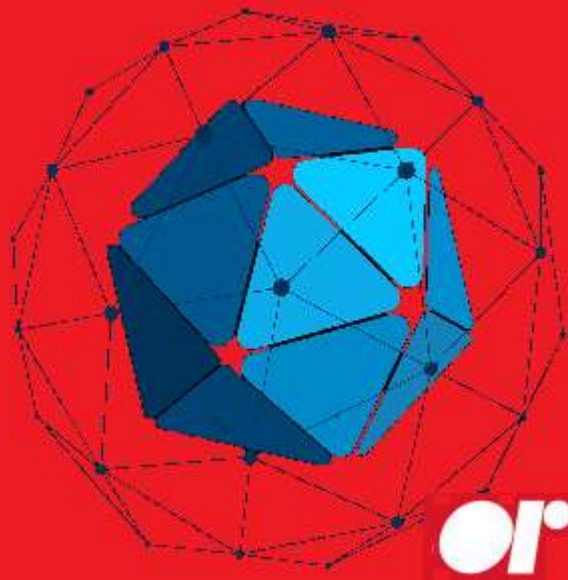


გულბაათ ნარეულაშვილი

კვლევის მეთოდები ინფორმატიკაში

(პრაქტიკულის მეთოდური მითითებანი)



„სტუ-ს IT კონსალტინგის სამეცნიერო ცენტრი“

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

გულბაათ ნარეშელაშვილი

სადოქტორო პროგრამა „ინფორმატიკა“

კვლევის მეთოდები ინფორმატიკაში

(პრაქტიკული სამუშაოს მეთოდური მითითებანი)



დამტკიცებულია:

სტუ-ს „IT კონსალტინგის სამეცნიერო
ცენტრის“ სარედაქციო კოლეგიის მიერ
ოქმი N7, 15.10.2020

თბილისი
2020

უაკ 004.5

განხილულია ინფორმაციისა და კომუნიკაციების ტექნოლოგიების სფეროში გამოყენებული ტრადიციული და თანამედროვე კვლევითი მეთოდები, მათი ინსტრუმენტული საშუალებები და გამოყენების ინსტრუქციები. საკვლევო ობიექტების კონკრეტული პრობლემებისა და ამოცანების გადასაწყვეტად წარმოდგენილია თეორიული, ტექნიკური, პრაქტიკული და გამოყენებითი ინფორმატიკის მიმართულებით საინჟინრო-ეკონომიკური ამოცანების გადაწყვეტის მოდელები, მეთოდები და ფრეიმვორკები. წინამდებარე მითითებების წიგნში მოცემულია ზოგიერთი ფართოდ გამოყენებადი კვლევის მეთოდის კონკრეტული მაგალითების გადაწყვეტა, რაც ხელს შეუწყობს დოქტორანტებს მათი დისერტაციის პრობლემების შესაბამისად აუცილებელი კვლევის მეთოდების შერჩევას.

მეთოდური მითითებანი რეკომენდებულია ინფორმატიკის სპეციალობის დოქტორანტებისათვის, ინფორმაციული და კომუნიკაციური ტექნოლოგიების სფეროში (ICT 0613).

რეცენზენტები:

აკად. წევრ-კორ. გ. გოგიჩაიშვილი (საქ. მეცნიერებათა ეროვნული აკადემია)
ასოც. პროფ. ი. ქართველიშვილი (სტუ)

რედკოლეგია:

ა. ფრანგიშვილი (თავმჯდომარე), მ. ახოზაძე, გ. გოგიჩაიშვილი, ზ. ბოსიკაშვილი, ე. თურქია, რ. კაკუბავა, ნ. ლომინაძე, ჰ. მელაძე, თ. ოზგაძე, გ. სურგულაძე (რედაქტორი), გ. ჩაჩანიძე, ა. ცინცაძე, ზ. წვერაიძე

© სტუ-ს „IT-კონსალტინგის სამეცნიერო ცენტრი“, 2020

ISBN 978-9941-8-2868-3

ყველა უფლება დაცულია, ამ წიგნის არც ერთი ნაწილის (იქნება ეს ტექსტი, ფოტო, ილუსტრაცია თუ სხვა) გამოყენება არანაირი ფორმითა და საშუალებით (იქნება ეს ელექტრონული თუ მექანიკური), არ შეიძლება გამომცემლის წერილობითი ნებართვის გარეშე. საავტორო უფლებების დარღვევა ისჯება კანონით.

სასწავლო კურსის მიზანი

სასწავლო კურსის მიზანია ინფორმატიკის სფეროში არსებული მეთოდებისა და მათი ინსტრუმენტალური საშუალებების შესწავლა და გამოყენება კონკრეტული პრობლემისა და ამოცანების გადასაწყვეტად თეორიული, ტექნიკური, პრაქტიკული და გამოყენებითი ინფორმატიკის მიმართულებით.

საგნის შესწავლის შედეგად მიღებული ცოდნა და შეძენილი უნარები

1. განსაზღვრავს წრფივი და მათემატიკური პროგრამირების ამოცანების დასმის საკითხებს, ასევე პროგრამული პაკეტის „POM FOR WINDOWS“-ის დაქნიშნულებას და მასთან მუშაობის პრინციპებს.
2. უსადაგებს სხვადასხვა ხასიათის ამოცანების მათემატიკურ მოდელს მათემატიკური პროგრამირების მეთოდებს.
3. გადაჭრის პროგრამული პაკეტის „POM FOR WINDOWS“-ის საშუალებით ისეთ ამოცანებს, რომელიც ხელს უწყობს ოპტიმალური ამონახსნები მოძებნას.
4. აჩვენებს საინფორმაციო და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების შემოქმედებით გამოყენების საკითხებს.
5. შეაფასებს საკუთარი ცოდნის დონეს და შემდგომი სწავლის საჭიროებას.
6. აფორმირებს დაგეგმვისა და ორგანიზაციული მართვის ამოცანებს, რის საფუძველზე შეიმუშავებს პრობლემის გადაჭრის გზებს და მოახდენს პროცესების ავტომატიზაციას.

საათების განაწილება (სტუდენტის დატვირთვა)

კრედიტების რაოდენობა 7. ლექცია -30 სთ., პრაქტიკული -30 სთ., დამოუკიდებელი მუშაობა 112 სთ.

პრაქტიკული სამუშაოს თემები:

1. ჯგუფური მუშაობა - თემა „სისტემური ანალიზი“: მართვის აბსტრაქტული ობიექტის განხილვა სისტემური ანალიზის მეთოდოლოგიით. მისი მიზნის, შემადგენელი ელემენტებისა და ურთიერთკავშირების გამოვლენა. დეკომპოზიციის მეთოდი. სისტემის სტრუქტურის მოდელის და ქცევის მოდელის აგება. სტუდენტთა მიერ კონკრეტული კვლევის ობიექტების განხილვა სისტემური ანალიზის მეთოდით. დისკუსია. პრობლემების გამოვლენა და გადაწყვეტილების მიღება შესაბამისი მეთოდების შესარცევად.
2. ჯგუფური მუშაობა - თემა „ექსპერიმენტის დაგეგმვა“: სტუდენტების მიერ კონკრეტული საკვლევი ობიექტისათვის ფიზიკური სიდიდეების გაზომვა, მონაცემთა ერთობლიობის დაფიქსირება. მათ დასამუშავებლად მათემატიკური სტატისტიკის, დისპერსიული ანალიზის, კორელაციური და რეგრესიული ანალიზის, მრავალფაქტორული ანალიზის ელემენტებისა და მეთოდების გამოყენება. დისკუსია
3. წრფივი პროგრამირების მეთოდი: წრფივი პროგრამირების ამოცანების მაგალითები. სიმპლექს-მეთოდი. წრფივი პროგრამირების ორადული ამოცანები. მათი გადაწყვეტის ხერხები და მეთოდები
4. არაწრფივი პროგრამირების მეთოდი: არაწრფივი დაგეგმვა. ლაგრანჟის მამრავლთა მეთოდით არაწრფივი პროგრამირების ამოცანის ამოხსნა ზოგადი სახით
5. მოძრაობის ოპტიმალური დაგეგმვა: სატრანსპორტო ამოცანის დასაშვები ამონახსნის პოვნა. სატრანსპორტო ამოცანის ამოხსნა პოტენციალების მეთოდით. კომივოიაჟერის ამოცანა: ამოხსნის შტოების და ზღვრების მეთოდი.
6. ქსელური დაგეგმვა. CPM მეთოდი. PERT მეთოდი. დანიშვნის ამოცანა: ამოცანის ამოხსნის უნგრული ალგორითმი. დალაგების ამოცანა: ორი ჩარხის ამოცანა და ჯონსონის ალგორითმი. სამუშაოთა წარმოდგენის ქრონოგრამა (განტ-რუქა).
7. ლოგისტიკის მენეჯმენტი: მარაგების მართვა. მარაგების მართვის ძირითადი ეტაპები. ინოვაციური ტექნოლოგიები - მიწოდების ჯაჭვის მართვა.

8. მრავალბიჯიანი პროცესების დაგეგმვა: დინამიური პროგრამირება. ბელმანის ოპტიმალობის პრინციპი.

9. თამაშთა თეორიის ამოცანები: მინიმალის პრინციპი. თამაშები უნაგირა წერტილით. თამაშების ამოხსნა შერეულ სტრატეგიებში.

10. ექსპერტულ შეფასებათა მეთოდები: კლასიფიკაცია. დანიშნულება. გადაწყვეტილების მიღების ჯგუფური მეთოდები - დელფისა და პატერნის მეთოდები.

11. კოგნიტიური მოდელირების მეთოდი: არსი. დანიშნულება. შემეცნებითი მოდელირება რთული სისტემების მოდელირებისა და მართვისათვის.

12. რიგების თეორია: მასობრივი მომსახურების სისტემები. შემავალი ნაკადი. მომსახურების დრო. მომსახურების სისტემები დანაკარგებით. მომსახურების სისტემები ლოდინით. მარკოვის ჯაჭვები და მათი გამოყენება საინჟინრო და ეკონომიკური სფეროს პროცესების მოდელირებისათვის.

13. პეტრის ქსელები: კლასიფიკაცია. მოდელირება და ანალიზი პეტრის ქსელებით. პეტრის კლასიკური და ფერადი ქსელები. იმიტაციური მოდელირება პეტრის ქსელების ინსტრუმენტი. მაღალი დონის პეტრის ქსელები. ობიექტ-ორიენტირებული და უნიფიცირებული პეტრის ქსელები

14. დიდ მონაცემთა ანალიზის მეთოდები: კორპორაციული მენეჯმენტის სისტემების მონაცემთა საცავები. რელაციური და NoSQL ბაზების თეორია. ინფორმაციის დაცვა განაწილებულ სისტემებში და მონაცემთა უსაფრთხოება.

15. BI (Business intelligence) ტექნოლოგიები: ბიზნეს-პროცესების ანალიზის მეთოდები და ინსტრუმენტული საშუალებები. მანქანური დასწავლის (Machine Learning) სისტემები. OLAP და DataMining მეთოდები.

პრაქტიკული სამუშაოს შესრულების ნიმუში

პრაქტიკული N6

➤ პროექტების ქსელური ანალიზი CPM და PERT მეთოდებით

პრაქტიკული სამუშაო იძლევა საშუალებას ვაწარმოვით კონტროლი პროექტის შესრულების ვადებზე. ასეთი პროექტი შესაძლებელია იყოს ახალი საწარმო პროცესის დამუშავება, სხვადასხვა დანიშნულების შენობის მშენებლობა, რთული აღჭურვილობის რემონტი და ა.შ.

პროექტის რეალიზაციის დროს ადგენენ სამუშაოების გრაფიკს. იმისათვის, რომ პროექტი შესრულდეს დროულად, საჭიროა ყველა სამუშაოების შესრულების ვადების კონტროლი. CPM მეთოდი გამოიყენება პროექტის ანალიზის იმ შემთხვევაში, როცა ზუსტად არის ცნობილი ყოველი სამუშაოს შესრულების დრო.

ანალიზი სრულდება პროგრამული პაკეტის POM for Windows საშუალებით.

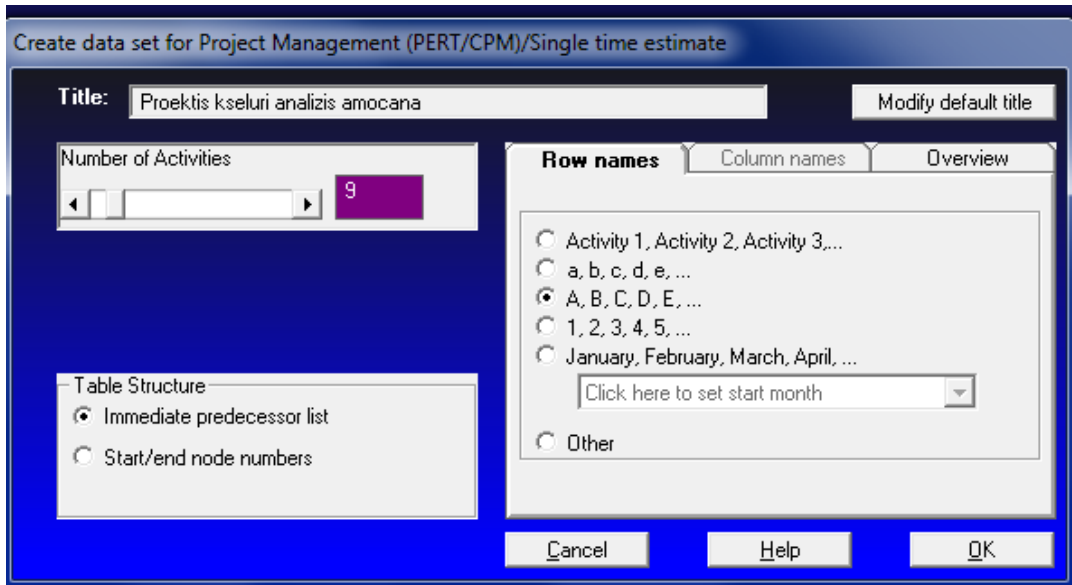
განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა: „ქალაქის მერიამ გადაწყვიტა სავაჭრო ცენტრის აშენება. სამუშაოები, რომლებიც უნდა ჩატარდეს პროექტის რეალიზაციისათვის, მათი ურთიერთკავშირები და შესრულების დრო მოყვანილია 1-ელ ცხრილში.

ცხრ.1

სამუშაო	სამუშაოს შინაარსი	წინმდებარე სამუშაო	შესრულების დრო (კვირა)
A	არქიტექტურული პროექტის მომზადება	–	5
B	მომავალი მეიჯარეების გაქნსაზღვრა	–	6
C	მეიჯარეებისათვის პროსპექტის მომზადება	A	4
D	შემსრულებლის ამორჩევა	A	3
E	მშენებლობაზე ნებართვის საბუთების მომზად.	A	1
F	მშენებ. ნებართვის აღება	E	4
G	მშენებლ. განხორციელება	D, F	14
H	მეიჯარესთან ხელშეკრულების დადება	B, C	12
I	მეიჯარეებისათვის ფარ-თობის გამოყოფა	G, H	2

განსაზღვრეთ, რამდენი სამუშაოა შესასრულებელი კრიტიკულ გზაზე? რა სიგრძის არის კრიტიკული გზა? რამდენი კვირით შეიძლება გადავიტანოთ E სამუშაოს დაწყება, რომ ამან გავლენა არ იქონიოს პროექტის შესრულების ვადაზე? რამდენი კვირით შეიძლება გადავიტანოთ B სამუშაოს დაწყების დრო, რომ მან გავლენა არ იქონიოს პროექტის შესრულების ვადაზე (დროის სრული რეზერვი)? რამდენი კვირით შეიძლება გადავიტანოთ C სამუშაოს დაწყების დრო, რომ მან არ შეცვალოს შემდგომი ეტაპის დაწყების ყველაზე ადრეული ვადა (დროის თავისუფალი რეზერვი)?

ამოცანის საწყისი მონაცემების შეტანა შესაძლებელია ორი ხერხით. პირველი ხერხის თანახმად POM for Windows პროგრამული პაკეტის გავშების შემდეგ ვირჩევთ Project Management (PERT/CPM) მოდულს. ძირითადი მენიუს სტრიქონში File მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან ვირჩევთ Single time estimate-ს. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფანჯარა (ნახ.1).



ნახ.1

პირველ სტრიქონში –Title, შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე სტრიქონში - Number of Activites შეგვაქვს სამუშაოთა რაოდენობა (მაგალითში _ 9), მესამეში ვუთითებთ ცხრილის სტრუქტურას, ანუ Immediate predecessor list მეოთხე სტრიქონში Row names ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს (ამოცანაში A,B,C,...). OKOK ღილაკის დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.2).

Proektis kseluri analizis amocana					
Activity	Activity time	Predecessor 1	Predecessor 2	Predecessor 3	Predecessor 4
A	5				
B	6				
C	4	A			
D	3	A			
E	1	A			
F	4	E			
G	14	D	F		
H	12	B	C		
I	2	G	H		

ნახ.2

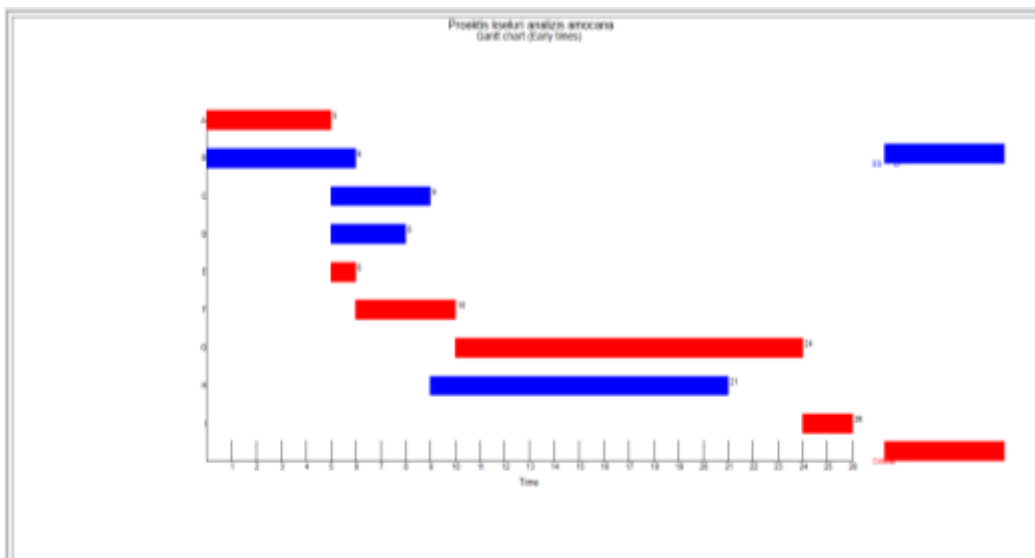
პირველ სვეტში Activity ჩამოთვლილია სამუშაოთა დასახელებები, სვეტში - Activity time შეგვაქვს სამუშაოთა შესრულების დრო, Predecessor1 და Predecessor2 მესამე და მეოთხე სვეტების შესაბამის სტრიქონებში შეგვაქვს პირველ სვეტში მითითებული სამუშაოების წინამდებარე სამუშაოები. ღილაკზე Solve დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოხსნის შედეგი (ნახ.3).

Activity	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
Project	26					
A	5	0	5	0	5	0
B	6	0	6	6	12	6
C	4	5	9	8	12	3
D	3	5	8	7	10	2
E	1	5	6	5	6	0
F	4	6	10	6	10	0
G	14	10	24	10	24	0
H	12	9	21	12	24	3
I	2	24	26	24	26	0

ნახ.3

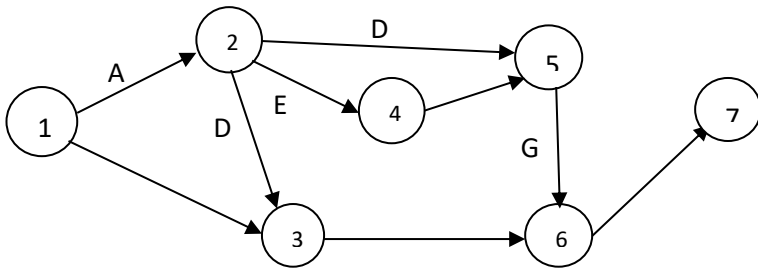
ამონახსნიდან ჩანს, რომ კრიტიკულ გზაზე არის AA,E,F,GG და I ხუთი სამუშაო (ამ სამუშაოების მნიშვნელობები ბოლო Slack სვეტში შესაბამისად 0-ის ტოლია). კრიტიკული გზის სიგრძე, ე.ი. პროექტის შესრულების მინიმალური დრო უდრის 26 კვირას (Project სტრიქონის მნიშვნელობა უდრის 26). EE სამუშაოს დაწყების დროის გადატანა შეუძლებელია (Slack სვეტში EE მნიშვნელობა უდრის 0-ს). BB სამუშაოს დაწყების დრო შეიძლება გადატანილ იქნეს 6 კვირით, ხოლო C-სი - 3 კვირით. პროექტის შესრულების მინიმალური დრო უდრის 26 კვირას (Project სტრიქონის მნიშვნელობა უდრის 26).

გარდა ამისა, სამუშაოთა ხანგრძლივობა, მათი დაწყებისა და დამთავრების ვადები, ასევე სამუშაოები, რომლებიც განლაგებულია კრიტიკულ გზაზე, შესაძლებელია ვნახოთ განტ-რუკის საშუალებით. ამისათვის მენიუში, რომელიც თან ახლავს ამონახსნათა ცხრილს, ვირჩევთ Charts სტრიქონს და ეკრანზე გამოდის ამოცანის განტ-რუკა (ნახ.4).



ნახ.4

ამოცანის ამოხსნა მეორე ხერხით გულისხმობს, რომ საწყისინ მონაცემების შესატანად გამოიყენება პროექტით გათვალისწინებული სამუშაოების წარმოდგენა გრაფის სახით (ნახ.5).



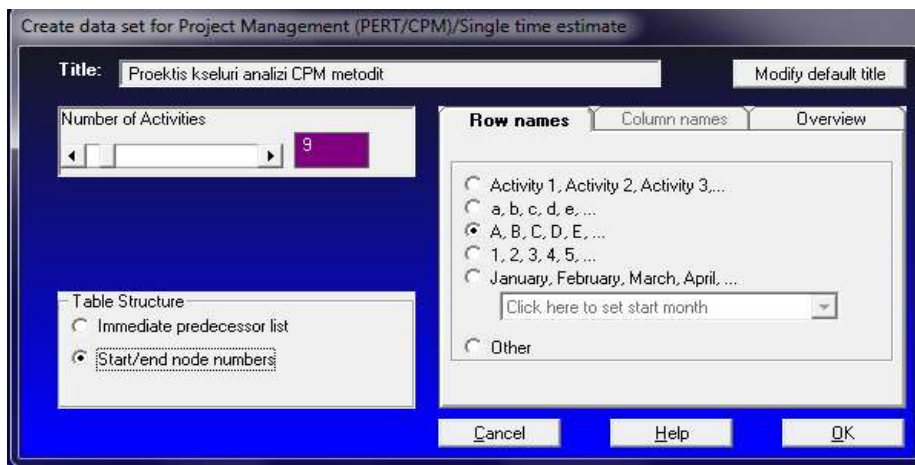
ნახ.5

ამ გრაფის შესაბამისი აღწერა მოცემულია მე-2 ცხრილში.

ცხრ.2

სამუშაო	მწვერვალი დასაწყისი	მწვერვალი დაბოლოება	შესრულების დრო
A	1	2	5
B	1	3	6
C	2	3	4
D	2	5	3
E	2	4	1
F	4	5	4
G	5	6	14
H	3	6	12
I	6	7	2

როგორც პირველი ხერხით ამოხსნისას, ამ შემთხვევაშიც ვტვირთავთ POM for Windows პროგრამულ პაკეტს და ვირჩევთ Project Management (PERT/CPM) მოდულს. ძირითადი მენიუს სტრიქონში File-ს მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან – Single time estimate-ს, ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.6)



ნახ.6

ყველა სტრიქონში შეგვაქვს იგივე ინფორმაცია, რაც წინა ამოცანისთვის გამოვიყენეთ. განსხვავებულია მხოლოდ ცხრილის სტრუქტურის სტრიქონი, რომლისთვისაც ვირჩევთ Start/end node numbers. OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.7), რომელიც შეესაბამება მე-2 ცხრილს.

Network type

Immediate predecessor list
 Start/end node numbers

Method: Single time estimate

Activity	Start node	End node	Activity time
A	1	2	5
B	1	3	6
C	2	3	4
D	2	5	3
E	2	4	1
F	4	5	4
G	5	6	14
H	3	6	12
I	6	7	2

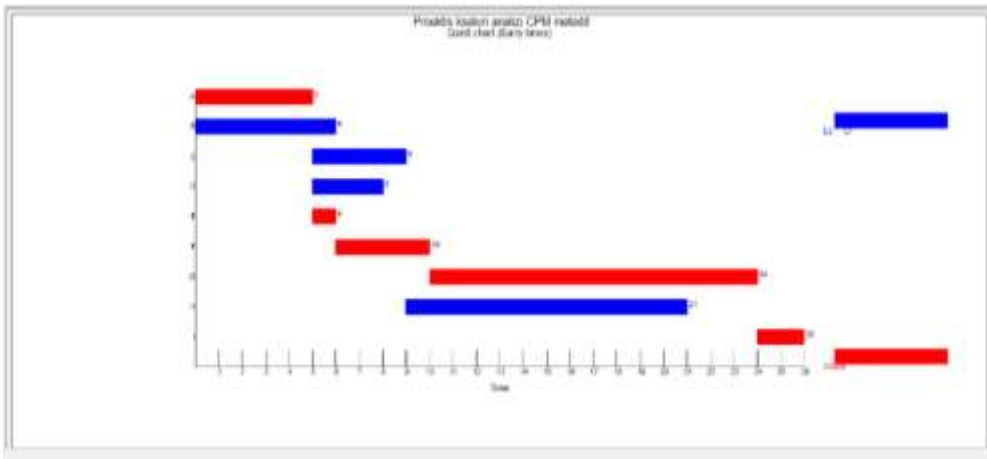
ნახ.7

რიცხვითი მონაცემები შეგვაქვს მეორე, მესამე და მეოთხე სვეტებში. შტარტ ნოდე მეორე სვეტში შეგვაქვს სამუშაოს საწყისი მწვერვალის ნომერი, მესამეში End node - სამუშაოს დაბოლოების წერტილი, მეოთხეში - Active time - შესრულების დრო. შოლვე ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ვიღებთ ამოცანის ამოხსნის შედეგს (ნახ.8) და განტ-რუკას (ნახ.9), რომლებიც იდენტურია პირველი ხერხით ამოხსნილი შედეგებისა.ნახ.7

Project Management (PERT/CPM) Results

Activity	Start node	End node	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
Project			26					
A	1	2	5	0	5	0	5	0
B	1	3	6	0	6	6	12	6
C	2	3	4	5	9	8	12	3
D	2	5	3	5	8	7	10	2
E	2	4	1	5	6	5	6	0
F	4	5	4	6	10	6	10	0
G	5	6	14	10	24	10	24	0
H	3	6	12	9	21	12	24	3
I	6	7	2	24	26	24	26	0

ნახ.8



ნახ.9

პროექტის ქსელური ანალიზი PERT მეთოდით

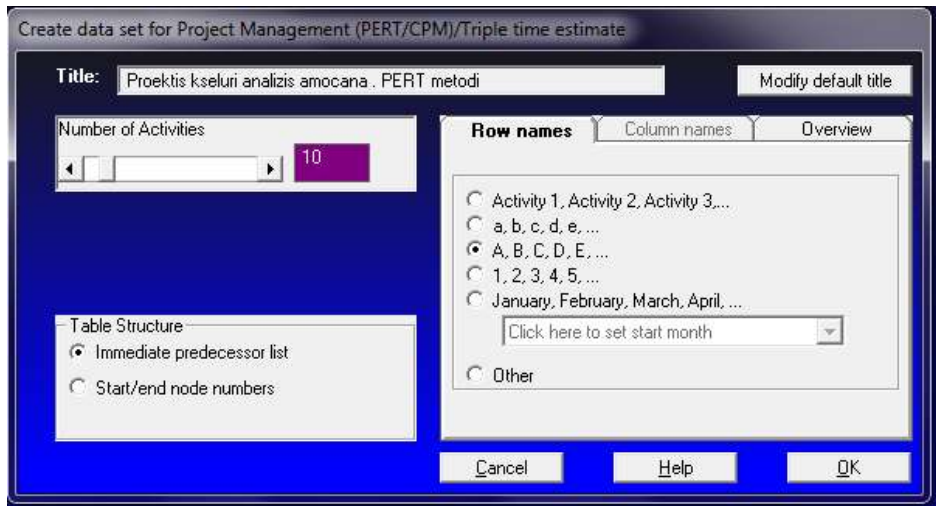
განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: მექანიკურმა ქარხანამ შექმნა ახალი ხელსაწყო. ქარხნის ხელმძღვანელობამ გადაწყვიტა შეისწავლოს ახალი ხელსაწყოს რეალიზაციის შესაძლებლობები. ამ გამოკვლევის საბოლოო შედეგი არის იმ სამუშაოების ჩამონათვალი, რომლებიც საჭიროა ახალი ხელსაწყოს წარმოებისას და გასაღებისათვის. სამუშაოების ჩამონათვალი და შესრულების ვადები (კვირაში) მოცემულია მე-3 ცხრილში.

ცხრ.3

შამუ-შაო	სამუშაოს შინაარსი	უშუალოდ წინამდებარე სამუშაო	ოპტიმის-ტური დრო	ყველაზე სავარაუდო დრო	პესიმისტური დრო
1	2	3	4	5	6
A	საკონსტრ.პროექტის მომზადება	–	4	5	12
B	სამარკეტინგო გეგმის დამუშავება	–	1	1,5	5
C	სამარშრუტო რუკის მომზადება	A	2	3	4
D	საცდელი ნიმუშის შექმნა	A	3	4	11
E	სარეკლამო ბუკლეტის შექმნა	A	2	3	4
F	დანახარჯების ანგარიში	C	1,5	2	2,5
G	ტესტირების ჩატარება	D	1,5	3	4,5
H	ბაზრის შესწავლა	B,E	2,5	2,5	7,5
I	ფასებზე ანგარიშის მომზადება	H	1,5	2	2,5
J	საბოლოო მოხსენების მომზადება	F,G,I	1	2	3

განსაზღვრეთ პროექტის კრიტიკული გზა. რას უდრის პროექტის შესრულების სავარაუდო დრო? რას უდრის იმის ალბათობა, რომ პროექტი შესრულდება 20 კვირაში? ორი კვირით ადრე? 15-დან 19 კვირამდე?

ამოცანის ამოხსნა შესაძლებელია ორი ხერხით. პირველ შემთხვევაში POM for Windows პროგრამული პაკეტის ჩატვირთვის შემდეგ ვირჩევთ Project Management (PERT/CPM) მოდულს. ძირითადი მენიუს სტრიქონში File-ს მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან Triple time estimate-ს. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.10).



ნახ.10

პირველ სტრიქონში - Title-ში - შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. მეორე Number of Activities სტრიქონში - პროექტში შემაგვალ სამუშაოთა რაოდენობა (მაგალითში – 10), მესამეში ვუთითებთ ცხრილის სტრუქტურას (ამოცანისათვის – Immediate predecessor list). Row names მეთხე სტრიქონში ვირჩევთ სტრიქონის დასახელების ტიპს (ამოცანაში – A,B,C,D,E....). OK ლილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.11).

Activity	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Predecessor 1	Predecessor 2	Predecessor 3	Predecessor 4	Predecessor 5	Predecessor 6	Predecessor 7
A	4	5	12							
B	1	1.5	5							
C	2	3	4	A						
D	3	4	11	A						
E	2	3	4	A						
F	1.5	2	2.5	C						
G	1.5	3	4.5	D						
H	2.5	3.5	7.5	B	E					
I	1.5	2	2.5	H						
J	1	2	3	F	G	I				

ნახ.11

Activity პირველ სვეტში ჩამოთვლილია სამუშაოთა დასახელებები. Optimistic time მეორე სვეტში შეგვაქვს შესაბამისი სამუშაოს შესრულების ოპტიმალური დრო. Most Likely time მესამე სვეტში შეგვაქვს შესაბამისი სამუშაოს შესრულების სავარაუდო დრო, მეთხე სვეტში - Pessimistic time - შეგვაქვს შესაბამისი სამუშაოს შესრულების პესიმისტური დრო. მეზუთე, მეექვსე და ა.შ. სვეტებში - Predecessor 1, Predecessor 2,..., შეგვაქვს სტრიქონში მითითებული სამუშაოს წინა სამუშაოები. Solve ლილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი (ნახ.12).

Activity	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project	17						1.65
A	6	0	6	0	6	0	1.33
B	2	0	2	7	9	7	.67
C	3	6	9	10	13	4	.33
D	5	6	11	7	12	1	1.33
E	3	6	9	6	9	0	.33
F	2	9	11	13	15	4	.17
G	3	11	14	12	15	1	.5
H	4	9	13	9	13	0	.83
I	2	13	15	13	15	0	.17
J	2	15	17	15	17	0	.33

Activity	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project	17						1.65
A	6	0	6	0	6	0	1.33
B	2	0	2	7	9	7	.67
C	3	6	9	10	13	4	.33
D	5	6	11	7	12	1	1.33
E	3	6	9	6	9	0	.33
F	2	9	11	13	15	4	.17
G	3	11	14	12	15	1	.5
H	4	9	13	9	13	0	.83
I	2	13	15	13	15	0	.17
J	2	15	17	15	17	0	.33

ნახ.12

როგორც ამონახსნიდან ჩანს, პროექტის კრიტიკული გზა შეიცავს A, E, H, I და J ხუთ საბუჯაროს (Slack ბოლოსწინა სვეტში შესაბამის საბუჯართა მნიშვნელობები 0-ის ტოლია). კრიტიკული გზის სიგრძე, ე.ი. პროექტის შესრულების მინიმალური დრო, უდრის 17 კვირას (Project სტრიქონის Activity სვეტის მნიშვნელობა არის 17). ცხრილის ბოლო სვეტში შეტანილია მთლიანად პროექტისა და ცალკეული საბუჯაროების შესრულების ვადის შუაკვადრატული გადახრის $\sigma(T)$ მნიშვნელობები. ეს გვაძლევს საშუალებას, ვუბასუხოთ ზემოთ დასმულ კითხვებზე.

ალბათობის თეორიის თანახმად, $Z = \frac{T_0 - E(T)}{\sigma(T)}$ შემთხვევით სიდიდეს აქვს ნორმალური განაწილება.

ამიტომ ალბათობა იმისა, რომ პროექტი შესრულდება 20 კვირაში, უდრის:

$$P(T_0 \leq 20) = P\left(Z \leq \frac{20-17}{1.65}\right) = P(Z \leq 1.82).$$

ნორმალური განაწილების ცხრილის თანახმად, ალბათობა იმისა, რომ პროექტი შესრულდება 20 კვირაში, როდესაც შესრულების სავარაუდო ვადა 17 კვირაა, უდრის:

$$P(T_0 \leq 20) = 0.95$$

ვიპოვოთ ალბათობა იმისა, რომ პროექტი შესრულდება ორი კვირით ადრე, ანუ 15 კვირაში:

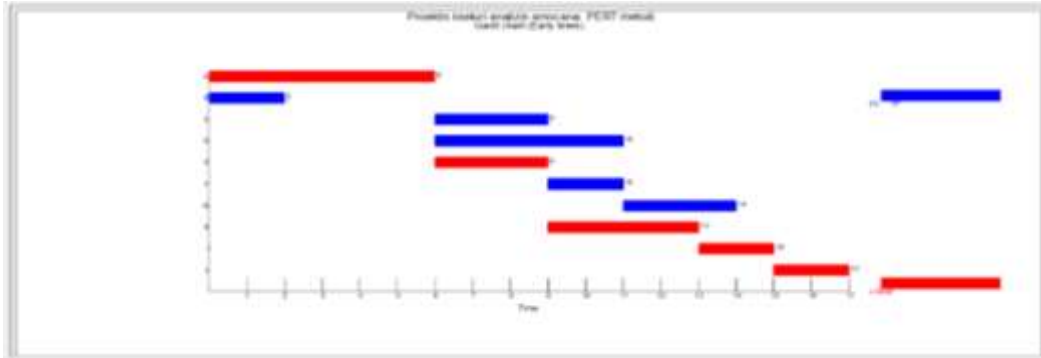
$$P(T_0 \leq 15) = P\left(Z \leq \frac{15-17}{1.65}\right) = P(Z \leq -1.21) = 0.11$$

ვიპოვოთ ალბათობა იმისა, რომ პროექტი შესრულდება 15-დან 19 კვირამდე:

$$P(15 \leq T_0 \leq 19) = P\left(Z \leq \frac{19-17}{1.65}\right) - P\left(Z \leq \frac{15-17}{1.65}\right) = P(Z \leq 1.21) - P(Z \leq -1.21)$$

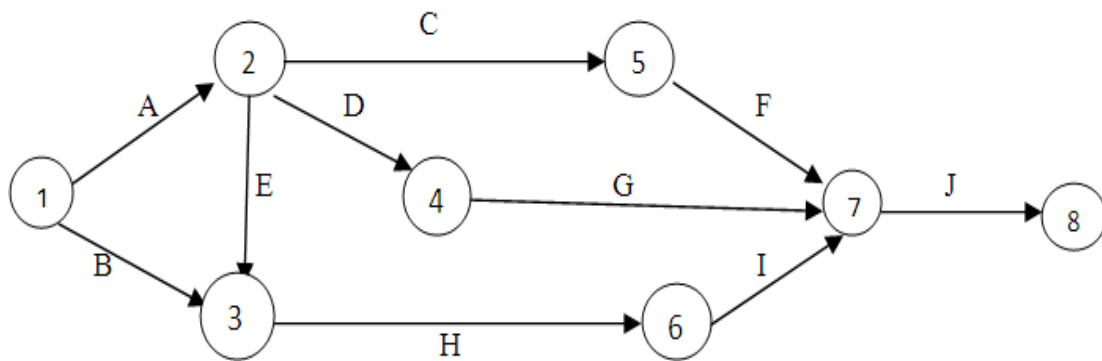
$$= 0.88 - 0.11 = 0.77$$

ისევე, როგორც CPM მეთოდში, PERT-შიც შესაძლებელია პროექტის და მასში შემავალი სამუშაოების დაწყებისა და დამთავრების ვადების ნახვა განტ-რუკით. ამისათვის მენიუში, რომელიც ახლავს ამონახსნთა ცხრილს, ვირჩევთ Chart სტრიქონს და ეკრანზე გამოდის ამოცანის განტ-რუკა (ნახ.13).



ნახ.13

მეორე ხერხით ამოხსნის დროს პროექტი მოცემულია გრაფის სახით (ნახ.14).



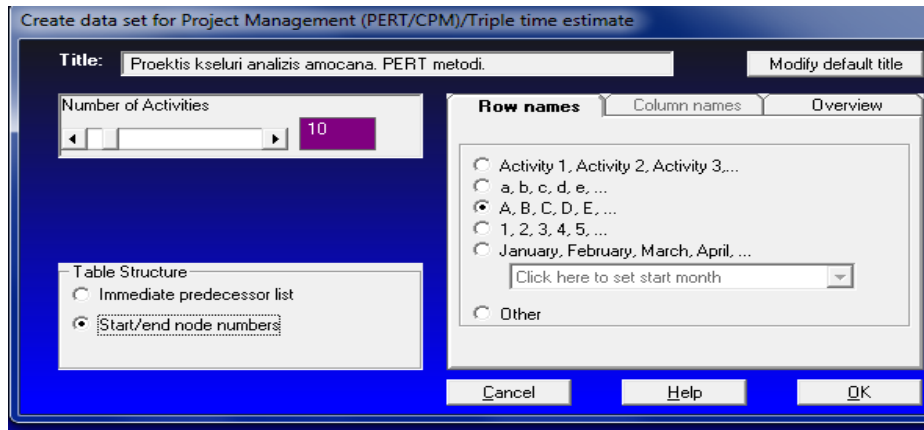
ნახ.14

ამ გრაფისა და საწყისი მონაცემების მიხედვით, რომლებიც მოცემულია 1-ლ ცხრილში, ვადგენთ დამხმარე მე-4 ცხრილს:

ცხრ.4

სამუშაო	საწყისი მწვერვალი	საბოლოო მწვერვალი	ოპტიმისტური დრო	ყველაზე სავარაუდო დრო	პესიმის-ტური დრო
A	1	2	4	5	12
B	1	3	1	1,5	5
C	2	5	2	3	4
D	2	4	3	4	11
E	2	3	2	3	4
F	5	7	1,5	2	2,5
G	4	7	1,5	3	4,5
H	3	6	2,5	3,5	7,5
I	6	7	1,5	2	2,5
J	7	8	1	2	3

როგორც პირველი ხერხით ამოხსნისას, ახლავ ვებერთათვთ POM for Windows პროგრამულ პაკეტს, ვირჩევთ Project Management (PERT/CPM) მოდულს. ძირითადი მენიუს სტრიქონში File მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან - Triple time estimate. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.15).



ნახ.15

ყველა სტრიქონში შეგვაქვს იგივე ინფორმაცია, როგორც წინა ამოცანაში, გარდა Table Structure სტრიქონისა, რომელშიც ვუთითებთ ცხრილის სტრუქტურას Start/end node numbers. ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.16).

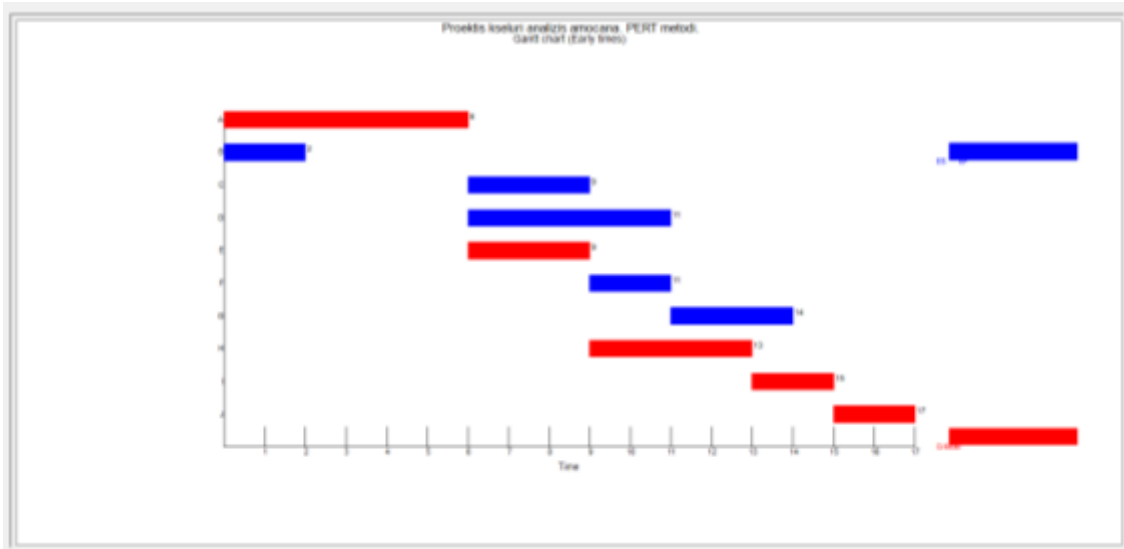
Activity	Start node	End node	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time
A	1	2	4	5	12
B	1	3	1	1.5	5
C	2	5	2	3	4
D	2	4	3	4	11
E	2	3	2	3	4
F	5	7	1.5	2	2.5
G	4	7	1.5	3	4.5
H	3	6	2.5	3.5	7.5
I	6	7	1.5	2	2.5
J	7	8	1	2	3

ნახ.16

მე-4 ცხრილის დახმარებით შეგვაქვს ინფორმაცია პროექტში უმაღლესი საბუშაოების შესახებ. Solve ლილაკზე დაჭერის შემდეგ ვიღებთ ამოცანის ამოხსნის შედეგს (ნახ.17) და განტ-რუკას (ნახ.18), რომლებიც იდენტურია პირველი ხერხით ამოხსნილი ამოცანის შედეგებისა.

Activity	Start node	End node	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project			17						1.85
A	1	2	6	0	6	0	6	0	1.33
B	1	3	2	0	2	7	9	7	.67
C	2	5	3	6	9	10	13	4	.33
D	2	4	5	6	11	7	12	1	1.33
E	2	3	3	6	9	6	9	0	.33
F	5	7	2	9	11	13	15	4	.17
G	4	7	3	11	14	12	15	1	.5
H	3	6	4	9	13	9	13	0	.83
I	6	7	2	13	15	13	15	0	.17
J	7	8	2	15	17	15	17	0	.33

ნახ.17



ნახ.18

პრაქტიკული სამუშაო №7

➤ ლოგისტიკის მენეჯმენტი: მარაგების მართვის მოდელები

მარაგების მართვა წარმოადგენს ლოგისტიკის უმთავრეს ფუნქციას. მარაგების მართვის ამოცანები გადაწყვეტა გვაძლევს საშუალებას პირველ რიგში, განვსაზღვროთ მარაგის საჭირო დონე ლოგისტიკის პროცესის ნებისმიერ სტადიაზე, და ასევე - შევქმნათ არსებული მარაგის რაოდენობის კონტროლის სისტემა.

მარაგების მართვის თეორიაში გამოიყენება შემდეგი ცნებები:

შეკვეთის შესრულების დანახარჯები (შეკვეთის დანახარჯები) - დანახარჯები, რომლებიც დაკავშირებული არიან შეკვეთის გაპორმებასთან. წარმოებაში ეს არის ხარჯები მოსამზადებელ ოპერაციებზე და ჩარხების გადაწყობაზე;

შენახვის დანახარჯები - დაკავშირებული არიან საქონლის ფიზიკურ შენახვასთან საწყობში;

დაკარგული მოგება (დეფიციტის დანახარჯები) - დაკავშირებული არიან დაუკმაყოფილებელ მოთხოვნებთან;

ჯამური დანახარჯები არის შეკვეთის, შენახვის და დაკარგული მოგების დანახარჯების ჯამი;

შეკვეთის შესრულების ვადა - დრო შეკვეთის მომენტიდან მის შესრულების მომენტამდე;

აღდგენის წერტილი - მარაგის დონე, რომლის დროსაც ხორციელდება ახალი შეკვეთა.

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის განსაზღვრა

ამოცანა №1

VOLVOS აგენტი ყიდის ამ მარკის ავტომანქანის უკანასკნელ მოდელს. წლიური მოთხოვნა ამ მოდელზე შეადგენს 4000 ცალს. ავტომანქანის ღირებულებაა 90000 ლარი, ხოლო შენახვის წლიური დანახარჯები შეადგენენ ავტომანქანის ფასის 10%. ანალიზმა აჩვენა, რომ შეკვეთის საშუალო დანახარჯები შეადგენენ 25 ათას ლარს შეკვეთაზე. შეკვეთის შესრულების დროა - 8 დღე. ავტომანქანაზე ყოველდღიური მოთხოვნა უდრის 20 ცალს.

განსაზღვრეთ:

1. რას უდრის შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე?
2. რას უდრის აღდგენის წერტილი?

3. რას უდრის ჯამური დანახარჯები?
4. რას უდრის ოპტიმალური შეკვეთების რაოდენობა წელიწადში?
5. რას უდრის ოპტიმალური დრო ორ შეკვეთის შუალედში, თუ წელიწადში სამუშაო დღეების რაოდენობა 200-ა?

ამოხსნა:

საწყისი მონაცემები:

მოთხოვნის სიდიდე $D = 40000$ ცალი.

შეკვეთის დანახარჯები $K = 25000$ ლარი.

შენახვის დანახარჯები $H = \frac{90000 \cdot 10}{100} = 9000$ ლარი.

ერთი ავტომატის ფასი $C = 90000$ ლარი.

შეკვეთის შესრულების დრო $L = 8$ დღე.

ყოველდღიური მოთხოვნა $d = 20$ ცალი.

სამუშაო დღეების რაოდენობა $T = 200$ დღე.

1. შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DK}{H}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40000 \cdot 25000}{9000}} = 149 \text{ ცალი.}$$

2. აღდგენის წერტილი:

$$R = d \cdot L = 20 \cdot 8 = 160 \text{ ცალი.}$$

3. ოპტიმალური შეკვეთის რაოდენობა წელიწადში:

$$N = \frac{D}{Q^*} = \frac{40000}{149} = 26,84$$

4. ჯამური დანახარჯები:

$$C = \frac{D}{Q} \cdot K + \frac{Q}{2} \cdot H = \frac{40000}{149} \cdot 25000 + \frac{149}{2} \cdot 9000 = \frac{1000000}{149} \cdot 10^3 + \frac{149 \cdot 9}{2} \cdot 10^3 = 10^3 (671,14 + 670,5) = 1341,64 \text{ ათასი ლარი}$$

5. გაყიდვების ღირებულება:

$$C \cdot D = 4000 \cdot 90000 = 360 \cdot 10^6 = 360 \text{ მილიონი ლარი.}$$

6. დღეების რაოდენობა შეკვეთებს შორის:

$$t = \frac{T}{N} = \frac{200}{26,84} = 7,45$$

საქონლის მიწოდება ფიქსირებული დროის ინტერვალით.

ამოცანა №2

მაღაზია ასრულებს სუნამოების შესყიდვებს ერთერთ ფაბრიკაში. წლიური მოთხოვნა ამ პროდუქციაზე შეადგენს 600 ცალს. შეკვეთის დანახარჯები 850 ლარია, შენახვის დანახარ - ჯები - 510 ლარი ერთ შეკვრაზე (20 ცალი შეკვრაში) წელიწადში. მაღაზიას აქვს დადებული ხელშეკრულება პროდუქციის შემოტანაზე ფიქსირებული დროის ინტერვალით. სამუშაო დღეების რაოდენობა წელიწადში უდრის 300. საქონლის შემოტანა ხორციელდება 6 დღეში. სუნამოს ერთი ფლაკონის ღირებულება 135 ლარია. რას უდრის შეკვეთების ოპტიმალური რიცხვი წელიწადში, შეკვეთის აღდგენის წერტილი და მინიმალური ჯამური დანახარჯები?

ამოხსნა:

საწყისი მონაცემები:

მოთხოვნის სიდიდე $D = 600$ ცალი;

შეკვეთის დანახარჯები $K = 850$ ლარი;

შენახვის დანახარჯები $H = \frac{510}{20} = 25,5$ ლარი;

ერთი ფლაკონის ღირებულება 135 ლარი;

შეკვეთის შესრულების დრო $L = 6$ დღე.

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Dk}{H}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 600 \cdot 850}{25,5}} = 200 \text{ ცალი}$$

შეკვეთის ოპტიმალური რაოდენობა წელიწადში:

$$N = \frac{D}{Q^*} = \frac{600}{200} = 3 \text{ ცალი}$$

რადგან ღველდელიური მოთხოვნა შეადგენს $d = \frac{600}{300} = 2$ ცალს, მაშინ აღდგენის

წერტილი უდრის:

$$R = d \cdot L = 2 \cdot 6 = 12 \text{ ცალი.}$$

მინიმალური ჯამური დანახარჯები შეადგენენ:

$$C = \frac{D}{Q} \cdot K + \frac{Q}{2} \cdot H = \frac{3}{850} + \frac{100}{25,5} = 5100 \text{ ლარი.}$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი წარმოებით

ამოცანა №3

ჩარხზე ამზადებენ დეტალებს 12000 ცალის რაოდენობით წელიწადში. ეს დეტალები გამოიყენება პროდუქციის დასამზადებლად მეორე ჩარხზე, რომლის სიმძლავრეა 3600 ცალი წელიწადში. დარჩენილი დეტალებისაგან იქმნება მარაგი. შენახვის დანახარჯები შეადგენენ წელიწადში 0,5 ლარს ერთ დეტალზე. საწარმო ციკლის ღირებულება პირველ ჩარხზე შეად - გენს 800 ლარს. განსაზღვრეთ დეტალების პარტიის ოპტიმალური სიდიდე პირველ ჩარხზე.

ამოხსნა:

საწყისი მონაცემები:

მოთხოვნის სიდიდე $D = 3600$ ცალი;

წარმოების გაშვებაზე ფიქსირებული დანახარჯები $K = 800$ ლარი;

შენახვის დანახარჯები $H = 0,5$ ლარი;

მოთხოვნის სიდიდე დროის ერთეულში $d = 3600$ ცალი;

წარმოების ტემპი $p = 12000$ ცალი.

პარტიის ოპტიმალური სიდიდე პირველ ჩარხზე უდრის:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Dk}{H(1-\frac{d}{p})}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3600 \cdot 800}{0,5 \cdot (1-\frac{3600}{12000})}} = 4056,7 \text{ ცალი.}$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი დეფიციტით

ამოცანა №4

მაღაზია ასრულებს სუნამოების შესყიდვებს ერთერთ ფაბრიკაში. წლიური მოთხოვნა ამ პროდუქციაზე შეადგენს 600 ცალს. შეკვეთის დანახარჯები 850 ლარია, შენახვის დანახარ - ჯები - 510 ლარი ერთ შეკვრაზე (20 ცალი შეკვრაში) წელიწადში. მაღაზიას აქვს დადებული ხელშეკრულება პროდუქციის შემოტანაზე ფიქსირებული დროის ინტერვალით. სამუშაო დღეების რაოდენობა წელიწადში უდრის 300. საქონლის შემოტანა ხორციელდება 6 დღეში. სუნამოს ერთი ფლაკონის ღირებულება 135 ლარია.

დავუშვათ, რომ მენეჯერის მიერ ანალიზას ჩატარებისას მან დაადგინა, რომ დაკარგული მოგება, რომელიც დაკავშირებულია საქონლის უქონლობასთან, შეადგენს 20 ლარს წელიწადში. ერთ ფლაკონზე დანახარჯები შეკვეთაზე და შენახვაზე არ იცვლება. განსაზღვრეთ შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე გეგმიური დეფიციტის დროს. საჭიროა თუ არა გამოდგინებული იქნას სისტემა გეგმიური დეფიციტით?

ამოხსნა:

საწყისი მონაცემები:

მოთხოვნის სიდიდე $D = 600$ ცალი;

შეკვეთის დანახარჯები $K = 850$ ლარი;

შენახვის დანახარჯები $H = \frac{510}{20} = 25,5$ ლარი;

ერთი ფლაკონის ღირებულება 135 ლარი;

შეკვეთის შესრულების დრო $L = 6$ დღე;

დაკარგული მოგება $B = 20$ ლარი.

პარტიის ოპტიმალური სიდიდე დეფიციტით:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Dk}{H} \cdot \frac{B+H}{B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 600 \cdot 850}{25,5} \cdot \frac{20+25,5}{20}} = 200 \cdot 1,5 = 300 \text{ ცალი.}$$

პროდუქციის მაქსიმალური მარაგი ერთ ციკლში;

$$S^* = \sqrt{\frac{2Dk}{H} \cdot \frac{B}{B+H}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 600 \cdot 850}{25,5} \cdot \frac{20}{20+25,5}} = 200 \cdot 0,66 = 132 \text{ ცალი.}$$

ჯამური დანახარჯები შეადგენენ:

$$C = \frac{D}{Q} \cdot K + \frac{S^2}{2Q} \cdot H + \frac{(Q-S)^2}{2Q} \cdot B = \frac{600 \cdot 850}{300} + \frac{132^2 \cdot 25,5}{2 \cdot 300} + \frac{(300-132)^2 \cdot 20}{2 \cdot 300} =$$

$$= 1700 + 740,5 + 948,8 = 3381,3 \text{ ლარი}$$

ჯამური დანახარჯები გეგმიური დეფიციტის შემთხვევაში ნაკლებია უდეფიციტო დანახარჯებზე $5100 - 3381,3 = 1718,3$ ლარით.

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი რაოდენობრივი შეღავათებით

ამოცანა №5

განვიხილოთ მაგალითი, რომელიც ახსნის გადაწყვეტილების მიღებას ფასდაკლების პირობებში. მაღაზია ვაჭრობს საბავშვო მანქანებით. შეკვეთის მოცულობიდან გამომდინარე არსებობს ფასდაკლებები, რომლებიც მოყვანილია ცხრილში:

ფასდაკლების ვარიანტები	1	2	3
რაოდენობა, როდესაც არსებობს ფასდაკლება	$0 \div 1000$	$1000 \div 2000$	2000 ზემოთ
ფასდაკლების სიდიდე	0	4	5
მანქანის ღირებულება, ფასდაკლებით, ლარი	5,0	4,80	4,75

შეკვეთის დანახარჯები შეადგენენ 49 ლარს. წლიური მოთხოვნაა 5000 ცალი. წლიური შენახვის დანახარჯები პროცენტულ შეფარდებით ფასთან შეადგენენ 20% ან 0,2. საჭიროა განვსაზღვროთ შეკვეთის რაოდენობა, რომლის დროსაც საერთო დანახარჯები იგნებთან მინიმალური.

ამოხსნა:

განვსაზღვროთ შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე ფასდაკლების სამივე ვარიანტისათვის:

$$Q^*_1 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5000 \cdot 49}{0,2 \cdot 5}} = \sqrt{490000} = 700 \text{ ცალი}$$

$$Q^*_2 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5000 \cdot 49}{0,2 \cdot 4,80}} = \sqrt{510416,6} = 714 \text{ ცალი}$$

$$Q^*_3 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5000 \cdot 49}{0,2 \cdot 4,75}} = \sqrt{515789} = 718 \text{ ცალი}$$

რადგან Q^*_1 იმყოფება ინტერვალში 0-დან 1000-დე, ის უნდა ავიღოთ 700 ტოლი. ოპტიმალური სიდიდე ფასდაკლებით Q^*_2 ნაკლებია იმ რაოდენობაზე, რომელიც საჭიროა ფასდაკლების მისაღებად. ამიტომ ის უნდა ავიღოთ 1000 ცალის ტოლი. ანალოგიურად Q^*_3 უდრის 2000 ცალს. განვსაზღვროთ საერთო დანახარჯები შეკვეთის ყოველ მნიშვნელობისათვის და ფასდაკლების ვარიანტისათვის და შემდეგ ავირჩიოთ მინიმალური.

შეკვეთის წლიური დანახარჯები:

$$\frac{D}{Q^*_1} \cdot K = \frac{500 \cdot 49}{700} = 350 \text{ ლარი;}$$

$$\frac{D}{Q^*_2} \cdot K = \frac{500 \cdot 49}{1000} = 245 \text{ ლარი;}$$

$$\frac{D}{Q^*_3} \cdot K = \frac{500 \cdot 49}{2000} = 122,5 \text{ ლარი;}$$

შენახვის წლიური დანახარჯები:

$$\frac{Q^*_1}{2} \cdot H_1 = \frac{700}{2} \cdot 1 = 350 \text{ ლარი;}$$

$$\frac{Q^*_2}{2} \cdot H_2 = \frac{1000}{2} \cdot 0,96 = 480 \text{ ლარი;}$$

$$\frac{Q^*_3}{2} \cdot H_3 = \frac{2000}{2} \cdot 0,95 = 950 \text{ ლარი;}$$

ანგარიში მოყვანილია ცხრილში:

ფასდაკლების ვარიანტები	1	2	3
ფასი ფასდაკლებით, ლარი	5,00	4,80	4,75
შეკვეთის რაოდენობა	700	1000	2000
საქონლის ღირებულება (წლიური), ლარი	25000	24000	23750
შეკვეთის დანახარჯები (წლიური), ლარი	350	245	122,5
შენახვის დანახარჯები (წლიური), ლარი	350	480	950
საერთო წლიური დანახარჯები, ლარი	25700,0	24725,0	24822,5

ვირჩევთ იმ შეკვეთის რაოდენობას, რომლის დროსაც საერთო დანახარჯები არიან მინიმალური. ცხრილიდან ჩანს, რომ შეკვეთა 1000 სათამაშო მანქანების რაოდენობით იძლევა ყველაზე დაბალ საერთო დანახარჯებს.

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი მისი შესრულების ფიქსირებული დროით

ამოცანა №6

მაღაზია წელიწადში იძენს 1500 ტელევიზორს. შენახვის დანახარჯები შეადგენენ ერთ ტელევიზორზე 45 ლარს წელიწადში. შეკვეთის დანახარჯები - 150 ლარს. სამუშაო დღეების რაოდენობა წელიწადში უდრის 300, შეკვეთის შესრულების ვადა - 6 დღე. განსაზღვრეთ შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე, შეკვეთის წლიური დანახარჯები, მარაგის აღდგენის წერტილი.

ამოხსნა:

საწყისი მონაცემები:

$D = 1500$ ცალი, $H = 45$ ლარი, $K = 150$ ლარი, $T = 300$ დღე, $L = 6$ დღე.

1. შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უდრის:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Dk}{H}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1500 \cdot 150}{45}} = 100 \text{ ცალი.}$$

2. შეკვეთის წლიური დანახარჯები:

$$C = \frac{D}{Q} \cdot K = \frac{1500}{100} \cdot 150 = 2250 \text{ ლარი.}$$

3. განსაზღვროთ დღიური მოთხოვნა:

$$d = \frac{D}{T} = \frac{1500}{300} = 5 \text{ ცალი.}$$

მარაგის აღდგენის წერტილი, ანუ მარაგის ის რაოდენობა, რაც საჭიროა ახალი შეკვეთი-სას:

$$R = d \cdot L = 5 \cdot 6 = 30 \text{ ცალი.}$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი მისი შესრულების ფიქსირებული დროით ამოცანა №7

მაღაზია წელიწადში ყიდის 400 საწოლს. ერთი საწოლის შენახვის დანახარჯები დღეში შეადგენს 50 ლარს, ხოლო შეკვეთის დანახარჯები - 2000 ლარს. სამუშაო დღეების რაოდენობა უდრის 250, შეკვეთის შესრულების ვადა - 6 დღე. განსაზღვრეთ შეკვეთის ოპტიმალური რაოდენობა, მარაგის აღდგენის წერტილი, შეკვეთის ოპტიმალური რაოდენობა იმ პირობით, რომ შენახვის დანახარჯები შეადგენენ 75 ლარს.

ამოხსნა:

საწყისი მონაცემები:

$D = 400$ ცალი, $h = 50$ ლარი, $K = 2000$ ლარი, $T = 250$ დღე, $L = 6$ დღე.

1. მოდელში შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უდრის:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Dk}{hT}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot 2000}{500 \cdot 250}} = 11,1 \text{ ცალი.}$$

2. ყოველდღიური მოთხოვნა:

$$d = \frac{D}{T} = \frac{400}{250} = 1,6 \text{ ცალი.}$$

მაშინ აღდგენის წერტილი: $R = d \cdot L = 1,6 \cdot 6 = 9,6$ ცალი.

3. თუ შენახვის დანახარჯები დღეში შეადგენენ 75 ლარს, მაშინ შეკვეთის დანახარჯები შეადგენენ:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Dk}{hT}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400 \cdot 2000}{75 \cdot 250}} = \sqrt{\frac{256}{3}} = 9,2 \text{ ცალი.}$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი დეფიციტით

ამოცანა №8

სახელოსნო ამზადებს ტაბურეტებს და შეუძლია დღეში დაამზადოს 150 ცალი. დღიური მოთხოვნა დაახლოებით არის 40 ცალი. წარმოების ფიქსირებული დანახარჯები შეადგენენ 100 ლარს, შენახვის ხარჯები - 8 ლარს ერთი ტაბურეტისათვის წელიწადში. წელიწადში 250 სამუშაო დღეა. განსაზღვრეთ: 1. საწარმო შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე; 2. შენახვის დანახარჯები; 3. საერთო ჯამური დანახარჯები წელიწადში.

ამოხსნა:

საწყისი მონაცემები:

$P=150$ ცალი, $d=40$ ცალი, $H=8$ ლარი, $K=100$ დღე, $T=250$ დღე.

განვსაზღვროთ დღიური დანახარჯები შენახვაზე:

$$h = \frac{H}{T} = \frac{8}{250} = 0,032 \text{ ლარი.}$$

1. მოდელში წარმოებით შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უდრის:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dk}{h(1-\frac{d}{p})}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \cdot 100}{0,032(1-\frac{40}{150})}} = 583,9 \text{ ცალი.}$$

2. წლიური შენახვის დანახარჯები:

$$\frac{Q^*}{2} \cdot H \left(1 - \frac{d}{p}\right) = \frac{583,9}{2} \cdot 8 \left(1 - \frac{40}{150}\right) = 1712,8 \text{ ცალი}$$

3. წლიური ჯამური დანახარჯები:

$$C = \frac{D}{Q} \cdot K + \frac{Q^*}{2} \cdot H \left(1 - \frac{d}{p}\right) = \frac{250 \cdot 40}{583,9} \cdot 100 + 1712,8 = 3425,4 \text{ ლარი.}$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი დეფიციტით

ამოცანა №9

წლიური შეკვეთა მიქსერებზე უდრის 3000 ცალს, ანუ 10 ცალი დღეში. შეკვეთის დანახარჯები - 25 ლარი, შენახვის დანახარჯები - 25 ლარი, შენახვის დანახარჯები - 0,4 ლარი დღეში. რადგან მიქსერი ძალიან პოპულარულია, მყიდველები თანახმა არიან დაელოდონ, სანამ არ შემოვა შემდეგი პარტია. მაგრამ დანახარჯები დეფიციტის გამო შეადგენენ 0,75 ლარს ერთ მიქსერზე დღეში. განსაზღვრეთ;

1. რამდენი მიქსერი უნდა შეუკვეთოს მაჭახიამ?
2. რას უდრის მაქსიმალური დეფიციტი?
3. რას უდრის წლიური ჯამური დანახარჯები?

საწყისი მონაცემები:

$D=3000$ ცალი, $d=10$ ცალი, $h=0,4$ ლარი, $K=25$ ლარი, $b=0,75$ ლარი, $T=\frac{3000}{10}=300$ დღე,

$L=6$ დღე.

1. მოდელში დეფიციტით შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უდრის:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2dk \cdot \frac{b+h}{b}}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 25 \cdot \frac{0,75+0,4}{0,75}}{0,4}} = 43,8 \text{ ცალი.}$$

2. მარაგის მაქსიმალური სიდიდე:

$$S^* = \sqrt{\frac{2dk \cdot \frac{b}{b+h}}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 25 \cdot \frac{0,75}{0,75+0,4}}{0,4}} = 28,5 \text{ ცალი.}$$

მაქსიმალური დეფიციტი შეადგენს:

$$Q^* - S^* = 43,8 - 28,5 = 15,3 \text{ ცალი.}$$

3. წლიური ჯამური დანახარჯები:

$$C = \frac{D}{Q^*} \cdot K + \frac{S^2}{2Q^*} \cdot H + \frac{(Q-S)^2}{2Q} \cdot B = \frac{3000}{43,8} \cdot 25 + \frac{(28,5)^2}{2 \cdot 43,8} \cdot 120 + \frac{(43,8 - 28,5)^2}{2 \cdot 43,8} \cdot 225 = 3426 \text{ ლარი.}$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის ფასდაკლებით

ამოცანა №10

მაღაზია „ყველაფერი სახლისათვის“ ყიდულობს ლინოლიუმს ზომით 2×3 მ² მწარ-მოებლიზგამ. შეკვეთის სიდიდის მიხედვით ფირმა სთავაზობს შემდეგ ფასდაკლებებს:

შეკვეთის სიდიდე	9 ნაჭერი ან ნაკლები	10 ÷ 50	50 ნაჭერი და მეტი
1 ნაჭრის ფასი, ლარი	18	17,5	17,25

შეკვეთის დანახარჯებია 45 ლარი. შენახვის წლიური დანახარჯები შეადგენენ შესყიდვის ფასის 50%-ს, წლიური მოთხოვნა ლინოლიუმზე უდრის 100 ნაჭერს. განსაზღვრეთ შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე. ამოხსნა:

როდგან შენახვის დანახარჯები დამოკიდებულია საქონლის ფასზე, ხოლო საქონლის ფასი შეკვეთის სიდიდეზე, ამიტომ უნდა განვსაზღვროთ შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე სამივე ფასის ინტერვალისათვის:

$$Q^*_1 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 45}{0,5 \cdot 18}} = 31,62 \text{ ცალი, როცა ფასი 18 ლარია;}$$

$$Q^*_2 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 45}{0,5 \cdot 17,5}} = 32,07 \text{ ცალი, როცა ფასი 17,5 ლარია;}$$

$$Q^*_3 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_3}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 45}{0,5 \cdot 17,25}} = 32,3 \text{ ცალი, როცა ფასი 17,25 ლარია.}$$

როცა ფასი 18 ლარია, შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უნდა იყოს 9 ნაჭერი. ამ შემთხვევაში ჯამური დანახარჯები იქნებიან მინიმალური:

$$C_1 = \frac{D}{Q_1} \cdot K + \frac{Q_1}{2} \cdot H + C_1 D = \frac{100}{9} \cdot 45 + \frac{9}{2} \cdot 0,5 \cdot 18 + 18 \cdot 100 = 2340,5 \text{ ლარი}$$

როცა ფასი 17,5 ლარია, შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უდრის 32,07 ცალს და ჯამური დანახარჯები შეადგენენ:

$$C_2 = \frac{D}{Q_2} \cdot K + \frac{Q_2}{2} \cdot H + C_2 D = \frac{100}{32,7} \cdot 45 + \frac{32,07}{2} \cdot 0,5 \cdot 17,5 + 17,5 \cdot 100 = 2030,6 \text{ ლარი}$$

როცა ფასი 17,25 ლარია, შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უდრის 50 ცალს და ჯამური დანახარჯები შეადგენენ:

$$C_3 = \frac{D}{Q_3} \cdot L + \frac{Q_3}{2} \cdot H + C_3 D = \frac{100}{50} \cdot 45 + \frac{50}{2} \cdot 0,5 \cdot 17,5 + 17,5 \cdot 100 = 2030,6 \text{ ლარი}$$

თუ შევადარებთ ჯამურ დანახარჯებს სხვადასხვა ფასდაკლებების დროს, შეიძლება გამოვიტანოთ დასკვნა, რომ შეკვეთის სიდიდე უნდა უდრიდეს ან 32,07 ნაჭერს, ან 50 ნაჭერს, რადგან დანახარჯები მინიმალურია და უდრის 2030,6 ლარს.

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდის მოდელი რაოდენობრივი შეღავათებით

ამოცანა №11

მაღაზია ყიდის საძინებლებს წელიწადში 1000 წალს. თითო საძინებლის ფასია 2500 ლარი. ერთი შეკვეთის დანახარჯები შეადგენენ 2000 ლარს. საძინებლების შენახვის წლიური დანახარჯები შეადგენენ ღირებულების 25%. მაღაზია ლეზულობს ფასდაკლებას 3%-ს, თუ შეკვეთის სიდიდე არა ნაკლებ 200 საძინებლებისა. ღირს თუ არა ამ ფასდაკლების გამოყენება?

ამოხსნა:

ფასდაკლების შედეგად საძინებლის ფასი შეადგენს:

$$2500 - \frac{2500 \cdot 3}{100} = 2425 \text{ ლარს.}$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე, როცა ფასი უდრის 2500 ლარს, ტოლია:

$$Q^*_1 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 2000}{0,25 \cdot 2500}} = 80 \text{ ცალი};$$

შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე 3% ფასდაკლებით შეადგენს:

$$Q^*_2 = \sqrt{\frac{2Dk}{H_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 2000}{0,25 \cdot 2425}} = 81,23 \text{ ცალი};$$

განვსაზღვროთ ჯამური დანახარჯები, როცა ფასი უდრის 2500 ლარს. შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე ამ შემთხვევაში უდრის 80 ცალს:

$$C_1 = \frac{D}{Q_1} \cdot K + \frac{Q_1}{2} \cdot H_1 + C_1 D = \frac{1000}{80} \cdot 2000 + \frac{80}{2} \cdot 0,25 \cdot 2500 + 2500 \cdot 1000 = 2550000 \text{ ლარი.}$$

ჯამური დანახარჯების განსაზღვრისას ფასდაკლებით შეკვეთის ოპტიმალური სიდიდე უნდა ავირჩიოთ 200 ცალი:

$$C_2 = \frac{D}{Q_2} \cdot K + \frac{Q_2}{2} \cdot H_2 + C_2 D = \frac{1000}{200} \cdot 2000 + \frac{200}{2} \cdot 0,25 \cdot 2425 + 2425 \cdot 1000 = 2495625 \text{ ლარი.}$$

შეიძლება გავაკეთოდ დასკვნა, რომ მაღაზიამ უნდა ისარგებლოს ფასდაკლებით და გააკეთოს შეკვეთა 200 ცალზე.

პრაქტიკული სამუშაო № 12

ერთარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა

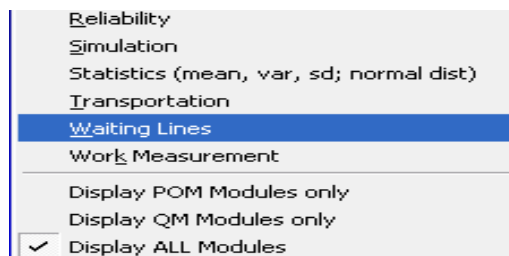
შეუზღუდავი რიგით (ლოდინით) – M/M/1

მასობრივი მომსახურების სისტემების (მმს) მუშაობა შეიძლება შეფასდეს, როგორც რაოდენობრივი მაჩვენებლებით, ასევე ფულადი დანახარჯების თვალსაზრისით.

განვიხილოთ ერთარხიანი მმს-ის შემდეგი მაგალითი: „მანქანების სამრეცხაოში ერთი მრეცხავია, რომელსაც შეუძლია გარეცხოს 3 ავტომანქანა საათში. მომსახურების დრო განაწილებულია ექსპონენციალური კანონით. პუასონის განაწილების კანონის თანახმად, სამრეცხაოში საათში საშუალოდ შემოდის 2 ავტომანქანა. კლიენტების მომსახურება ხდება რიგის მიხედვით და მათი რიცხვი არ არის შეზღუდული. განსაზღვრეთ მომსახურების სისტემის ძირითადი მახასიათებლები“.

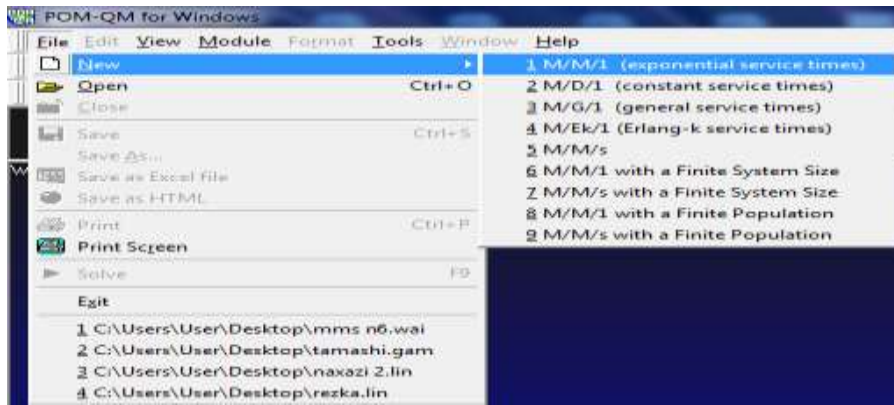
ა) განვსაზღვროთ ავტოსამრეცხაოს მუშაობის ეფექტურობა. საწყისი მონაცემებია: $\lambda=2$ მანქანა/სთ, $\mu=3$ მანქანა/სთ, $n=1$.

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ ეკრანზე გამოჩნდება Module მენიუ (ნახ.19), რომელშიც მიუთითებთ მმს-ის მოდულს Waiting Lines.



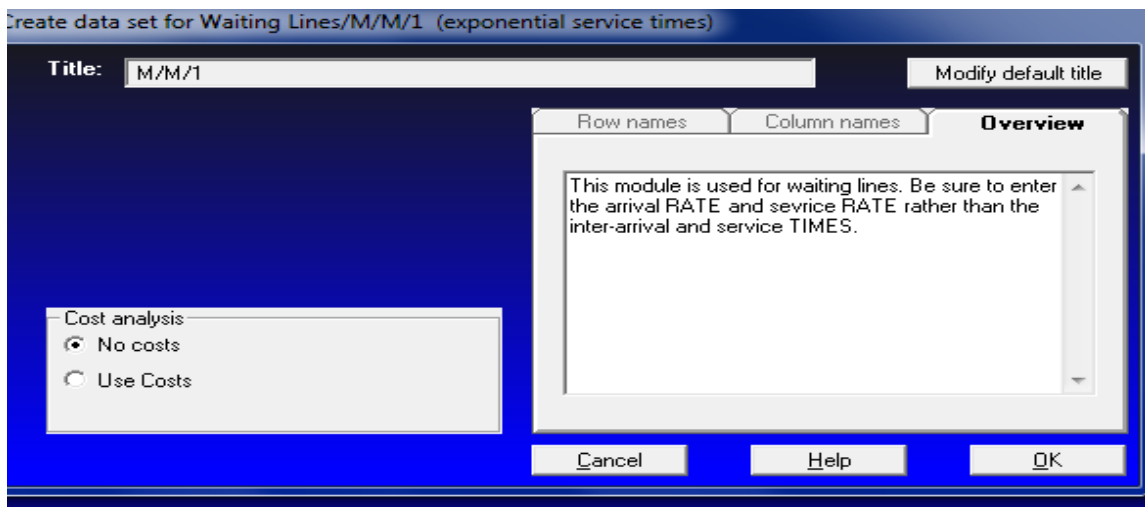
ნახ.19

მოდულის არჩევის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.20), რომლის ძირითადი მენიუს სტრიქონში File მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან პირველ სტრიქონს 1 M/M/1 (exponential service times).



ნახ.20

ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.21).



ნახ.21

Title პირველ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის დასახელება, Cost analysis მეორე სტრიქონში ვირჩევთ No Costs რეჟიმს. ეს ნიშნავს იმას, რომ შემდგომში სრულდება მმს-ს მხოლოდ რაოდენობრივი მახასიათებლების ანგარიში. OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.22).

Parameter	Value
M/M/1 (exponential service times)	
Arrival rate (lambda)	2
Service rate (mu)	3
Number of servers	1

ნახ.22

Time Unit (arrival, service rate) სტრიქონში უნდა მიეთითოს λ -ს და μ -ს დროის განზომილება (წუთი, საათი, დღე-ღამე და ა.შ.). Waiting Lines მოდულის არჩევისას განზომილება ავტომატურად მიითებულება საათებში – hours, რაც ემთხვევა ამ ამოცანის პირობებს, ამიტომ მას არ ვცვლით. ცხრილის Arrival rate (lambda) სტრიქონში შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა – 2, Service rate(μ) სტრიქონში – μ -ს

მნიშვნელობა – 3. ვინაიდან ლაბორატორიულ სამუშაოში განიხილება ერთარხიანი მმს-სი, Number of servers სტრიქონში ავტომატურად დაფიქსირებულია – 1.

Solve დილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი, რომელსაც თან ახლავს ეკრანზე გამოსატანი სასურველი პარამეტრების ჩამონათვალი Cascade მენიუში (მმს-ის მახასიათებლები, ალბათობათა მნიშვნელობები, ალბათობათა გრაფიკული გამოსახულება) (ნახ.23).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/1 (exponential service times)		Average server utilization	.67		
Arrival rate (lambda)	2	Average number in the queue (Lq)	1.33		
Service rate (mu)	3	Average number in the system (Ls)	2		
Number of servers	1	Average time in the queue (Wq)	.67	40	2400
		Average time in the system (Ws)	1	60	3600

ნახ.23

ამოცანის ამოხსნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ალბათობა იმისა, რომ ავტომანქანა მიიღებს უარს მომსახურებაზე (მრეცხავი დაკავებულია): $P_{უ.თ.}=0,67$.
2. რიგში მდგომი მანქანების საშუალო რაოდენობა: $L_q=1,33$.
3. სამრეცხაოში მყოფი მანქანების საშუალო რაოდენობა: $L_s=2$ მანქანა.
4. რიგში ლოდინის საშუალო დრო: $W_q=0,67$ სთ =40 წთ.
5. სამრეცხაოში ლოდინის საშუალო დრო: $W_s=1$ სთ.

ალბათობები იმისა, რომ სამრეცხაოში იმყოფება K რაოდენობის ავტომანქანა (ნახ.24), შესაძლებელია გავიგოთ Cascade მენიუში 2 Table of Probabilities მეორე სტრიქონის მითითებით.

k	Prob. (num in sys = k)	Prob. (num in sys <= k)	Prob. (num in sys > k)
0	.33	.33	.67
1	.22	.55	.44
2	.15	.7	.3
3	.1	.8	.2
4	.07	.87	.13
5	.04	.91	.09
6	.03	.94	.06
7	.02	.96	.04
8	.01	.97	.03
9	.01	.98	.02
10	.01	.99	.01
11	.0	1	.01

ნახ.24

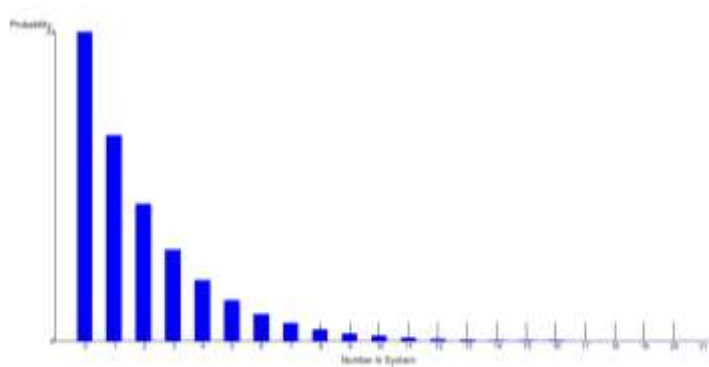
ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა, რომ სამრეცხაო თავისუფალია (K=0):

$$P_0=0,33,$$

ხოლო ალბათობები იმისა, რომ სამრეცხაოში არის 1,2,3,...,11 მანქანა:

$$P_1=0,22, P_2=0,15, P_3=0,1, \dots, P_{11}=0.$$

ეს ალბათობები გრაფიკის სახით მოცემულია 25-ე ნახაზზე. ამისათვის Cascade მენიუში ვუთითებთ მესამე სტრიქონს - 3Graphs of Probabilities.

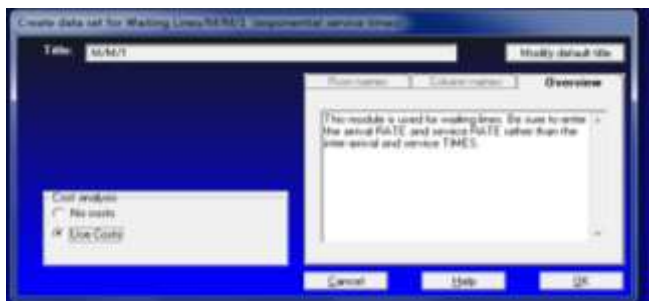


ნახ.25

ბ) შევაფასოთ სამრეცხაოს მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის გამოყენებით.

ვთქვათ, სამრეცხაოში მომსახურება პირობითათ ღირს 2,5 ლარი/საათში, ხოლო ავტომანქანის მფლობელს ერთი საათით მოცდენა უჯდება 5 ლარი.

ძირითადი მენიუს New სტრიქონის გაფართოებიდან M/M/1-ის ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოსულ დიალოგური ფორმის Cost analysis მეორე სტრიქონში ვირჩევთ Use Costs რეჟიმს (ნახ.26).



ნახ.26

OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.27).

Parameter	Value
M/M/1 (exponential service)	
Arrival rate (lambda)	2
Service rate (mu)	3
Number of servers	1
Server cost \$/time	2.5
Waiting cost \$/time	5

ნახ.27

პირველ ორ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ), Server cost \$/time და Waiting cost \$/time მეოთხე და მეხუთე სტრიქონებში შესაბამისად 2,5 და 5 ლარი. Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.28).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/1 (exponential service)		Average server utilization	.67		
Arrival rate (lambda)	2	Average number in the queue (Lq)	1.33		
Service rate (mu)	3	Average number in the system (Ls)	2		
Number of servers	1	Average time in the queue (Wq)	.67	40	2400
Server cost \$/time	2.5	Average time in the system (Ws)	1	60	3600
Waiting cost \$/time	5	Cost (Labor + # waiting * wait cost)	9.17		
		Cost (Labor + # in system * wait cost)	12.8		

ნახ.28

პირველი ხუთი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში. განხილული ამოცანისათვის შეეძლება პარამეტრი $Cost (Labor + \# \text{ waiting} * \text{wait cost})$ - არის რიგში მოცდენისა და სამრეცხაოს მომსახურების საათობრივი ჯამური ხარჯი, რაც 9,17 ლარს შეადგენს. $Cost (Labor + \# \text{ in sistem} * \text{wait cost})$ მეშვიდე პარამეტრიც წარმოადგენს სამრეცხაოში ავტომანქანის მომსახურებისა და მოცდენის საათობრივ ხარჯებს და ისინი შეადგენენ 12,5 ლარს.

მრავალარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა შეუზღუდავი რიგით (ლოდინით) – M/M/S

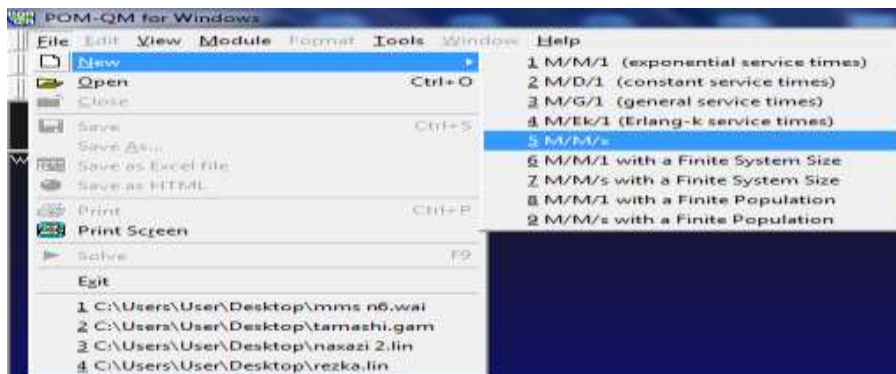
განვიხილოთ მრავალარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა (მმს) შეუზღუდავი რიგით:

„მმს არის ავტოგასამართი სადგური საწვავის 5 ჩამომხსმელი მოწყობილობით. სადგურში შემოსული ავტომანქანების ნაკადი უმარტივესია და მისი ინტენსიურობაა 35 მანქანა/საათში. საწვავით ავზის შევსება ხდება საშუალოდ 3 წუთში. რიგში შესაძლებელია ნებისმიერი რაოდენობის ავტომანქანების დგომა. განსაზღვრეთ გასამართი ავტოსადგურის მუშაობის ეფექტურობა“.

ა) განვსაზღვროთ გასამართი სადგურის რაოდენობრივი მახასიათებლები. საწყისი მონაცემები: $\lambda=35$ მანქანა/სთ, $T_{\text{მოშ.}}=3$ წთ $=3/60$ სთ $=1/20$ სთ, $n=5$.

მომსახურებული ავტომანქანების (გამომავალი ნაკადის) ინტენსიურობა $\mu=1/T_{\text{მოშ.}}=20$ მანქანა/სთ.

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ Module პროგრამული მოდულების ჩამონათვლიდან ვირჩევთ Waiting Lines მოდულს და შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.29).



ნახ.29

New სტრიქონის გაფართოებაში ვირჩევთ M/M/S მეხუთე სტრიქონს და გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.30).



ნახ.30

პირველ სტრიქონში - Title შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. Cost analysis მეორე სტრიქონში ვირჩევთ No Costs რეჟიმს. OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.31).

Cost analysis		Time unit (arrival, service rate)
<input checked="" type="checkbox"/> No costs		hours
<input type="checkbox"/> Use Costs		
Parameter	Value	
M/M/s		
Arrival rate (lambda)	35	
Service rate (mu)	20	
Number of servers	5	

ნახ.31

Time Unit [arrival, service rate] სტრიქონში უნდა მიეთითოს λ -ს და μ -ს დროის განზომილება (წთ, სთ, დღე-ღამე და ა.შ.). Waiting Lines მოდულის არჩევისას განზომილება ავტომატურად მითითებულია საათებში – „hours“, რაც ემთხვევა მოცემული Arrival rate (lambda) სტრიქონში შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა 35, Service rate(mu) სტრიქონში - μ -ს მნიშვნელობა – 20, ხოლო Number of servers სტრიქონში– n-ის მნიშვნელობა – 5.

Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.32).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/s		Average server utilization	.35		
Arrival rate (lambda)	35	Average number in the queue (Lq)	.02		
Service rate (mu)	20	Average number in the system (Ls)	1.77		
Number of servers	5	Average time in the queue (Wq)	0	03	3.08
		Average time in the system (Wq)	08	3.03	183.03

ნახ.32

ამოცანის ამოხსნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ალბათობა იმისა, რომ ავტომანქანა მიიღებს უარს მომსახურებაზე (ყველა ჩამოსასხმელი მოწყობილობა დაკავებულია):

$$P_{\text{უ.თ.}}=0,35.$$

2. რიგში მდგომი მანქანების საშუალო რაოდენობა:

$$L_q=0,02 \text{ მანქანა.}$$

3. გასამართ სადგურში მყოფი მანქანების საშუალო რაოდენობა:

$$L_s=1,77 \text{ მანქანა.}$$

4. რიგში ლოდინის საშუალო დრო:

$$W_q=0 \text{ სთ } =0,03 \text{ წთ.}$$

5. გასამართ სადგურში ლოდინის საშუალო დრო:

$$W_s=0,05 \text{ სთ } =3,03 \text{ წთ.}$$

ალბათობები იმისა, რომ გასამართ სადგურში იმყოფება K რაოდენობის ავტომანქანა, შესაძლებელია გავიკოთ Cascade მენიუში 2 Table of Probabilities მეორე სტრიქონის მითითებით (ნახ.33).

k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys <= k)	Prob (num in sys > k)
0	.17	.17	.83
1	.3	.48	.52
2	.27	.74	.26
3	.15	.9	.1
4	.07	.96	.04
5	.02	.99	.01
6	.01	1	.0
7	.0	1	.0

ნახ.33

ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა, რომ გასამართი სადგურის ყველა ჩამოსასხმელი მოწყობილობა თავისუფალია (K=0):

$$P_0=0,17.$$

ხოლო ალბათობები იმისა, რომ გასამართ სადგურში იმყოფება 1,2,3, ... ,7 ავტომანქანა, ტოლია:

$$P_1=0,3; P_2=0,27; P_3=0,15; P_4=0,07; P_5=0,02; P_6=0,01; P_7=0.$$

წინა ამოცანისაგან განსხვავებით, ამ ამოცანის ამონახსნში შესაძლებელია გავივით თითოეული ჩამოსასხმელი მოწყობილობის სხვადასხვა მახასიათებელი. ამისათვის Cascade მენიუში ვირჩევთ 3 Sensitivity to num servers მესამე სტრიქონს და ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.34).

Sensitivity to num servers						
MMS Solution						
	1	2	3	4	5	6
Average server utilization		.88	.58	.44	.35	.29
Average number in the queue (Lq)		5.72	.47	.09	.02	.0
Average number in the system (Ls)		7.47	2.22	1.84	1.77	1.75
Average time in the queue (Wq)		.16	.01	.0	.0	.0
Average time in the system (Ws)		.21	.06	.06	.05	.05

ნახ.34

ცხრილიდან ჩანს:

1. ალბათობები იმისა, რომ საწვავის ჩამოსასხმელი 1-ლი, მე-2, მე-3, მე-4 და მე-5 მოწყობილობები დაკავებულია (სტრიქონი Average server utilization), უდრის: $P_{ლაკ,1}=0,88$; $P_{ლაკ,2}=0,58$; $P_{ლაკ,3}=0,44$; $P_{ლაკ,4}=0,35$; $P_{ლაკ,5}=0,29$.

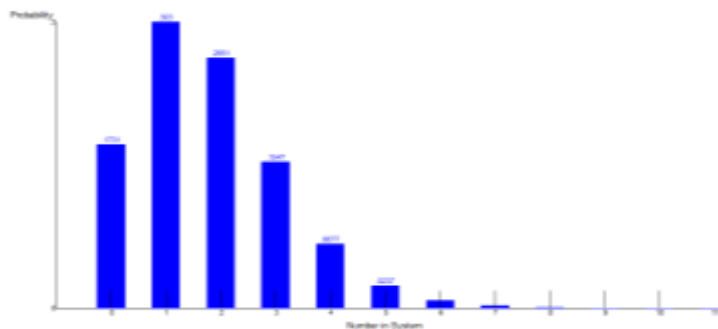
2. რიგში მდგომი მანქანების საშუალო რაოდენობა ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით: $L_{q1}=5,72$ მანქ.; $L_{q2}=0,47$ მანქ.; $L_{q3}=0,09$ მანქ.; $L_{q4}=0,02$ მანქ.; $L_{q5}=0$ მანქ.

3. გასამართ სადგურში მყოფი ავტომანქანების საშუალო რაოდენობა ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით: $L_{s1}=7,47$ მანქ.; $L_{s2}=2,22$ მანქ.; $L_{s3}=1,84$ მანქ.; $L_{s4}=1,77$ მანქ.; $L_{s5}=1,75$ მანქ.

4. ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით რიგში ლოდინის საშუალო დრო: $W_{q1}=0,16$ სთ; $W_{q2}=0,01$ სთ; $W_{q3}=0$ სთ; $W_{q4}=0$ სთ; $W_{q5}=0$ სთ.

5. ჩამოსასხმელი მოწყობილობების მიხედვით გასამართ სადგურში ლოდინის საშუალო დრო: $W_{s1}=0,21$ სთ; $W_{s2}=0,06$ სთ; $W_{s3}=0,05$ სთ; $W_{s4}=0,05$ სთ; $W_{s5}=0,05$ სთ.

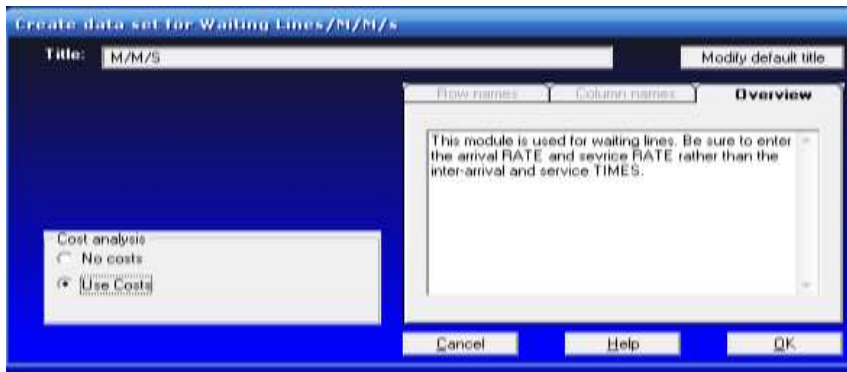
ალბათობები გრაფიკის სახით მოცემულია 35-ე ნახზზე. ამისათვის Cascade მენიუში ვუთითებთ მესამე სტრიქონს - 4 Graphs of Probabilities.



ნახ.35

ბ) შევაფასოთ ავტოგასამართი სადგურის მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის მეშვეობით. ვთქვათ, რომ ავტომანქანის მომსახურება პირობითად ღირს 2 ლარი/საათში, ხოლო ავტომანქანის მოცდენა მძღოლს პირობითად უჯდება 5 ლარი/საათში.

New ძირითადი მენიუს სტრიქონის გაფართოებიდან M/M/S-ის ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოვლულ დიალოგური ფორმის Cost analisys მეორე სტრიქონში ვირჩევთ Use Costs რეჟიმს (ნახ.36).



ნახ.36

OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.37).

Cost analysis	
<input type="radio"/> No costs <input checked="" type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
M/M/s	
Arrival rate(lambda)	35
Service rate(mu)	20
Number of servers	5
Server cost \$/time	2
Waiting cost \$/time	5

ნახ.37

პირველ სამ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ და n), ხოლო Server cost \$/time და Waiting cost \$/time მეოთხე და მეხუთე სტრიქონებში - შესაბამისად 2 და 5 ლარი.

Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.38).

Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/s			
Arrival rate(lambda)	35		
Service rate(mu)	20		
Number of servers	5		
Server cost \$/time	2		
Waiting cost \$/time	5		
Average server utilization	0.2		
Average number in the system(Lq)	1.77		
Average number in the system(Ls)	0	0.05	3.00
Average time in the queue(Wq)	0.05	3.00	182.00
Average time in the system(Ws)	10.1		
Cost (Labor + # in system*wait cost)	18.85		

ნახ.38

პირველი ხუთი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში. განხილული ამოცანისათვის Cost (Labor + # waiting*wait cost) მეექვსე პარამეტრი არის რიგში მოცდენისა და სადგურის მომსახურების საათობრივი ჯამური ხარჯები, რაც 10,1 ლარს შეადგენს, ხოლო Cost (Labor + # in system*wait cost) მეშვიდე პარამეტრი - სადგურში ავტომატის მომსახურებისა და მოცდენის საათობრივი ხარჯებია და შეადგენს 18,85 ლარს.

ერთარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა შეზღუდული რიგით (უარის თქმით) – M/M/1 with a Finite System Size

მასობრივი მომსახურების სისტემების (მმს) მუშაობა შეიძლება შეფასებულ იქნეს, როგორც რაოდენობრივი მაჩვენებლებით, ასევე ფულადი დანახარჯების თვალსაზრისით.

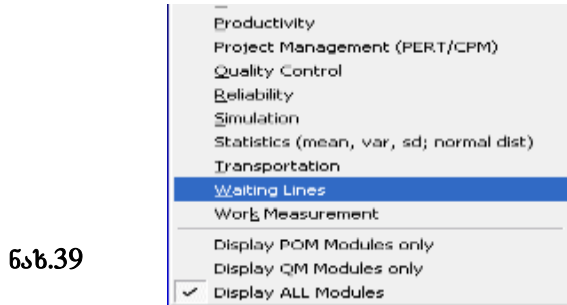
განვიხილოთ ერთარხიანი მმს-ის შემდეგი მაგალითი: „სპეციალიზებული დიაგნოსტიკური პუნქტი არის ერთარხიანი მმს. ავტომატისათვის, რომლებიც ელოდებიან დიაგნოსტიკას, სადგომების რაოდენობა შეზღუდულია და უდრის 3-ს. თუ ყველა სადგომი დაკავებულია, დიაგნოსტიკისათვის შემოსული მანქანა

რიგში არ დგება და ტოვებს პუნქტს. სადიაგნოსტიკოდ შემოსული მანქანების ნაკადის ინტენსიურობაა – 0,85 მანქ/სთ. ერთი მანქანის დიაგნოსტიკა საშუალოდ გრძელდება 1,05 საათს. განსაზღვრეთ დიაგნოსტიკური პუნქტის მუშაობის მახასიათებლები“.

ა) განვსაზღვროთ პუნქტის მუშაობის რაოდენობრივი პარამეტრები. საწყისი მონაცემებია: $\lambda = 0,85$ მანქ/სთ, $T_{მოშ.}=1,05$ სთ, $n = 1$, $m=3$.

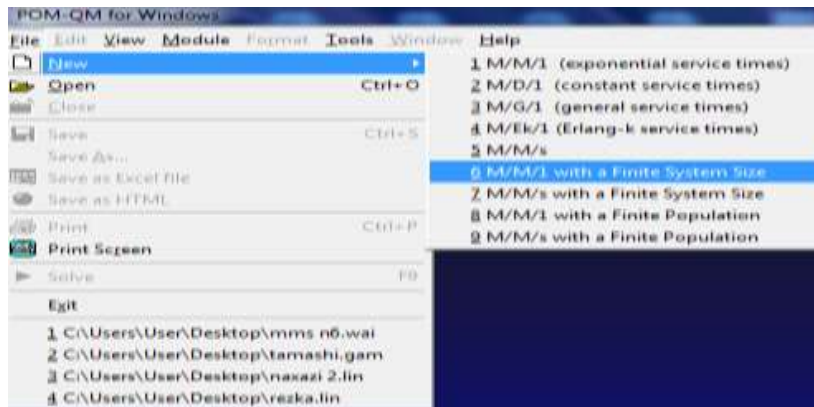
განვსაზღვროთ გამომავალი ნაკადის (მომსახურებული მანქანების) ინტენსიურობა: $\mu=1/T_{მოშ.}=1/1,05=0,952$ მანქ/სთ.

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ ეკრანზე გამოჩდება მენიუ Module (ნახ.39), რომელშიც მიუთითებთ Waiting Lines მმს-ის მოდულს.



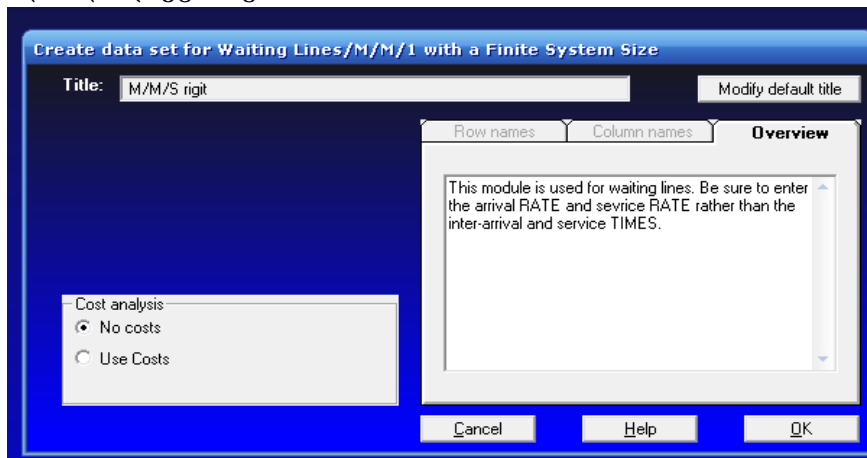
ნახ.39

მოდულის არჩევის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.40), რომლის ძირითადი მენიუს სტრიქონში File მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს და ამ სტრიქონის გაფართოებიდან შევქვეყნებთ სტრიქონს – 6 M/M/1 with a Finite System Size.



ნახ.40

ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.41).



ნახ.41

Title პირველ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის დასახელება. Costanalysis მეორე სტრიქონში ვირჩევთ No Costs რეჟიმს. ეს ნიშნავს, რომ შემდგომში სრულდება მმს-ის მხოლოდ რაოდენობრივი მახასიათებლების ანგარიში. OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.42).

Cost analysis	
<input checked="" type="radio"/> No costs <input type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
MM/M1 with a Finite System Size	
Arrival rate(lambda)	.85
Service rate(mu)	.952
Number of servers	1
Maximum system size	4

ნახ.42

Time Unit [arrival, service rate] სტრიქონში უნდა მიეთითოს λ -სა და μ -ს დროის განზომილება (წთ, სთ, დღე-ღამე და ა.შ.). Waiting Lines მოდულის არჩევისას განზომილება ავტომატურად მითითებულია საათებში – „hours“, რაც ემთხვევა მოცემული ამოცანის პირობებს, ამიტომ მას არ ვცვლით. ცხრილის Arrival rate (lambda) სტრიქონში შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა – 0,85, Service rate(mu) სტრიქონში – μ -ს მნიშვნელობა – 0,952. ვინაიდან ლაბორატორიულ საშუალოში განიხილება ერთარხიანი მმს, Number of servers სტრიქონში ავტომატურად დაფიქსირებულია 1.

Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგი, რომელსაც თან ახლავს ეკრანზე გამოსატანი სასურველი პარამეტრების ჩამონათვალი Cascade მენიუმში (მმს-ის მახასიათებლები, ალბათობათა მნიშვნელობები, ალბათობათა გრაფიკული გამოსახულება) (ნახ.43).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
MM/M1 with a Finite System Size		Average server utilization	782		
Arrival rate(lambda)	0.85	Average number in the queue(Lq)	1.022		
Service rate(mu)	0.952	Average number in the system(Ls)	1.775		
Number of servers	1	Average time in the queue(Wq)	1.427	00:04.2	01:06.517
Maximum system size	4	Average time in the system(Ws)	2.478	1:45.067	02:00.029
		Probability that system is full	718		
		Probability that system is full	157		

ნახ.43

ამოცანის ამოხსნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ალბათობა იმისა, რომ ავტომანქანა მიიღებს უარს მომსახურებაზე (მრეცხავი დაკავებულია):

$$P_{უ.თ.} = 0,157.$$

2. ალბათობა იმისა, რომ სადიაგნოსტიკო პუნქტში ავტომანქანების საშუალო რაოდენობა მეტია 0-ზე (Average server utilization):

$$P_{n>0} = 0,752.$$

3. ავტომანქანების რიგის საშუალო სიგრძე (Average number in the queue):

$$L_q = 1,022 \text{ მანქ.}$$

4. ავტომანქანების საშუალო რაოდენობა სადიაგნოსტიკო პუნქტში (Average number in the system):

$$L_s = 1,775 \text{ მანქ.}$$

5. რიგში ავტომანქანების ყოფნის საშუალო დრო (Average time in the queue):

$$W_q = 0,67.$$

6. დიაგნოსტიკურ პუნქტში მანქანების ყოფნის საშუალო დრო (Average time in the system):

$$W_s = 2,478 \text{ სთ.}$$

სადიაგნოსტიკო პუნქტში მდგომარეობის ალბათობათა ნახვა შესაძლებელია Cascade მენიუში 2 Table of Probabilities მეორე სტრიქონის მითითებით. ეკრანზე გამოდის ალბათობათა ცხრილი (ნახ.44).

k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys <= k)	Prob (num in sys >= k)
0	.248	.248	.752
1	.221	.469	.531
2	.197	.666	.334
3	.176	.843	.157
4	.157	1	0

ნახ.44

ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა, რომ დიაგნოსტიკური პუნქტი თავისუფალია ($K=0$):

$$P_0=0,248,$$

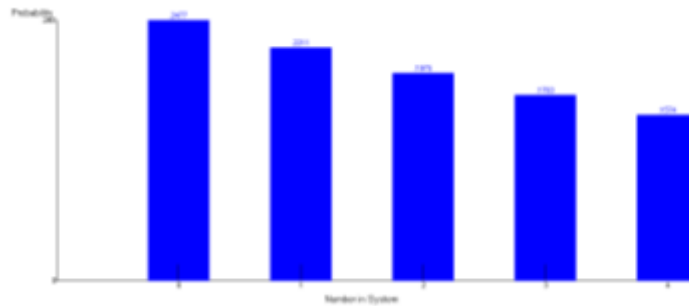
ხოლო ალბათობები იმისა, რომ პუნქტში არის 1,2,3 და 4 მანქანა:

$$P_1=0,221, P_2=0,197, P_3=0,176, P_4=P_{\text{უ.თ.}}=0,157.$$

ალბათობა იმისა, რომ პუნქტში ახალმოსულ ავტომანქანას მოუწევს ცდა:

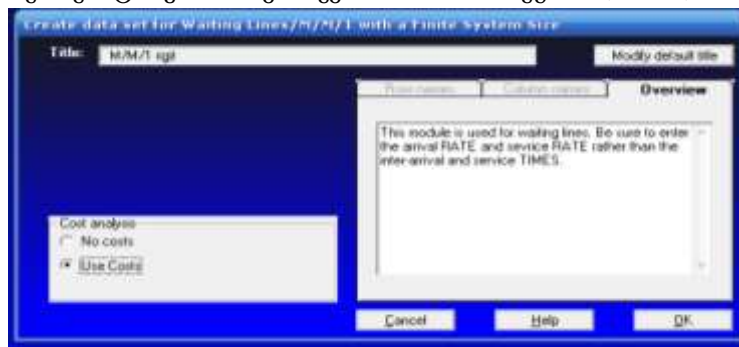
$$P_{n>0}=0,752.$$

ამ ალბათობების გრაფიკული სახე მოცემულია 45-ე ნახზზე. ამისათვის Cascade მენიუში ვუთითებთ 3 Graphs of Probabilities მესამე სტრიქონს.



ნახ.45

ბ) შევაფასოთ სადიაგნოსტიკო პუნქტის მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის გამოყენებით. ვთქვათ, პუნქტში მომსახურება პირობითად ღირს 2,5 ლარი/საათში, ხოლო ავტომანქანის მფლობელს ერთი საათით მოცდენა უჯდება 10 ლარი. ძირითადი მენიუს New სტრიქონის გაფართოებიდან M/M/1 with a Finite System Size-ს ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოსული დიალოგური ფორმის Cost analysis მეორე სტრიქონში ვირჩევთ Use Costs რეჟიმს (ნახ.46).



ნახ.46

OK ლილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.47).

Cost analysis	
<input type="radio"/> No costs <input checked="" type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
MM/M with a Finite System Size	
Arrival rate(λ)	85
Service rate(μ)	.952
Number of servers	1
Maximum system size	4
Server cost \$/time	2.5
Waiting cost \$/time	10

ნახ.47

პირველ ორ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ), ხოლო Server cost \$/time და Waiting cost \$/time მეოთხე და მეხუთეში სტრიქონებში - შესაბამისად 2,5 და 10 ლარი. Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.48).

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
MM/M with a Finite System Size		Average server utilization	752		
Arrival rate(λ)	85	Average number in the queue(Lq)	1.022		
Service rate(μ)	.952	Average number in the system(Ls)	1.775		
Number of servers	1	Average time in the queue(Wq)	1.427	85.642	81.38517
Maximum system size	4	Average time in the system(Ws)	2.429	145.667	88.28026
Server cost \$/time	2.5	Effective arrival rate	716		
Waiting cost \$/time	10	Probability that system is full	.157		
		Cost (Labor + # waiting*wait cost)	12.723		
		Cost (Labor + # in system*wait cost)	20.246		

ნახ.48

პირველი შეიდი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში განხილული ამოცანისათვის. Cost (Labor + # waiting*wait cost) მერვე პარამეტრი არის რიგში მოცდენისა და პუნქტში მომსახურების საათობრივი ჯამური ხარჯები, რაც შეადგენს 12,723 ლარს, Cost (Labor + # in sistem*wait cost) მეცხე პარამეტრი - სადიაგნოსტიკო პუნქტში ავტომანქანის მომსახურებაზე გაწეული ხარჯების რაოდენობა და მოცდენის საათობრივი ხარჯების ჯამია, რომელიც 20,246 ლარს შეადგენს

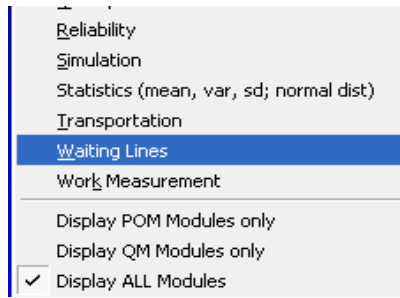
მრავალარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა შეზღუდული რიგით (უარის თქმით) – MM/M/S with a Finite System Size

განვიხილოთ მრავალარხიანი მასობრივი მომსახურების სისტემა (მმს) შეზღუდული რიგით:

„საბარგო სადგურს აქვს 2 გადმოსატვირთი ბაქანი. დასაცლელი ვაგონების შემოსვლის ინტენსიურობა შეადგენს 0,4 ვაგონი/დღე-ღამეში. დაცლის საშუალო დროა 2 დღე-ღამე. იმ შემთხვევაში, თუ დასაცლელად რიგში დგას 3 ვაგონი, შემოსული შემადგენლობა ექვემდებარება გადამისამართებას სხვა სადგურში. განსაზღვრეთ: ა) საბარგო სადგურის მუშაობის რაოდენობრივი მაჩვენებლები; ბ) სადგურის მუშაობის ეკონომიკური მაჩვენებლები“.

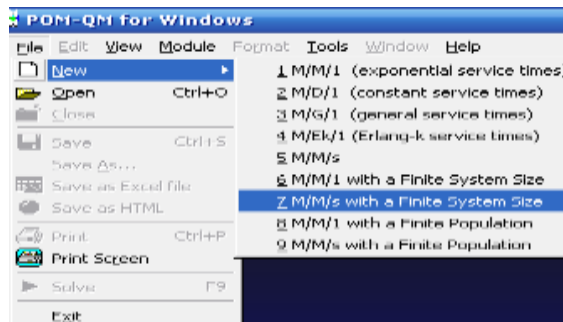
ა)განვსაზღვროთ სადგურის რაოდენობრივი მაჩვენებლები. საწყისი მონაცემებია: $\lambda=0,4$ ვაგონი/დღე-ღამეში; $T_{მოშ.}=2$ დღე-ღამე; $n=2$; $m=3$. განვსაზღვროთ გამოძავალი ვაგონების ნაკადის დაცლის ინტენსიურობა: $\mu=1/T_{მოშ.}=1/2=0,5$ ვაგონი/დღე-ღამეში.

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ პროგრამული მოდულების Module ჩამონათვალიდან ვირჩევთ Waiting Lines მოდულს (ნახ.49).



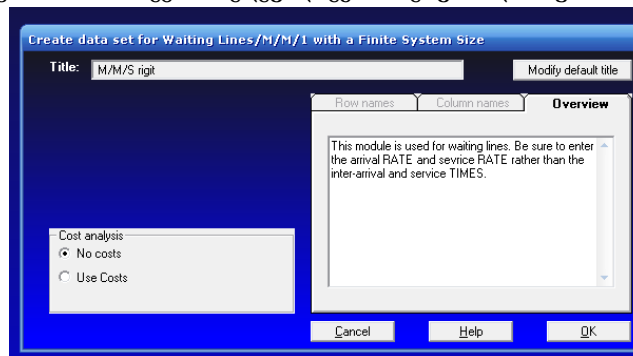
ნახ.49

მოდულის არჩევის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.50), რომლის ძირითადი მენიუს სტრუქტურაში File მენიუდან ვირჩევთ New სტრუქტურას და ამ სტრუქტურის გაფართოებიდან- 7M/M/S with a Finite System Size მეშვიდე სტრუქტურას.



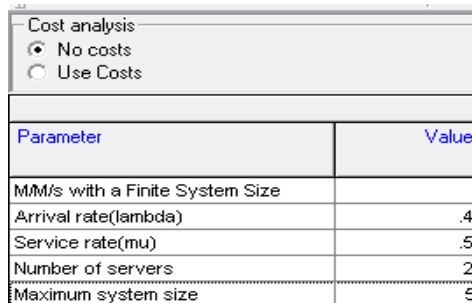
ნახ.50

ამ სტრუქტურის ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოდის ფორმა (ნახ.51).



ნახ.51

Title პირველ სტრუქტურაში შეგვაქვს ამოცანის დასახელება, Cost analysis მეორე სტრუქტურაში ვირჩევთ No Costs რეჟიმს. OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.52).



ნახ.52

Time Unit [arrival, service rate] სტრუქტურაში უნდა მიეთითოს λ -ს და μ -ს დროის განზომილება (წთ, სთ, დღე-ღამე და ა.შ.). Waiting Lines მოდულის არჩევისას განზომილება ავტომატურად მითითებულია საათებში – hours, ხოლო ამ ამოცანაში განზომილება არის დღე-ღამე, ამიტომ სტრუქტურის ჩამოშლაში გუთითებთ days. ცხრილის Arrival rate (lambda) სტრუქტურაში შეგვაქვს λ -ს მნიშვნელობა – 0,4, Service

rate(μ) სტრიქონში - μ -ს მნიშვნელობა – 0,5, Number of servers სტრიქონში n -ის მნიშვნელობა – 2 და Maximum system size სტრიქონში n -ის და m -ის ჯამი – 5.

Solve ლილაკზე დაჭერის შემდეგ გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.53).

Parameter	Value	Parameter	Value	Hours (based on 8 hr day)	Hours (based on 24 hr day)
M/M/1 with a Finite System Size	4	Average server utilization	.4		
Arrival rate(λ per hr)	.4	Average number in the queue(L_q)	.13		
Service rate(μ per hr)	.5	Average number in the system(L_s)	.92		
Number of servers	2	Average time in the queue(W_q)	.32	2.56	7.68
Maximum system size	5	Average time in the system(W_s)	2.32	18.56	56.62
		Effective arrival rate	.4		
		Probability that system is full	.01		

ნახ.53

ამოცანის ამოსხნის შედეგებიდან ჩანს:

1. ალბათობა იმისა, რომ ვაგონი მიიღებს უარს დაცლაზე (ორივე ბაქანი დაკავებულია) - სტრიქონი Probability system is full:

$$P_{n=m} = 0,01.$$

2. ალბათობა იმისა, რომ სადგურში ვაგონების საშუალო რაოდენობა მეტია 0-ზე – სტრიქონი Average server utilization:

$$P_{n>0} = 0,4.$$

3. ვაგონების რიგის საშუალო სიგრძე – სტრიქონი Average number in the queue:

$$L_q = 0,13 \text{ ვაგონი.}$$

4. ვაგონების საშუალო რაოდენობა სადგურში – სტრიქონი Average number in the system:

$$L_s = 0,92 \text{ ვაგონი.}$$

5. ვაგონის რიგში ყოფნის საშუალო დრო – სტრიქონი Average time in the queue:

$$W_q = 0,32 \text{ დღე-ღამე.}$$

6. სადგურში ვაგონების ყოფნის საშუალო დრო:

$$W_s = 2,32 \text{ დღე-ღამე.}$$

ალბათობები იმისა, რომ სადგურში იმყოფება K რაოდენობის ვაგონი, შესაძლებელია გავიგოთ Cascade მენიუში (ნახ.5) მეორე სტრიქონის - 2 Table of Probabilities მითითებით. ეკრანზე გამოდის ალბათობათა ცხრილი (ნახ.54).

k	Prob (num in sys = k)	Prob (num in sys <= k)	Prob (num in sys <= k)
0	.43	.43	.57
1	.34	.78	.22
2	.14	.91	.09
3	.06	.97	.03
4	.02	1	.01
5	.01	1	0

ნახ.54

ცხრილიდან ჩანს, ალბათობა იმისა, რომ სადგური თავისუფალია ($K=0$):

$$P_0 = 0,43,$$

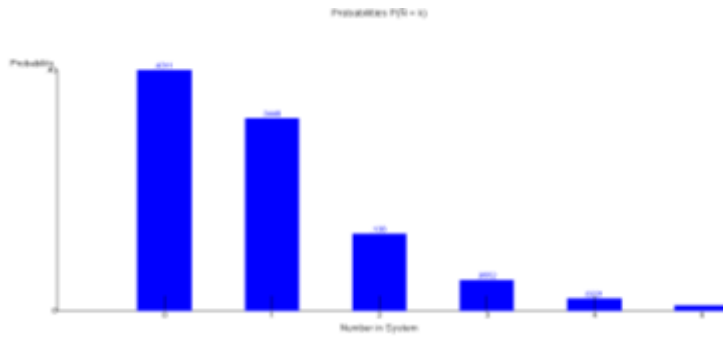
ხოლო ალბათობები იმისა, რომ სადგურში არის 1,2,3,4 და 5 ვაგონი:

$$P_1 = 0,34; P_2 = 0,14; P_3 = 0,06; P_4 = 0,02; P_5 = P_{n=m} = 0,1.$$

ალბათობა იმისა, რომ სადგურში შემოსულ ახალ შემადგენლობას მოუწევს ცდა:

$$P_{n>0} = 0,57.$$

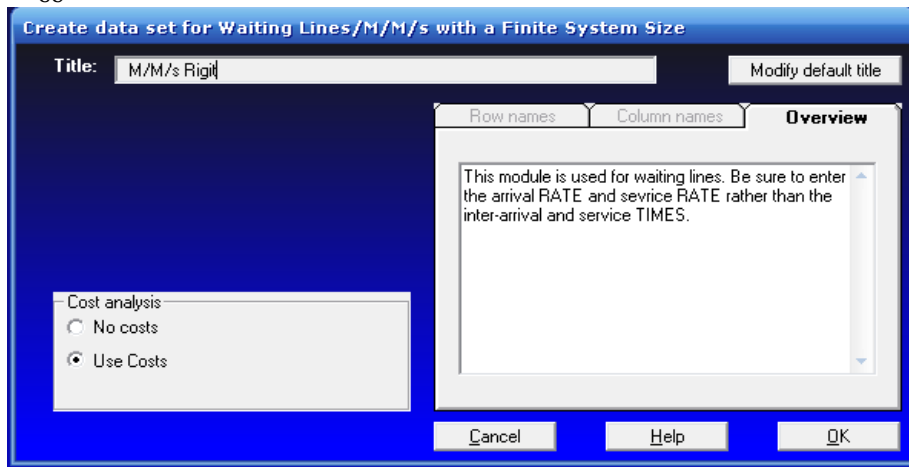
ამ ალბათობათა გრაფიკული სახე მოცემულია 55-ე ნახაზზე. ამისათვის მენიუში Cascade ვუთითებთ 3 Graphs of Probabilities მესამე სტრიქონს.



ნახ.55

ბ) შევაფასოთ სადგურის მუშაობის ეფექტურობა ეკონომიკური ანალიზის გამოყენებით. ვთქვათ, გადმოსატვირთი ბაქნის მოცდენასთან დაკავშირებული ხარჯები არის 80 ლარი/დღე-ღამეში, ხოლო ვაგონის მოცდენისა, როცა ის დგას რიგში – 105 ლარი/დღე-ღამეში.

ანალიზისათვის ძირითადი მენიუს New სტრიქონის გაფართოვებიდან 7 M/M/s with a Finite System Size-ს ამორჩევის შედეგად ეკრანზე გამოსული დიალოგური ფორმის Cost analysis მეორე სტრიქონში ვირჩევთ Use Costs რეჟიმს (ნახ.56).



ნახ.56

OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.57).

Cost analysis	
<input type="radio"/> No costs <input checked="" type="radio"/> Use Costs	
Parameter	Value
M/M/s with a Finite System Size	
Arrival rate(λ)	.4
Service rate(μ)	.5
Number of servers	2
Maximum system size	2
Server cost \$/time	80
Waiting cost \$/time	105

ნახ.57

პირველ ოთხ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის რიცხვითი პარამეტრები (λ , μ , n , m), ხოლო Server cost \$/time და Waiting cost \$/time მეხუთე და მეექვსე სტრიქონებში შესაბამისად 80 და 105 ლარი. Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ანალიზის შედეგები (ნახ.58).

M/M/1 qnt solution					
Parameter	Value	Parameter	Value	Hours (based on 8 hr day)	Hours (based on 24 hr day)
M/M/1s with a Finite System Size		Average server utilization	.4		
Arrival rate (lambda)	.4	Average number in the queue (Lq)	.13		
Service rate (mu)	.5	Average number in the system (Ls)	.92		
Number of servers	2	Average time in the queue (Wq)	.32	2.54	7.62
Maximum system size	5	Average time in the system (Ws)	2.32	18.54	55.62
Server cost \$/time	80	Effective arrival rate	.4		
Waiting cost \$/time	105	Probability that system is full	.01		
		Cost (Labor + # waiting*wait cost)	173.21		
		Cost (Labor + # in system*wait cost)	256.47		

ნახ.58

პირველი შვიდი პარამეტრის შინაარსი და მნიშვნელობები იგივეა, რაც ა)-ში განხილულ ამოცანისათვის. მერვე პარამეტრი Cost (Labor + # waiting*wait cost) არის ვაგონის რიგში მოცდენისა და მისი მომსახურების ჯამური ხარჯები, რაც 173,21 ლარს შეადგენს.

Cost (Labor + # in sistem*wait cost) პარამეტრი სადგურში ვაგონის დაცლაზე გაწეული ხარჯის რაოდენობაა, რომელიც ტოლია 256,47 ლარისა.

პრაქტიკული სამუშაო №9

მატრიცული თამაშების ამოხსნა

ა) განვსაზღვროთ შემდეგი მატრიცული თამაშის ოპტიმალური სტრატეგიები (ცხრილი 1).

ცხრ.1

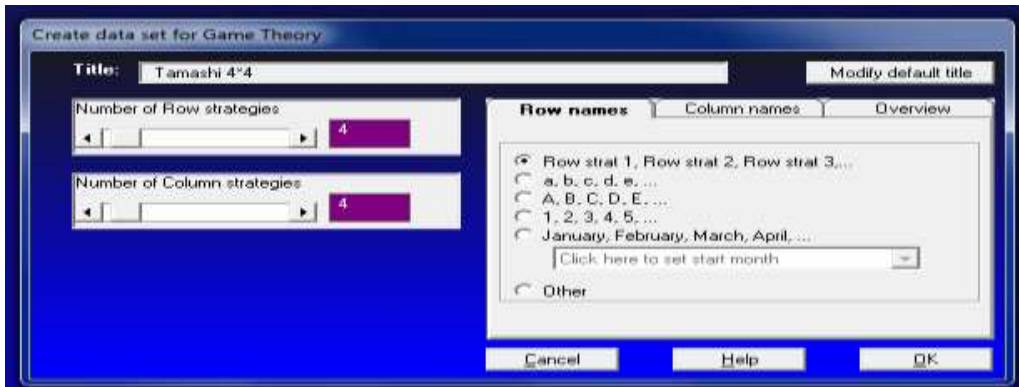
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	2	4	1	3
A ₂	5	8	2	4
A ₃	6	9	3	2
A ₄	7	10	8	9

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ პროგრამული Module მოდულების ჩამონათვალიდან ვირჩევთ Game Theory მოდულს (ნახ.59).



ნახ.59

მოდულის არჩევის შემდეგ ძირითადი მენიუს სტრიქონში File ვირჩევთ New სტრიქონს და ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.60).



ნახ.60

Title პირველ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის დასახელება, Number of Row strategies მეორე სტრიქონში - ცხრილის სტრიქონების რაოდენობა – 4, Number of Column strategies მესამე სტრიქონში - სვეტების რაოდენობა – 4, მეოთხე სტრიქონში (Row names) ვირჩევთ შეზღუდვებში სტრიქონების დასახელების ტიპს (მაგალითში არჩეულია რიცხვითი დასახელებები (Row star 1,...)). OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.61).

Tamashi unagira certilit				
	B 1	B 2	B3	B4
A1	2	4	1	3
A2	5	8	2	4
A3	6	9	3	2
A4	7	10	8	9

ნახ.61

პირველ სტრიქონში შეგვაქვს საგადასახლო მატრიცის პირველი სტრიქონი, მეორეში – მეორე და ა.შ. Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ გამოდის ამოხსნის შედეგები (ნახ.62).

Tamashi unagira certilit solution					
	B 1	B 2	B3	B4	Row Min
A1	2	4	1	3	0
A2	5	8	2	4	0
A3	6	9	3	2	0
A4	7	10	8	9	1
Column Min ->	1	0	0	0	
Value of game: to row	1				

ნახ.62

შედეგიდან ჩანს, რომ ოპტიმალური სტრატეგიებია A4 და B1. თამაშის ქვედა და ზედა ფასის ნახვა შესაძლებელია Cascade მენიუში 4 Maximin/Minimax მეოთხე სტრიქონის მითითებით. ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.63).

Tamashi unagra certilit solution						
	B 1	B 2	B3	B4	Row Minimum	Maxima
A1	2	4	1	3	1	
A2	5	8	2	4	2	
A3	6	9	3	2	2	
A4	7	10	8	9	7	7
Column Maximum	7	10	8	9		
Minimax	7					
Value=7						

ნახ.63

ცხრილიდან ჩანს, რომ თამაშს აქვს უნაგირა წერტილი. თამაშის ქვედა და ზედა ფასი ერთმანეთის ტოლია $\alpha = \beta = 7$.

თამაშის სტრატეგიების ნახვა შესაძლებელია Cascade მენიუს Results in list form მეხუთე სტრიქონში (ნახ.64).

Tamashi unagra certilit solution		
ROW		
A1		0
A2		0
A3		0
A4		1
COLUMN		
B 1		1
B 2		0
B3		0
B4		0

ნახ.64

ბ) თუ თამაშის რომელიმე მონაწილის სტრატეგიათა რაოდენობაა 2, მაშინ შესაძლებელია თამაშის ამოხსნა გეომეტრიულად. განვიხილოთ თამაში 2X4-ზე (ცხრილი 2).

ცხრ.2

	B1	B2	B3	B4
A1	1	3	5	4
A2	3	2	0	3

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ პროგრამული მოდულების Module ჩამონათვალში ვირჩევთ მოდულს Game Theory. მოდულის არჩევის შემდეგ ძირითადი მენიუს სტრიქონში File მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს. ეკრანზე გამოსულ დიალოგურ ფორმაში შეგვაქვს (იხ. „ა“ ამოცანა) ამოცანის დასახელება, სტრიქონებისა და სვეტების რაოდენობა – 2 და 4, სტრიქონების ტიპები. OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოსულ ცხრილში (ნახ.65) შეგვაქვს საგადასახადო მატრიცის (ცხრილი 1) მონაცემები:

	B1	B2	B3	B4
A1	1	3	5	4
A2	3	2	0	3

ნახ.65

Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის ამოცანის ამოხსნის შედეგები (ნახ.66).

	B1	B2	B3	B4	Row Mix
A1	1	3	5	4	.43
A2	3	2	0	3	.57
Column Mix-->	.71	0	.29	0	
Value of game: (to row)	2.14				

ნახ.66

შედეგიდან ჩანს, რომ A მოთამაშის ოპტიმალური სტრატეგიებია A₁ და A₂, ხოლო B მოთამაშისა – B₁ და B₃. თამაშის ფასია – 2, 14. თამაშის ქველა და ზედა ფასების ნახვა შესაძლებელია Cascade მენიუში მეოთხე სტრიქონის - 4 Maximin/Minimax-ის მითითებით. ეკრანზე გამოდის ცხრილი (ნახ.67).

	B1	B2	B3	B4	Row Minimum	Maximin
A1	1	3	5	4	1	1
A2	3	2	0	3	0	
Column Maximum	3	3	5	4		
Minimax	3	3				

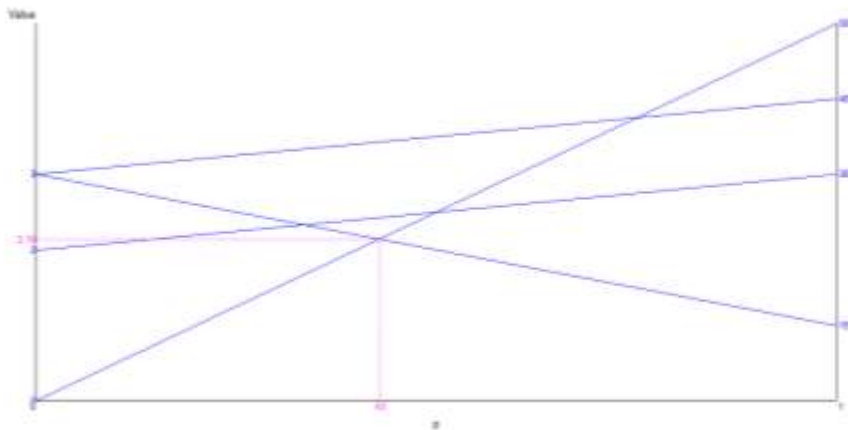
ნახ.67

ცხრილიდან ჩანს, რომ თამაშის ქველა ფასი $\alpha=1$, ხოლო ზედა $\beta=3$. ოპტიმალური სტრატეგიების შერევის სისშირეები შესაძლებელია გავიგოდ Cascade მენიუში 5 Results in list form მეხუთე სტრიქონის მითითებით. გამოდის ცხრილი (ნახ.68).

ROW	Value
A1	.43
A2	.57
COLUMN	Value
B1	.71
B2	0
B3	.29
B4	0

ნახ.68

ცხრილიდან ჩანს, რომ A მოთამაშემ თავისი A₁ და A₂ სტრატეგიები უნდა გამოიყენოს შესაბამისად 0,43 და 0,57 სისშირით, ხოლო B-მ - B₁ და B₃ სტრატეგიები– შესაბამისად 0,71 და 0,29 სისშირით. ამოცანის გეომეტრიული ამოხსნის ნახვა შესაძლებელია Cascade მენიუში მეექვსე სტრიქონის 6 Game Graph-ის მითითებით (ნახ.69):



ნახ.69

ნახაზზე P ლერძზე ნაჩვენებია A მოთამაშის A_1 სტრატეგიის შერევის სიხშირე – 0,43, ხოლო Value ლერძზე – თამაშის ფასი $v=2,14$.

გ) განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: „მოთამაშე A ფურცელზე წერს რიცხვებს 1 (სტრატეგია A_1), ან 2 (სტრატეგია A_2), ან 3 (სტრატეგია A_3). B მოთამაშე, თავის მხრივ, წერს რიცხვს 1 (სტრატეგია B_1), ან 2 (სტრატეგია B_2), ან 3 (სტრატეგია B_3), ან 4 (სტრატეგია B_4).

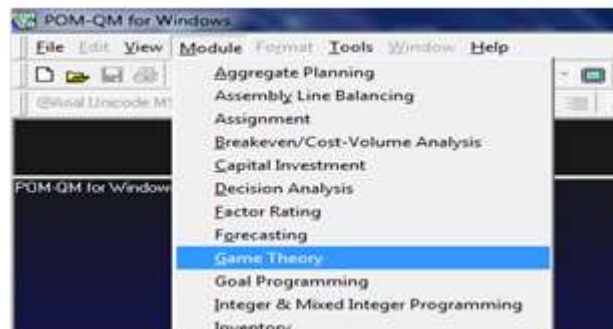
თუ A-სა და B-ს მიერ დაწერილი ორივე რიცხვი ლუწია ან კენტია, მაშინ A იგებს თანხას, რომელიც ამ რიცხვების ჯამის ტოლია. თუ ერთ-ერთი რიცხვი ლუწია, ხოლო მეორე კენტი, მაშინ B იგებს ამ რიცხვების ჯამის ტოლ თანხას. შეადგინეთ ამოცანის საგადასახადო მატრიცა და ამოხსენით.

ამოხსნა. თამაშის საგადასახადო მატრიცა მოცემულია მე-3 ცხრილში.

ცხრ.3

	B1	B2	B3	B4
A1	2	-3	4	-5
A2	-3	4	-5	6
A3	4	-5	6	-7

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ პროგრამული მოდულების Module ჩამონათვალიდან ვირჩევთ Game Theory მოდულს (ნახ.70).



ნახ.70

მოდულის არჩევის შემდეგ ძირითადი მენიუს სტრიქონში File მენიუდან ვირჩევთ New სტრიქონს და ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.71).



ნახ.71

Title პირველ სტრიქონში შეგვაქვს ამოცანის დასახელება, Number of Row strategies მეორე სტრიქონში - ცხრილის სტრიქონების რაოდენობა – 3, Number of Column strategies მესამე სტრიქონში - სვეტების რაოდენობა – 4. მეოთხე სტრიქონში (Row names) ვირჩევთ შეზღუდვებში სტრიქონების დასახელების ტიპს (მაგალითში არჩეულია რიცხვითი დასახელებები Row star 1,...). OK ღილაკზე დაჭერის შემდეგ ეკრანზე გამოდის დიალოგური ფორმა (ნახ.72).

Tamaai 3 * 4				
	Col strat 1	Col strat 2	Col strat 3	Col strat 4
Row strat 1	2	-3	4	-5
Row strat 2	-3	4	-5	6
Row strat 3	4	-5	6	-7

ნახ.72

პირველ სტრიქონში შეგვაქვს საგადასახადო მატრიცის პირველი სტრიქონი, მეორეში მეორე და ა.შ. Solve ღილაკზე დაჭერის შემდეგ გამოდის ამოხსნის შედეგები (ნახ.73).

Tamaai 3 * 4 Solution					
	Col strat 1	Col strat 2	Col strat 3	Col strat 4	Row Mix
Row strat 1	2	-3	4	-5	.25
Row strat 2	-3	4	-5	6	.5
Row strat 3	4	-5	6	-7	.25
Column Mix	0	.25	.5	.25	
Value of game (to row)	0				

ნახ.73

როგორც შედეგებიდან ჩანს, პირველმა A მოთამაშემ უნდა გამოიყენოს თავისი პირველი სტრატეგია 0,25 სიხშირით; მეორე – 0,5; მესამე – 0,25. მეორე B მოთამაშემ უნდა გამოიყენოს მხოლოდ მეორე, მესამე და მეთხე სტრატეგიები 0,25, 0,5 და 0,25 სიხშირით. თამაშის ფასი უდრის 0-ს.

თამაშის ქველა და ზედა ზღვრების გაცემა შესაძლებელია Cascade მენიუში 4 Maximin/Minimax მეოთხე სტრიქონის მითითებით (ნახ.74).

Tamaai 3 * 4 Solution						
	Col strat 1	Col strat 2	Col strat 3	Col strat 4	Row Minimum	Maximin
Row strat 1	2	-3	4	-5	-5	-5
Row strat 2	-3	4	-5	6	-5	-5
Row strat 3	4	-5	6	-7	-7	-7
Column Maximum	4	4	6	6		
Minimax	4	4				
-5 <= value <= 4						

ნახ.74

როგორც მე-16 ნახსაზიდან ჩანს, თამაშის ქველა ზღვარი უდრის $\alpha = \max \min = -5$, ხოლო ზედა $\beta = \min \max = 4$.

ორივე მოთამაშის სტრატეგიების გამოყენების სიხშირეთა ნახვა შესაძლებელია Cascade მენიუში Results in list form მეხუთე სტრიქონის მითითებით (ნახ.75).

ROW	
Row strat 1	.25
Row strat 2	.5
Row strat 3	.25
COLUMN	
Col strat 1	0
Col strat 2	.25
Col strat 3	.5
Col strat 4	.25

ნახ.75

მოყვანილი ამოცანა შეიძლება დავიყვანოთ წრფივი დაპროგრამების ამოცანად და ამოვხსნათ. ამისათვის უნდა გარდავქმნათ ამოცანის საგადასახადო მატრიცა (ცხრილი 1) დადებითი რიცხვ d-ს მატრიცის ყველა ელემენტთან მიმატებით. რიცხვი $d > \max_i \max_j |\alpha_{ij}|$, სადაც $\alpha_{ij} \leq 0$. მოყვანილი მატრიცის ელემენტებისათვის ასეთი რიცხვია – 8. მივიღებთ ახალ მატრიცას (ცხრილი 4), რომლის ყველა ელემენტი 0-ზე მეტია.

ცხრ.4

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	10	5	12	3
A ₂	5	12	3	14
A ₃	12	3	14	1

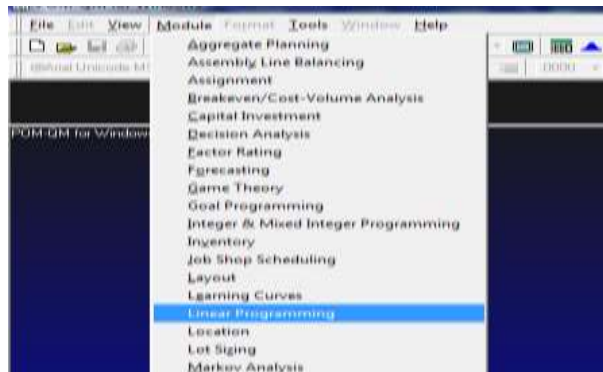
A მოთამაშის ოპტიმალური სტრატეგიის პოვნა შესაძლებელია შემდეგი წრფივი დაპროგრამების ამოცანის ამოხსნით:

$$F = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 5x_2 + 12x_3 \geq 1 \\ 5x_1 + 12x_2 + 3x_3 \geq 1 \\ 12x_1 + 3x_2 + 14x_3 \geq 1 \\ 3x_1 + 14x_2 + 1x_3 \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 3.$$

POM for Windows პროგრამული პაკეტის გაშვების შემდეგ (ლაბორატორიული სამუშაო №1), ეკრანზე გამოჩნდება Module მენიუ, რომელშიც ვირჩევთ წრფივი დაპროგრამების მოდულს Linear Programming (ნახ.76).



ნახ.76

მიზნობრივი ფუნქციის (1) და შეზღუდვების სისტემის (2) რიცხვითი კოეფიციენტების შეტანის შემდეგ საწყის ინფორმაციას ექნება შემდეგი სახე (ნახ.77):

Tamashis amoxsna					
	X1	X2	X3		RHS
Minimize	1	1	1		
1	10	5	12 >=		1
2	5	12	3 >=		1
3	12	3	14 >=		1
4	3	14	1 >=		1

ნახ.77

Solve ლილაკზე დაჭერის შემდეგ ვიღებთ ამოცანის ამოხსნის შედეგებს (ნახ.78):

	X1	X2	X3	RHS	Dual
Minimize	1	1	1		
1	10	5	12	=	1
2	5	12	3	=	1
3	12	3	14	=	1
4	3	14	1	=	1
Solution->	0,0313	0,0625	0,0313		125

ნახ.78

ამონახსნის შედეგი (სტრიქონი „Solution“) განსაზღვრავს A მოთამაშის ოპტიმალურ სტრატეგიას:

$$x_1=0,0313, \quad x_2=0,0625, \quad x_3=0,0313$$

მიზნობრივი ფუნქციის ოპტიმალური მნიშვნელობაა $F=0,125$. ბოლო სვეტში ორადული ამოცანის ამონახსნებია.

რადგან თამაშის ფასი $v=1/(x_1+x_2+x_3)=1/0,125=8$ და $p_i=x_i*v$, მივიღებთ:

$$p_1=0,25, \quad p_2=0,5, \quad p_3=0,25.$$

ეს ნიშნავს იმას, რომ მრავალჯერადი თამაშისას A მოთამაშემ თავისი პირველი და მესამე სტრატეგიები უნდა გამოიყენოს 0,25 სიხშირით, ხოლო მეორე სტრატეგია – 0,5 სიხშირით.

ანალოგიურად განისაზღვრება B მოთამაშის ოპტიმალური სტრატეგიები ორადული ამოცანის ამონახსნებიდან (სვეტი Dual):

$$y_1=0, \quad y_2=0,313, \quad y_3=0,0625, \quad y_4=0,0313.$$

აქედან:

$$q_1=0, \quad q_2=(0,0313*8)=0,25,$$

$$q_3=(0,0625*8)=0,5, \quad q_4=(0,0313*8)=0,25.$$

ე.ი. B მოთამაშემ პირველი სტრატეგია არ უნდა გამოიყენოს, მეორე და მეოთხე გამოიყენოს – 0,25, ხოლო მესამე – 0,5 სიხშირით.

რადგან საწყისი მატრიცა გაზრდილი იყო რვით, ამიტომ საწყისი თამაშის ფასი უდრის $v=8-8=0$.

თუ შევადარებთ შედეგებს, რომლებიც მიღებულია ამოცანის ორივე ხერხით ამოხსნისას, დავინახავთ, რომ შედეგები სრულიად იდენტურებია.

რეკომენდებული ლიტერატურა:

1. ჩოგოვაძე გ., ფრანგიშვილი ა., სურგულაძე გ., მართვის საინფორმაციო სისტემების დაპროგრამების ჰიბრიდული ტექნოლოგიები და მონაცემთა მენეჯმენტი. ISBN 978-9941-20-790-7. სტუ. „ტექნიკ.უნივერსიტეტი“, თბ., B5, -1001 გვ. ბიბლ.ინდექსი: 004.42/7
2. ფრანგიშვილი ა., სურგულაძე გ., ვაჭარაძე ი. ბიზნეს-პროგრამების ექსპერტულ შეფასებებში გადაწყვეტილებათა მიღების მხარდამჭერი მეთოდები და მოდელები. ISBN 978-9941-14-450-9. სტუ. „ტექნიკ.უნივერს.“, თბ., 2009 -200 გვ. ბიბლ.ინდ.681.51/44

3. ნარეშელაშვილი გ., ქართველიშვილი ი. ოპერაციათა კვლევა. სტუ. „IT-კონსალტინგ სამეცნ. ცენტრი“. თბ., - 243 გვ., ბიბლიოთ. CD-6072, N3
4. The bottom-quark mass from non-relativistic sum rules at NNNLO (Elsevier, Article) Nuclear Physics B. Vol. 891, February 2015, Pages 42-72. biblioT. CD – 6072, N6
5. Martínez S., Ruedab M., Martínez H., Arcos A. Determining P optimum calibration points to construct calibration estimators of the distribution function (Elsivier, Article). Journal of Computational and Applied Mathematics 275 (2015) 281–293. CD –6072, N7
6. A Parameter Estimation Method for Dynamic Computational Cognitive Models (Elsivier, Article). Procedia Computer Science. Volume 71, 2015, Pages 133–142. ბიბლიოთ. CD – 6072, N8
7. Eman Ahmed, Reda A.El Khoribi, Gamal Darwish, Alexandre Muzy, Gilles Bernot. Modeling of the development of the fetus cognitive map from the sensorimotor system (Elsevier, Article). Egyptian Informatics Journal. Available online 27 February 2020. ბიბლიოთ. CD –6072, N9
8. გოგიჩაიშვილი გ., ზოლხი გ.(გერმ.), სურგულაძე გ., პეტრიაშვილი ლ. მართვის ავტომატიზმზე ბული სისტემების ობიექტ-ორიენტირებული დაპროექტების და მოდელირების ინსტრუმენტები (MsVisio, WinPepsy, PetNet, CPN). სტუ, „ტექნიკური უნივერსიტეტი“. თბილისი, 2013. -232 გვ. <http://gtu.ge/View/index.html#http://gtu.ge/book/ims/GogichaiSurgul.pdf> (10.03.20)
9. Charles S. Wasson. System Analysis, Design, and Development Concepts, Principles, and Practices Copyright © 2006 by John Wiley & Sons. Inc., Hoboken, New Jersey. Published simultaneously in Canada. 832p. http://www.zu.edu.jo/UploadFile/Library/E_Books/Files/LibraryFile_12159_26.pdf
10. გოგიჩაიშვილი გ., შონია ო., ქართველიშვილი ი. ოპერაციათა კვლევა. თბილისი, სტუ, 2015. 192 გვ. CD-2681.
11. გოგიჩაიშვილი გ., შონია ო., ქართველიშვილი ი. ავტომატიზებული მართვის მოდელები. თბილისი, სტუ, 2015. 106 გვ. CD-2680.
12. Muhammad K., Bonitasari N.A., Madjumsyah H. Scheduling of House Development Projects with CPM and PERT Method for Time Efficiency (Case Study: House Type 36). IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 140 (2018) 012010 doi :10.1088/1755-1315/140/1/012010.
13. Taha Hamdy A. Operations research. -8th edition. 2007. P. 838. CD-5640
14. Hillier F.S., Lieberman. G.J. Introduction to Operations Research. Stanford University, USA. -2001. -1237 p. <https://notendur.hi.is/kth93/3.20.pdf>; (10th ed. - 2015. <https://archive.org/details/Introduction-ToOperationsResearch10thEd2015>). ბიბლიოთ. CD-5640

გადაეცა წარმოებას 12.11.2020. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 20.11.2020.
 ოფსეტური ქაღალდის ზომა 60X84 1/16. პირობითი ნაბეჭდი თაბახი 3.
 ტირაჟი 50 ეგზ.



სტუ-ს „IT კონსალტინგის ცენტრი“,
 თბილისი, მ.კოსტავას 77