების დასახასიათებლად შემოღებულია სითბოტევადობის ცნება.

სითბოტევადობა $\boldsymbol{C}$ ეწოდება სითბოს რაოდენობას, რომელიც უნდა რაიმე $\boldsymbol{m}$ მასის სხეულს გადავცეთ, რომ მისი ტემპერატურა გაიზარდოს ერთი გრადუსით: $\boldsymbol{C} = \frac{\Delta \boldsymbol{Q}}{\Delta \boldsymbol{T}}$, სადაც $\Delta \boldsymbol{Q}$ და $\Delta \boldsymbol{T}$ გადაცემული სითბოს რაოდენობა და ტემპერატურის ნაზრდია.

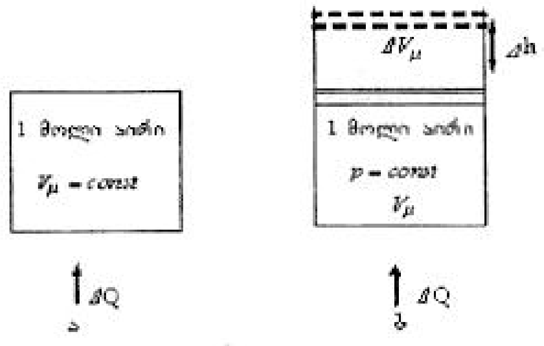
კუთრისითბოტევადობა $\boldsymbol{c}$ კი ეწოდება ერთეული მასის სითბოტევადობას $\boldsymbol{c} = \frac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{m}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{m}}\frac{\Delta \boldsymbol{Q}}{\Delta \boldsymbol{T}}$. გვაქვს ასევე მოლური სითბოტევადობა $\boldsymbol{C}_{\mu}$ – 1 მოლი ნივთიერების სითბოტევადობა და $\boldsymbol{C}_{\mu} = \frac{\mu}{\boldsymbol{m}}\frac{\Delta \boldsymbol{Q}}{\Delta \boldsymbol{T}}$. ამ განმარტებებიდან ჩანს, რომ $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{cm}$ და $\boldsymbol{C}_{\mu} = \mu \boldsymbol{c}$ (μ – მოლური მასაა).

ერთეულთა $\boldsymbol{SI}$ სისტემაში სითბოტევადობის, კუთრი სითბოტევადობის და მოლური სითბოტევადობის ერთეულებია: ჯ/$\boldsymbol{K}$, ჯ/$\boldsymbol{K}\cdot$კგ და ჯ/$\boldsymbol{K}\cdot$მოლი.

არჩევენ აირის სითბოტევადობას მუდმივი მოცულობის დროს – $\boldsymbol{C_V}$ და მუდმივი წნევის დროს $\boldsymbol{C_p}$. ცდებიდან დადგენილია, რომ $\boldsymbol{C_p} > \boldsymbol{C_V}$.

გამოვთვალოთ იდეალური აირის $\boldsymbol{C}_{V\mu}$ და $\boldsymbol{C}_{p\mu}$ მოლური სითბოტევადობები.

ა) ვიპოვოთ $\boldsymbol{C}_{V\mu}$. ვთქვათ 1 მოლი იდეალური აირი მოთავსებულია დახშულ ჭურჭელში, ისე, რომ მას გაფართოება არ შეუძლია ($\boldsymbol{V}_{\mu} = \boldsymbol{const}$) (ნახ. 14.1 ა).



ნახ. 14.1

$\boldsymbol{C}_{V\mu}$ არის ის სითბოს რაოდენობა, რომელიც უნდა გადავცეთ ერთ მოლ აირს, რომ მისი ტემპერატურა ერთი გრადუსით გაიზარდოს, ანუ $\boldsymbol{C}_{V\mu} = \Delta \boldsymbol{Q}$ $(\boldsymbol{m} = \mu, \ \Delta \boldsymbol{T} = \boldsymbol{1})$. ვინაიდან აირი არ ფართოვდება, მუშაობას არ ასრულებს, ამიტომ გადაცემული სითბო მთლიანად იხარ-

ჯება მისი შინაგანი ენერგიის გაზრდაზე, ე.ი $\Delta Q = \Delta U_{\mu}$ და $C_{V\mu} = \Delta U_{\mu}$. მაგრამ $U_{\mu} = \frac{i}{2}RT$,

ამიტომ $\Delta U_{\mu} = \frac{i}{2}R\Delta T = \frac{i}{2}R(T+1) - \frac{i}{2}RT = \frac{i}{2}R$. ე.ი. $C_{V\mu} = \frac{i}{2}R$ (14.2)

ბ) ახლა ვიპოვოთ $C_{p\mu}$. ვთქვათ 1 მოლი იდეალური აირი მოთავსებულია დგუშიან ჭურჭელში, სადაც დგუშზე მოქმედებს მუდმივი გარე წნევა ($p = cons$). დგუში იყოს უწონო და შეუძლია ხახუნის გარეშე გადაადგილება. აირის წნევა გარე წნევის ტოლია. გათბობისას ის რომ მუდმივი დარჩეს, იგი უნდა გაფართოვდეს, ანუ გადაადგილდეს რაღაც Δh მანძილზე. გაფართოებისას აირის ასრულებს მუშაობას გარე წნევის დასაძლევად და ე.ი. გადაცემული სითბოს რაოდენობის რაღაც ნაწილი ხმარდება შინაგანი ენერგიის გაზრდას, ნაწილი კი აირის გასაფართოებლად შესრულებულ მუშაობას. შინაგანი ენერგიის ნაზრდი, როგორც ზემოთ ავღნიშნეთ $\Delta U_{\mu} = C_{V\mu}$ (რადგან იდეალური აირის შინაგანი ენერგია მოცულობაზე დამოკიდებული არ არის და შინაგანი ენერგიის გაზრდაზე ორივე შემ-ში ერთი და იგივე სითბოს რაოდენობა იხარჯება). ე.ი. $C_{p\mu}$ მეტია $C_{V\mu}$-ზე შესრულებული მუშაობის სიდიდით და $C_{p\mu} = C_{V\mu} + \Delta A$. ΔA არის მუდმივი წნევის პირობებში მუშაობა მისი ერთი გრადუსით გათბობისას. ეს მუშაობა, რომელიც სრულდება გარე $F = pS$ წნევის ძალით და თუ დგუშის ფართობი S-ია, ამ დროს დგუში აიწევს Δh-ით, ტოლია $\Delta A = F\Delta h = pS\Delta h = p\Delta V_{\mu}$, სადაც $\Delta V_{\mu} = S\Delta h$ - მოცულობის ნამატია. ჩავწეროთ მენდელეევ-კლაპერონის განტოლება 1 მოლი აირისთვის ორ სხვადასხვა მდგ-თვის: $pV_{\mu} = RT$ და ერთი გრადუსით გათბობის შემდეგ $p(V_{\mu} + \Delta V_{\mu}) = R(T+1)$. ბოლო ორი განტოლებიდან გამოკლების შედეგად მივიღებთ: $p\Delta V_{\mu} = R$, ანუ $\Delta A = R$. აქედან ჩანს R-ის ფიზიკური შინაარსი: **აირის უნივერსალური მუდმივა რიცხობრივად იმ მუშაობის ტოლია, რომელსაც ასრულებს 1 მოლი აირი იზობარულად გაფართოებისას მისი ერთი გრადუსით გათბობის დროს.** მაშასადამე გვექნება:

$$C_{p\mu} = C_{V\mu} + R = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R \qquad (14.3),$$

ხოლო სითბოტევადობების სხვაობა $C_{p\mu} - C_{V\mu} = R$ (14.4).

(14.3) თანაფარდობას მაიერის განტოლება ეწოდება.

მათი ფარდობა აღინიშნება γ-თი. $\gamma = \frac{C_{p\mu}}{C_{V\mu}} = \frac{i+2}{i}$. (14.5)

როგორც ვხედავთ, γ, ისევე როგორც $C_{p\mu}$ და $C_{V\mu}$ დამოკიდებულია თავისუფლების ხარისხთა i რიცხვზე, ანუ აირის გვარობაზე.

ერთატომიანი აირისთვის $i = 3$ და $C_{V\mu} = \frac{3}{2}R = 12{,}5$ ჯ/K·მოლი და

$C_{p\mu}=\frac{3}{2}R+R=\frac{5}{2}R=20{,}8$ ჯ/$K\cdot$მოლი. ასევე $\gamma=\frac{5}{3}=1{,}67$. ორატომიანისთვის $i=5$ და $C_{V\mu}=\frac{5}{2}R=20{,}8$ ჯ/$K\cdot$მოლი და $C_{p\mu}=\frac{5}{2}R+R=\frac{7}{2}R=28{,}2$ ჯ/$K\cdot$მოლი. ასევე $\gamma=\frac{7}{5}=1{,}4$. სამ და მრავალატომიანისთვის $i=6$ და $C_{V\mu}=\frac{6}{2}R=24{,}9$ ჯ/$K\cdot$მოლი და $C_{p\mu}=\frac{6}{2}R+R=\frac{8}{2}R=33{,}2$ ჯ/$K\cdot$მოლი. ასევე $\gamma=\frac{8}{6}=1{,}33$.

ცდები გვიჩვენებენ, რომ ერთატომიანი აირის შემ-ში (*He*, *Ar* და სხვა) თეორიის შედეგები კარგად ემთხვევა ცდის შედეგებს. მაგრამ ორ, სამ და მრავალატომიანი აირე-ბისთვის თანხვედრა არ არის კარგი, რაც გამოიხატება იმაში, რომ ცდის შედეგად სითბო-ტევადობა დამოკიდებულია ტემპერატურაზე და მეორე, სხვადასხვა აირის სითბოტევადობა, რომელთა მოლეკულები შეიცავენ ერთი და იმავე რაოდენობის ატომებს, სხვადასხვაა. ეს კი ახსნილი იქნა მხოლოდ კვანტური თეორიის საფუძველზე.

XV ლექცია

სითბო და მუშაობა. თერმოდინამიკის I კანონი. მუშაობა სხვადასხვა თერმოდინამიკურ პროცესში. სითბური მანქანა. სითბური მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტი (მქკ). შექცევადი და შეუქცევადი პროცესები. თერმოდინამიკის II კანონი.

§37. სითბო და მუშაობა. თერმოდინამიკის I კანონი. მუშაობა სხვადასხვა თერმოდინამიკურ პროცესში.

სხეულს თერმოდინამიკაში გააჩნია შინაგანი ენერგია. სხეულის სრული ენერგია არის მისი მექანიკური და შინაგანი ენერგიების ჯამი. რადგან სისტემის მექანიკური ენერგია იცვლება მუშაობის შესრულების პროცესში, ამიტომ ამ ცვლილების რაოდენობრივი ზომა არის შესრულებული მუშაობის სიდიდე, ანუ $\Delta \boldsymbol{E} = \Delta \boldsymbol{A}$, სადაც $\Delta \boldsymbol{A}$ – სხეულზე მოქმედი ძალის მუშაობაა, ხოლო $\Delta \boldsymbol{E}$ – სხეულის მექანიკური ენერგიის ცვლილება.

$\Delta \boldsymbol{E} = \Delta \boldsymbol{A}$ ფორმულა გამოსახავს მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონს. გავარკვიოთ, რა პროცესების შედეგად იცვლება სხეულის შინაგანი ენერგია. ერთ-ერთი გზა ეს არის მუშაობის შესრულება. მართლაც თუ სხეული ასრულებს მუშაობას ხახუნის ძალის წინააღმდეგ, მაშინ ის თბება, იზრდება ტემპერატურა – მოლეკულების საშუალო კინეტიკური ენერგია. ასევე თუ მუშაობის შედეგად ხდება სხეულის დეფორმირება, მაშინ იცვლება ნაწილაკების პოტენციური ენერგია (ნაწილაკებს შორის მანძილის ცვლილების გამო). ე.ი. $\Delta \boldsymbol{E} = \Delta \boldsymbol{A}$ ფორმულა, რომელიც გამოსახავს მექანიკური ენერგიის მუდმივობის კანონს მართებულია იმ შემ-შიც, როდესაც იგულისხმება, რომ $\boldsymbol{E}$ არის ნაწილაკის სრული ენერგია.

ასევე შინაგანი ენერგია შეიძლება შევცვალოთ ორი სხვადასხვა ტემპერატურის მქონე სხეულების შეხებითაც (რომლის ტემპერატურაც მაღალია იმის ტემპერატურა და შინაგანი ენერგია მცირდება და პირიქით). მაგრამ ამ დროს არავითარი მუშაობა არ სრულდება. სხეულის შინაგანი ენერგიის შეცვლის პროცესს მუშაობის შესრულების გარეშე თბოგადაცემა ეწოდება. ამ დროს იმ სხეულის მოლეკულები, რომლებიც სწრაფად მოძრაობენ დაჯახების შედეგად გადასცემენ ენერგიის ნაწილს იმ სხეულის მოლეკულებს, რომლებიც ნელა მოძრაობენ. ე.ი. თბოგადაცემა არის მიკროპროცესების ერთობლიობა, რომლის მეშვეობითაც ენერგია ერთი სხეულიდან გადაეცემა მეორეს.

თბოგადაცემის პროცესში მიღებული ან გაცემული ენერგიის ზომაა სიდიდე – სითბოს რაოდენობა ($\boldsymbol{Q}$). ის ისეთივე დინამიკური ცნებაა, როგორც მუშაობა. როგორც მუშაობა არის ენერგიის გადაცემის ფორმა, ხოლო შესრულებული მუშაობის სიდიდე – გადაცემის ზომა, ასევე სითბო გადაცემის ფორმაა, ხოლო სითბოს რაოდენობა – გადაცემის ზომა. მაგრამ მუშაობა –გადაცემის მაკროსკოპიული ფორმაა, ხოლო სითბო – მიკროფიზიკური ფორმა, ანუ ის ფორმა რომლის დროსაც ხორციელდება ენერგიის უშუალო გაცვლა ურთიერთქმედი სხეულების ქაოსურად მოძრავ ნაწილაკებს შორის. მაშასადამე სხეულის ენერგიის ცვლილების ზომა მექანიკურ პროცესში არის გარე ძალების მუშაობა, ხოლო სითბურ

პროცესში – სითბოს რაოდენობა. შესაბამისად ენერგიის მუდმივობის კანონი სითბური პროცესების გათვალისწინებით ასე ჩაიწერება $a\boldsymbol{E}\ Z\ a\boldsymbol{A}\ H\ a\boldsymbol{Q}$ (15.1).

რადგან სითბოს რაოდენობა არის ენერგიის ცვლილების ზომა, იგი ***SI*** სისტემაში იზომება იგივე ერთეულებით, რაც მუშაობა და ჯოული. არსებობს ასევე სისტემგარეშე ერთეული კალორია, რომელიც იმ სითბოს რაოდენობის ტოლია, რომელიც საჭიროა 1 გ გამოხდილი წყლის გასათბობად ერთი გრადუსით (19,5$^0\boldsymbol{C}$ J დან **20,5**$^0\boldsymbol{C}$ J მდე). დადგენილია, რომ 1 კალორია =4,1868 ჯ.

დადგენილ იქნა, რომ სხეულის ტემპერატურა რომ გავზარდოთ, ან შევამციროთ $a\boldsymbol{T}$ სიდიდით, მაშინ სხეულს უნდა გადავცეთ, ან წავართვათ სითბოს რაოდენობა $a\boldsymbol{Q}\ Z\ \boldsymbol{cm}a\boldsymbol{T}$. აქ $\boldsymbol{c}$ J კუთრისითბოტევადობაა, რომელიც რიცხობრივად იმ სითბოს რაოდენობის ტოლია, რომელიც საჭიროა ერთეულოვანი მასის სხეულის ტემპერატურის შესაცვლელად 1 გრადუსით. (15.1) ფორმულა, რომელიც გამოსახავს ენერგიის მუდმივობის კანონს სითბური პროცესების გათვალისწინებით, იგივე თერმოდინამიკის I კანონია, მაგრამ თერმოდინამიკაში გვაქვს მხოლოდ უძრავი სისტემები, რომელთა მექანიკური ენერგია არ იცვლება, ამიტომ ამ ფორმულაში სრულ $\boldsymbol{E}$ ენერგიას ცვლიან მისი შინაგანი $\boldsymbol{U}$ ენერგიით და გვექნება:

$$a\boldsymbol{U}\ Z\ a\boldsymbol{A}\ H\ a\boldsymbol{Q} \quad (15.2),$$

სადაც $a\boldsymbol{U}$ სხეულის შინაგანი ენერგიის ცვლილებაა, $a\boldsymbol{A}$-გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა, ხოლო $a\boldsymbol{Q}$-სხეულის მიერ მიღებული (ან გაცემული) სითბოს რაოდენობა. ნიუტონის III კანონის თანახმად $a\boldsymbol{A}\ Z\ \mathrm{J}a\boldsymbol{A}'$, სადაც $a\boldsymbol{A}'$ თვით სხეულის მიერ შესრულებული მუშაობაა, ამიტომ (15.2) ასე ჩაიწერება: $a\boldsymbol{Q}\ Z\ a\boldsymbol{U}\ H\ a\boldsymbol{A}'$ (15.3)

და **თერმოდინამიკის I კანონი** ასე ჩამოყალიბდება: **სხეულზე გადაცემული სითბოს რაოდენობა ხმარდება ამ სხეულის შინაგანი ენერგიის შეცვლას და მის მიერ მუშაობის შესრულებას.** თუ $a\boldsymbol{Q}$ >0 – სხეული იღებს სითბოს რაოდენობას და პირიქით.

მანქანას, რომელიც შეასრულებდა მუშაობას გარედან სითბოს რაოდენობის მიუღებალად და შინაგანი ენერგიის შეუცვლელად, I გვარის პერპეტუუმ მობილე (მუდმივად მოქმედი ძრავი) ეწოდება. ამ კანონიდან გამოდის რომ ასეთი მანქანის არსებობა შეუძლებელია. მართლაც პერიოდულად მოქმედი მანქანისთვის სისტემის საწყის მდგ-ში დაბრუნებისას ენერგია იღებს პირვანდელ მნიშ-ს და ამიტომ პერიოდის ბოლოს $\boldsymbol{dU}\ Z\ \mathbf{0}$. ამიტომ $a\boldsymbol{A} \div \mathbf{0}$ მანქანა ნულისგან განსხვავებულ მუშაობას შეასრულებს მაშინ. როდესაც $a\boldsymbol{Q} \div \mathbf{0}$, ანუ შეასრულებს გარედან მიწოდებული ენერგიის ხარჯზე და I კანონი ასე გამოითქმის: **შეუძლებელია პირველი გვარის პერპეტუუმ მობილეს განხორციელება.**

ადიაბატური ეწოდება ისეთ პროცესს, რომელიც მიმდინარეობს თბოცვლის გარეშე მოცემულ სისტემასა და გარემომცველი სხეულებს შორის. ამ დროს სისტემა არც იღებს და

არც გასცემს სითბოს რაოდენობას $\delta Q = 0$. პროცესი რომ ადიაბატური იყოს ის უნდა წარიმართოს ძალიან სწრაფად, რომ ვერ მოასწროს სითბოს რაოდენობის მიღება ან გაცემა. თუ აირი ფართოვდება, იგი ასრულებს დადებით მუშაობას ან გარედან მიწოდებული სითბოს რაოდენობის ხარჯზე, ან შინაგანი ენერგიის შემცირების ხარჯზე, ან ორივე პროცესის გამო ერთდროულად. მაშინ შინაგანი ენერგია რომ არ შემცირდეს, ანუ პროცესი იყოს იზოთერმული, საჭიროა სითბოს რაოდენობის მიწოდება გარედან, ანუ პროცესი უნდა წარიმართოს ძალიან ნელა და პირიქით კუმშვისას მისი ტემპერატურა რომ არ გაიზარდოს, აქაც უნდა მოხდეს სითბოს რაოდენობის გაცემა და ეს პროცესი უნდა იყოს ნელი.

ე.ი. გამოდის, რომ ადიაბატური გაფართოებისას, რადგან $\delta Q = 0$, აირის შინაგანი ენერგია უნდა შემცირდეს – გაცივდეს და პირიქით კუმშვისას – აირი უნდა გათბეს. მართლაც თერმოდინამიკის I კანონი 1 მოლისთვის ამ დროს ასე ჩაიწერება:
$C_{V\mu} dT + pdV_{\mu} = 0$ (15.4)

თუ აირი ადიაბატურად ფართოვდება ($dV_{\mu} > 0$), მაშინ აირი ცივდება ($dT < 0$) და შეკუმშვისას ($dV_{\mu} < 0$), აირი თბება ($dT > 0$). ამრიგად ადიაბატური პროცესის დროს აირის ტემპერატურა დამოკიდებულია მოცულობაზე. ეს დამოკიდებულება გამოთვლებით ასეთია:

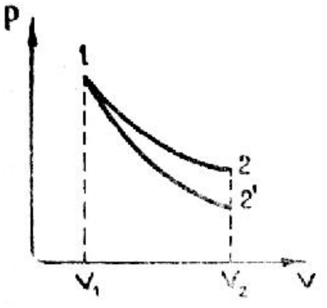
$TV_{\mu}^{\gamma-1} = const$, ან ზოგადად $TV^{\gamma-1} = const$ (15.5)

(15.5) ასეც იწერება $T_1 V_{\mu 1}^{\gamma-1} = T_2 V_{\mu 2}^{\gamma-1}$ (15.6).

აქედან შეიძლება მივიღოთ წნევასა და მოცულობას შორის დამოკიდებულება:

$pV_{\mu}^{\gamma} = const$, ან ზოგადად $pV^{\gamma} = const$ (15.7)

(15.7) განტ-ბა, რომელიც ამყარებს დამოკიდებულებას იდეალური აირის წნევასა და მოცულობას შორის ცნობილია ადიაბატის განტ-ის სახელით, რომელიც მიიღო პუასონმა (ფრანგი) და მას ასევე პუასონის განტოლება ეწოდება. ამ განტოლების გრაფიკს კი ადიაბატა ეწოდება. ნახ. 15.1-ზე მოყვანილია იზოთერმა ($pV = const$ – მრუდი 1-2) და ადიაბატა ($pV^{\gamma} = const$ – მრუდი 1-2'). ნახ-დან ჩანს, რომ მოცულობის ცვლილებისას წნევის ცვლილება ადიაბატური პროცესის დროს უფრო სწრაფია, ვიდრე იზოთერმულის დროს (მართლაც იზოთერმულის დროს მოცულობის 2-ჯერ გაზრდისას, წნევა 2-ჯერ მცირდება, ხოლო ადიაბატურის დროს კი 2^{γ} -ჯერ, რაც 2-ზე მეტია). ეს გამოწვეულია იმით, რომ იზოთერმულის დროს წნევა იცვლება მხოლოდ მოცულობის ცვლილებით, ადიაბატურის დროს კი როგორც მოცულობის, ასევე ტემპერატურის ცვლილებით.



ნახ. 15.1

ვნახოთ ახლა როგორი სახე აქვს მუშაობის ფორმულებს სხვადასხვა თერმოდინამიკურ პროცესში. ზოგადად აირის მიერ შესრულებული ელემენტარული მუშაობა

$\delta A = pdV$, ხოლო სრული მუშაობა კი ტოლი იქნება $A=\int\delta A=\int_{V_1}^{V_2} pdV$. ამ ფორმულის მიხედვით გამოვთვალოთ A მუშაობა 1 მოლი აირისთვის იზოპროცესებისათვის.

1. იზოქორული პროცესი. ამ დროს $V_\mu = const$, $\Rightarrow$ $dV_\mu = 0$ და $A=\int_{V_{\mu1}}^{V_{\mu2}} pdV_\mu = 0$. ე.ი. იზოქორული პროცესის დროს აირი მუშაობას არს ასრულებს. ეს პროცესი რომ განხორციელდეს საჭიროა აირი მოვათავსოთ დახურულ ჭურჭელში, ისე რომ მას გაფართოების საშუალება არ ჰქონდეს. თერმოდინამიკის I კანონის ($\delta Q = C_{V\mu}dT + pdV_\mu$) თანახმად ამ დროს მთელი გადაცემული სითბო ხმარდება აირის შინაგანი ენერგიის გაზრდას.

2. იზობარული პროცესი. ამ დროს $p = const$ და $A = p\int_{V_{\mu1}}^{V_{\mu2}} dV_\mu = p(V_{\mu2} - V_{\mu1})$. ზოგადად $A = p(V_2 - V_1)$. ასეთი პროცესი რომ განხორციელდეს აირი უნდა მოთავსებული იქნას იდეალურად მოძრავი დგუშით დახურულ ჭურჭელში და I კანონის თანახმად გადაცემული სითბოს ნაწილი ხმარდება მუშაობის შესრულებას (დგუშის გადაადგილებას), ნაწილი კი მისი შინაგანი ენერგიის გაზრდას.

3. იზოთერმული პროცესი. ამ დროს $T = const$, $A=\int_{V_{\mu1}}^{V_{\mu2}} pdV_\mu$. ამ დროს წნევა იცვლება განუწყვეტლივ და ამიტომ წნევის აღმნიშვნელი სიმბოლოს ინტეგრალის ნიშნის გარეთ არ შეიძლება.. გარდაქმნებით მიღებულია, რომ $A=\frac{m}{\mu}RT\ell n\frac{V_{\mu2}}{V_{\mu1}}$ (რადგან $p=\frac{RT}{V_\mu}$ მენდელეევ-კლაპეირონიდან) და ზოგადად $A=\frac{m}{\mu}RT\ell n\frac{V_2}{V_1}$. ეს მუშაობა ამ დროს იზოთერმის ქვეშ მოთავსებული ფართობის ტოლია. ასეთი პროცესის განსახორციელებლად აირი უნდა მოვათავსოთ იდეალურად თბოგამტარ ჭურჭელში და ვინაიდან ასეთი ჭურჭელი არ არსებობს, პროცესი უნდა წარიმართოს ძალიან ნელა.

4. ადიაბატური პროცესი. ამ დროს $\delta Q = 0$, $A=\int_{V_{\mu1}}^{V_{\mu2}} pdV_\mu$ და ასევე მათემატიკური გარდაქმნებით ვიღებთ, რომ $A=\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_{\mu1}}{V_{\mu2}}\right)^{\gamma-1}\right]$, ან ზოგადად m მასის აირისთვის $A=\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$. კლაპეირონ-მენდელეევის გამოყენებით, შეიძლება მისი სახეცვლილება: $A=\frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$.

§38. სითბური მანქანა. სითბური მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტი (მქკ). შექცევადი და შეუქცევადი პროცესები.

სითბურ მანქანაში საწვავის წვის შედეგად გამოყოფილი ენერგია გადაეცემა მუშა სხეულს (აირს), აირი ფართოვდება და ასრულებს მუშაობას გარე ძალების საწინააღმდეგოდ და მოძრაობაში მოჰყავს ესა თუ ის მექანიზმი. მაგრამ სითბური მანქანის სასრული ზომების გამო, აირს არ შეუძლია უსასრულოდ გაფართოება და შემდეგ აირი უნდა შეიკუმშოს, ყველა დეტალი დაუბრუნდეს საწყის მდგ-ს. ამის შემდეგ აირი ისევ უნდა გაფართოვდეს და ა.შ. ე.ი. სითბური მანქანა უნდა მუშაობდეს ციკლურად. ე.ი. სითბურ მანქანაში მუშა სხეული ასრულებს ციკლს, ანუ წრიულ პროცესს, ანუ ისეთ პროცესს, რომლის შესრულების შემდეგ იგი უბრუნდება საწყის მდგ-ს.

ყოველი სითბური მანქანა შედგება სამი ძირითადი ნაწილისაგან: მუშა სხეული (აირი ან ორთქლი, რომელიც ასრულებს წრიულ პროცესს), სახურებლი (რომლისგანაც მუშა სხეული იღებს Q_1 სითბოს რაოდენობას გაფართოებისას) და მაცივარი (რომელსაც მუშა სხეული გადასცემს Q_2 სითბოს რაოდენობას კუმშვისას). მუშა სხეული გაფართოებისას ასრულებს დადებით A_1 მუშაობას, კუმშვისას უარყოფით $A_2 < A_1$ მუშაობას. ე.ი. ერთი ციკლის განმავლობაში მუშა სხეული იღებს სახურებლისაგან Q_1 სითბოს რაოდენობას, მის ნაწილს - Q_2-ს გადასცემს მაცივარს, ხოლო დანარჩენი $Q_1 - Q_2$ სითბოს რაოდენობის ხარჯზე ასრულებს სასარგებლო $A = A_1 - A_2$ მუშაობას.

სითბური მანქანის მიერ შესრულებული A მუშაობის ფარდობას სახურებლისაგან მიღებულ Q_1 სითბოს რაოდენობასთან, ეწოდება სითბური მანქანის მარგი ქმედების კოეფიციენტი (მქკ):
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (15.8).$$
ე.ი. მქკ მით მეტია, რაც მეტია Q_1 და რაც ნაკლებია Q_2.

სითბური მანქანის მუშაობისთვის აუცილებელია მაცივრისთვის სითბოს გადაცემა, რათა პროცესი იყოს წრიული (გაფართოება – შეკუმშვა და რადგან შეკუმშვის მუშაობა ნაკლები უნდა იყოს გაფართოების მუშაობაზე, ამიტომ შეკუმშვის დაწყებამდე მუშა სხეული უნდა გავაცივოთ). ციკლის დროს შესრულებული მუშაობა მით მეტი იქნება, რაც მაღალ ტემპერატურაზე მოხდება აირის გაფართოება და დაბალზე შეკუმშვა.

უნდა აღინიშნოს, რომ პროცესი შეიძლება მიმდინარეობდეს როგორც პირდაპირი, ისე შებრუნებული მიმართულებით. მაგ. დნობის შებრუნებული პროცესია გამყარება, გათბობის – გაცივება, გაფართოების კუმშვა და ა.შ.

შექცევადია პროცესი, რომელიც მიმდინარეობს როგორც პირდაპირი, ისე შებრუნებული მიმართულებით, ამასთან შებრუნებული პროცესი დროს სისტემა გაივლის ყველა იმ შუალედურ მდგ-ს, რომელიც მან გაიარა პირდაპირი პროცესის დროს და უბრუნდება საწყის მდგ-ს ყოველგვარი ცვლილების გარეშე. თუ აღნიშნულ პირიბებს

პროცესი ვერ აკმაყოფილებს, მაშინ ის შეუქცევია. ნებისმიერ რეალურ მექანიკურ პროცესს თან ახლავს ხახუნი და იგი შეუქცევია. ხახუნის გარეშე შეიძლება გვქონდეს იდეალური მექანიკური პროცესი – შექცევადი.

შექცევადი იქნებოდა მაგ. რაღაც სიმაღლიდან ჩამოვარნილი ბირთვი ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დაცემისას იგივე სიმაღლეზე რომ ასულიყო, ან მათემატიკური ქანქარას რხევის პროცესი, მაგრამ მიახლოებით მაინც შეგვიძლია ჩავთვალოთ შექცევადად.

მოლეკულურ სისტემაში კი პრინციპულად შეუძლებელია შექცევადი პროცესი. მაგ. სითბო თავისთავად გადადის თბილიდან ნაკლებად თბილში, მაგრამ პირიქით არ ხდება. ან მაგ. დიფუზიის პროცესი, ხდება აირების შერევა, მაგრამ თავისთავად ნარევის დაყოფა არ ხდება.

ვიცით სითბური მანქანის მქკ $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$. აქ იგულისხმებოდა, რომ წრიული პროცესის ყველა ეტაპი იყო შექცევადი და ციკლის დროს შესრულებული მუშაობა მაქსიმალურია და η-ც მაქსიმალურია. რეალური მანქანის η უფრო ნაკლებია, რადგან პროცესების ნაწილი შეუქცევადია და ასევე სითბოს რაღაც Q' ნაწილი უსარგებლოდ იხარჯება ხახუნის დაძლევაზე, დაბალი ტემპერატურის გარემომცველ სხეულებთან თბოცვლაზე და სხვა. ე.ი. η რომ მაქსიმალური იყოს , მანქანაში აირის გაფართოების და კუმშვის პროცესები უნდა იყოს შექცევადი.

§39 თერმოდინამიკის II კანონი.

თერმოდინამიკის I კანონი არის ენერგიის მუდმივობის კანონი სითბურ მოვლენებში. მაგრამ ეს კანონი არ მიუთითებს რეალური (ბუნებაში თავისთავად მიმდინარე) პროცესების მიმართულებას. ე.ი. I კანონისთვის აუცილებელია დამატებითი პირობა, რომელიც მიუთითებს ბუნებრივი პროცესების მიმართულებას და ამ დამატებითი პირობის შინაარსს გამოსახავს თერმოდინამიკის II კანონი.

მისი ერთ-ერთი (ისტორიული) ფორმულირება – კლაუზიუსის (1850წ) ასეთია:

1. სითბო თავისთავად არასდროს გადავა ნაკლებად თბილი სხეულიდან მეტად თბილში.

2. ცნობილია, რომ მაგ. მექანიკური ენერგია გარდაიქმნას სითბურად და პირიქით. I კანონის თანახმად ამ გარდაქმნების მიმართულებებს შორის განსხვავება არ არსებობს.

ცდებიდან დადგენილია, რომ ელექტრული, მექანიკური და სხვა ენერგიები მთლიანად გარდაიქმნება სითბურ ენერგიად, მაგრამ პირიქით სითბური ენერგია ნაწილობრივ გარდაიქმნება მექანიკურად და ისიც გარკვეული დამატებითი პირობების დაცვით. მართლაც $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$. ამ ფორმულიდან ცნობილია, რომ მუშა სხეული სახურებლისაგან იღებს Q_1 სითბოს, $Q_2 < Q_1$ სითბოს გადასცემს მაცივარს და დანარჩენი $Q_1 - Q_2$-ის ხარჯზე ასრულებს მუშაობას. ყოველგვარი ცდა – შესრულებულიყო მუშაობა სითბოს ერთი წყაროს (სახურებლის) გაცივების ხარჯზე, მაცივრის გარეშე – მარცხით დამთავრდა. ე.ი. მაცივრის არსებობა არის დამატებითი პირობა სითბური ენერგიის მექანიკურ ენერგიად გარდასაქმნელად. ამიტომ პლანკმა და კელვინმა II კანონი ასე ჩამოაყალიბეს:

შეუძლებელია ისეთი პერიოდულად მოქმედი მანქანის აგება, რომლის ერთადერთი შედეგი იქნებოდა მუშაობის შესრულება სითბოს ერთი წყაროს გაცივების ხარჯზე (ანუ სახურებლიდან მიღებული სითბოს რაოდენობის ხარჯზე, მაცივრის გარეშე). ასეთი მანქანა სადაც საჭირო იქნებოდა მხოლოდ სახურებელი და მუშა სხეული, უფრო მარტივი იქნებოდა და იქნებოდა როგორც მუდმივი ძრავა (სითბოს წყაროდ შეიძლება აგვეღო დედამიწის ქერქი, ზღვა, ოკეანე, ატმოსფერო და ა.შ.). ასეთ მანქანას მეორე გვარის პერპეტუუმ მობილე უწოდეს. აქედან II კანონი ასე გამოითქმის: შეუძლებელია მეორე გვარის პერპეტუუმ მობილეს აგება.