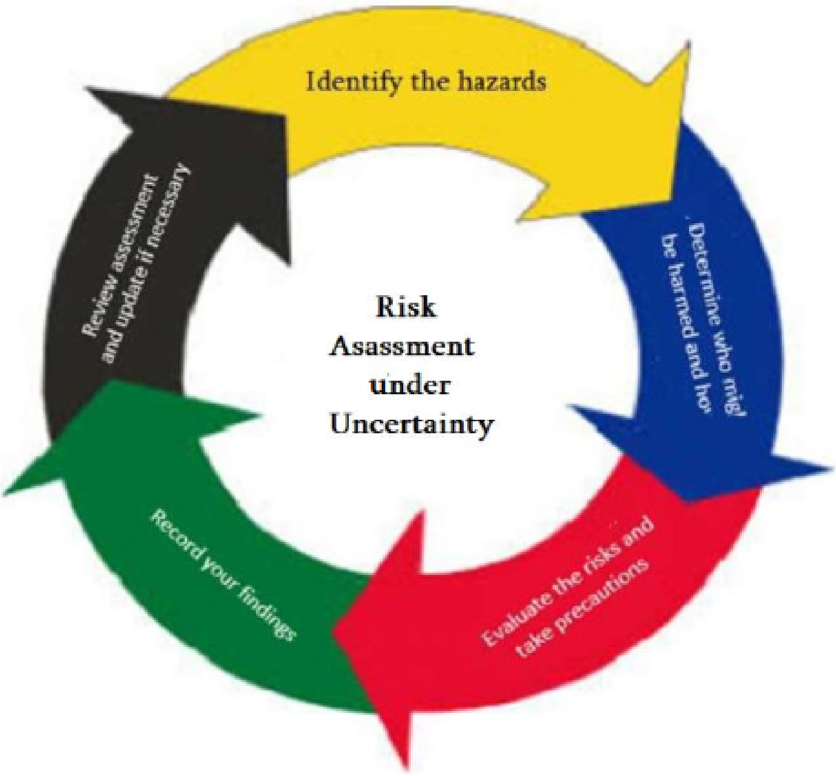
დოქტორანტის ბიბლიოთეკა

თეიმურაზ ცაბაძე,
დალი მაგრაქველიძე

რისკების შეფასება განუზღვრელ პირობებში

(სემინარული სამუშაოს მეთოდური მითითებანი)



„სტუ-ს IT- კონსალტინგის სამეცნიერო ცენტრი"

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

თეიმურაზ ცაბაძე, დალი მაგრაქველძე

რისკების შეფასება განუზღვრელ პირობებში

(სემინარული სამუშაოს მეთოდური მითითებანი)

დამტკიცებულია:

სტუ-ს „IT კონსალტინგის სამეცნიერო ცენტრის“ სარედაქციო კოლეგიის მიერ ოქმი N2, 10.02.2021

თბილისი - 2021

უაკ 004.5

განხილულია განუზღვრელობის პირობებში რისკების შეფასების ძირითადი მეთოდები, კერძოდ, ისეთი საკითხები, როგორიცაა ეკონომიკურ პროცესებზე განუზღვრელობის გავლენის ზოგადი მაგალითები. ეს შეფასებები მოცემულია მიახლოებითი, არასრული, არამკაფიო ფორმით. განხილულია ფაზი აგრეგირების მეთოდების გამოყენების ამოცანები. შემოთავზებულია რისკების შეფასების მიდგომა ფაზი ლოგიკის საფუძველზე. მეთოდური მითითებებში შემოთავაზე-ბულია აღნიშნული თეორიული საკითხების განხილვა და შესაბამისი პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტა დოქტორანტებთან ერთად სემინარულ მეცადინეობებზე. მეთოდური მითითებები რეკომენ-დებულია ინფორმატიკის სპეციალობის დოქტორანტებისათვის.

რეცენზენტი:

პროფ. ა. ფრანგიშვილი (სტუ, ტ.მ.დ.)

ISBN 978-9941-8-3193-5

სასწავლო კურსის მიზანი

უახლესი მეთოდების გამოყენებით, სტუდენტს გაუღრმაოს სამყაროში დინამიურად ცვალებადი, რეალურად მიმდინარე, პროცესების რისკის შეფასებისა და შესაბამისი გადაწყვეტილებების მიღებისათვის საჭირო ცოდნა.

საგნის შესწავლის შედეგად მიღებული ცოდნა და შეძენილი უნარები

ირჩევს გადაწყვეტილებათა მიღების ამოცანებში ლოგიკაზე დაფუძნებული კვლევის მეთოდებს და პროცესებს. აანალიზებს რისკის სიდიდეებს მიმდინარე პროცესების სხვადასხვა მოდელის შემთხვევისათვის. მიღებული გამოცდილების საფუძველზე დამოუკიდებლად ახდენს ლიტერატურის შერჩევას, რათა ჩაატაროს სხვადასხვა რთული პროცესების შესწავლა, ანალიზი და გამოყენება. უახლესი მეთოდების გამოყენებით იღებს რეალობის ადექვატურ გადაწყვეტილებებს. ახდენს მიღებული კვლევის შედეგების დასაბუთებულად და გარკვევით წარმოჩენას,ჩართულია საერთაშორისო სამეცნიერო საზოგადოებასთან ამ საკითხებთან დაკავშირებულ პოლემიკაში.

საათების განაწილება (სტუდენტის დატვირთვა)

კრედიტების რაოდენობა 7. ლექცია -30 სთ., სემინარი – 30 სთ. დამოუკიდებელი მუშაობა 112 სთ.

სემინარის თემები

1. ეკონომიკურ პროცესებზე განუზღვრელობის გავლენის ზოგადი **მაგალითები.**
2. ფაზი ლოგიკის გამოყენების **მაგალითები.**
3. **მაგალითები ფაზი სიმრავლეთა თეორიიდან:** ჩართვა, გაერთიანება, თანაკვეთა, სხვაობა, დამატება, კონცენტრირება, გაჭიმვა.
4. ფაზი სიმრავლეთა მიკუთვნების ფუნქციის აგების **მაგალითები.**
5. **მაგალითები:** ფაზი სიმრავლეთა შორის მანძილის პოვნა.
6. ფაზი მიმართებების გამოყენების **მაგალითები.**
7. **ამოცანა** ექსპერტების შეფასების წარმოდგენა ტრაპეზოიდული ფაზი რიცხვების სახით.
8. სასრული რაოდენობის ფაზი რიცხვების აგრეგირების **მაგალითები.**
9. ფაზი ლოგიკის რისკების შეფასების პროცესებში გამოყენების **ზოგადი მაგალითები.**
10. საკრედიტო რისკის შეფასების პროცესის პარამეტრიზაციის **ამოცანა.**
11. პროექტის შესაფასებლად ლინგვისტური ცვლადის განსაზღვრის **ამოცანა.**
12. რისკების დონის შესაფასებლად პროცენტული სკალის ფორმირების **ამოცანა.**
13. ფაზი შეფასებების სკალის პროცენტულ სკალაზე ასახვის **მაგალითები.**
14. ფაზი აგრეგირების მეთოდების გამოყენების **ამოცანები.**
15. საინვესტიციო პროექტის რისკების შეფასების **მაგალითები.**

სემინარი №1

ეკონომიკურ პროცესებზე განუზღვრელობის გავლენის ზოგადი მაგალითები

ეკონომიკაში მართვის ნებისმიერ დონეზე გადაწყვეტილების მიღების პროცესი მიმდინარეობს გარე და შიგა გარემოს მუდმივად თანმხლებ განუსაზღვრელობის პირობებში, რომელიც ძირითადად განსაზღვრავს საქმიანობის საბოლოო შედეგის ნაწილობრივ ან სრულ განუსაზღვრელობას. ეკონომიკაში განუზღვრელობის (*uncertainty*) ქვეშ იგულისხმება სამეწარმეო საქმიანობის შესახებ ინფორმაციის არასრულობა ან არაზუსტობა, მათ შორის დანახარჯის და მიღებული შედეგების შესახებ. განუზღვრელობის მიზეზს წარმოადგენს სამი ძირითადი ფაქტორი: უცოდინარობა, შემთხვევითობა და უკუქმედება. კერძოდ, განუზღვრელობა აიხსნება იმით, რომ ეკონომიკური პრობლემები დაიყვანება ალტერნატივების რაღაც რაოდენობიდან ამორჩევის ამოცანამდე, ამასთან ეკონომიკურ აგენტებს – ორგანიზაციებს და ინდივიდებს – არ გააჩნიათ ოპტიმალური არჩევისათვის სიტუაციის შესახებ სრული ცოდნა, ასევე არ აქვთ საკმაო სიძლიერის გამოთვლითი ტექნიკა მათ ხელთარსებული მთელი ინფორმაციის ადეკვატური აღწერისათვის.

თანამედროვე ეკომომიკურ თეორიაში განუზღვრელობის „ინდიკატორად“ გამოდის კატეგორია რისკი. რისკსა და განუსაზღვრელობას შორის ძირითადი განსხვავება იმაში მდგომარეობს, ცნობილი არის თუ არა გადაწყვეტილების მიმღები სუბიექტისათვის გარკვეული ხდომილობების დადგომის რაოდენობრივი ალბათობები. თუ რისკი დამახასითებელია მასობრივი, განმეორებადი ხდომილობების მქონე საწარმოო-ეკონომიკური სისტემებისათვის, განუსაზღვრელობა, როგორც წესი, არსებობს იმ შემთხვევებში როცა შედეგების ალბათობების განსაზღვრა ხდება სუბიექტურად წინა პერიოდების სტატისტიკური მონაცემების არ ქონის გამო. რისკის და განუსაზღვრელობის კატეგორიების ინტერპრეტაციის ასეთი მიდგომა მიღებულია ეკონომიკური მეცნიერების ნეოკეინსიანული მიმართულებებში, მაშინ როცა ნეოკლასიკური სკოლა თვლის, რომ ეს ცნებები ტოლფასია.

განუზღვრელობისაგან განსხვავებით, რისკი ზომად სიდიდეს წარმოადგენს; მის რაოდენობრივ ზომად გვევლინება არახელსაყრელი შედეგის ალბათობა. უფრო ვიწრო გაგებით ეკონომიკური რისკი განისაზღვრება როგორც მიუღებელი სარგებლის ან ფინანსური აქტივების პორტფელის ღირებულების დანაკარგის, საინვესტიციო პროექტებიდან შემოსავლის მიუღებლობის და ა.შ. გაზომადი ალბათობა. მაგრამ ნებისმიერი რისკისთვის, რომლის გავლენის ქვეშაც იმყოფებიან ფინანსური ორგანიზაციები, არ არის შესაძლებელი ალბათობის განსაზღვრა იმ მოსაზრებით როგორც ის შემოღებულია საბაზრო რისკისთვის.

რისკის მართვის პრობლემა არსებობს ეკონომიკის ნებისმიერ სექტორში – სოფლის მეურნეობიდან და წარმოებიდან დაწყებული ვაჭრობამდე და ფინანსებამდე დამთავრებული, რაც ხსნის მის მუდმივ აქტუალობას. რამდენადაც ეკონომიკის ყველა დარგი დაკავშირებულია ერთმანეთთან ფინანსური სფეროს წყალობით.

ამჟამად, ფინანსურ თეორიაში ჯერ არა არის შემუშავებული რისკების ზოგადად მიღებული და ამომწურავი კლასიფიკაცია. ეს იმასთანაა დაკავშირებული, რომ პრაქტიკაში სხვადასხვა რისკის გამოვლენის ძალიან დიდი რაოდენობა არსებობს, ამასთან ტრადიციულად რისკის ერთი და იგივე სახე შეიძლება აღნიშნული იყოს სხვადასხვა ტერმინით და, ხშირად, ძალიან ძნელია რისკის ცალკეული სახის გარჩევა, მაგალითად, პორტფელურის და საბაზროსი.

მიუხედავად ამისა, გარკვეული დარგობრივი კონსესუსი რისკის იმ ძირითად კლასებსა და ტიპებს შორის, რომლებსაც აწყდებიან ფინანსური შუამავლები, მაინც მიღწეულია. ამჟამად მიღებული სტანდარტული კლასიფიკაციის მიხედვით ფინანსური ინსტიტუტების კეთილდღეობის მთავარ საფრთხეს წარმოადგენენ საბაზრო, საკრედიტო და ოპერაციული რისკები, ლიკვიდურობის რისკები და ხდომილობათა რისკები.

საბაზრო რისკი (*market risk*) – ეს არის საპორცენტო განაკვეთების, სავალუტო კურსის, აქციათა ფასის, ობლიგაციის და კონტრაქტების რხევის შედეგად აქტივების ღირებულების შეცვლის შესაძლებლობა. საბაზრო რისკის ნაირსახეობას წარმოადგენს, კერძოდ, სავალუტო და საპროცენტო რისკები.

საკრედიტო რისკი (*credit risk*) ანუ კონტრაგენტის რისკი (*counterparty risk* – ეს არის კონტრაგენტების მიერ თავისი ვალდებულებების შესრულების უუნარობით გამოწვეული დანაკარგი, კერძოდ პროცენტების და ვალის ძირითადი თანხის საკრედიტო ხელშეკრულებით გათვალისწინებულ ვადაში გადაუხდელობის გამო. საკრედიტო რისკს მიეკუთვნება ასევე დეფოლტის რისკი და ვადამდელი დაფარვის რისკი.

განმარტების სირთულის მიუხედავად, საკრედიტო რისკი, საბაზრო რისკისაგან განსხვავებით, თავისი ბუნებით ასიმეტრიულია. ეს ნიშნავს, რომ დაკრედიტების ოპერაციების დროს პოტენციური მოგება შეზღუდულია შედარებით მცირე დადებითი შემოსავლიანობით (ცხადია არც ერთი კრედიტორი ბანკს არ გადაუხდის ხელშეკრულებით გათვალისწინებულზე მეტს), მაგრამ ბანკის პოტეციური დანაკარგი შეიძლება მერყეობდეს გაცილებით მეტ დიაპაზონში: განთავსებული სახსრების 0-დან 100%-მდე (ყველაზე უარეს შემთხვევაში დანაკარგმა შეიძლება გადააჭარბოს სესხის ნომინალურ მნიშვნელობას ვალის დაბრუნების თაობაზე სასამართლო ხარჯების, მიუღებელი სარგებლის, ასევე პოტენციური ჯარიმების, მათ მიერ დაკრედიტებისათვის მოსაზიდი სახსრების კრედიტორების მიერ გადავადების ან დაუბრუნებლობის გამო).

ამის გარდა, არსებობს კიდევ მთელი რიგი რისკი, რომლებიც არ წარმოადგენენ სპეციფიურს მხოლოდ ფინანსური სფეროსათვის, მაგრამ, მიუხედავად ამისა, მათი მნიშვნელობის გადაფასება შეუძლებელია. მათ მიეკუთვნებიან:

- ლიკვიდურობის რისკი (*liquidity risk*): ა) საბაზრო ლიკვიდურობის რისკი(*market liquidity risk*) – ეს არის დანაკარგის შესაძლებლობა, რომელიც გამოწვეულია აქტივების საჭირო რაოდენობით ყიდვა-გაყიდვასთან დროის შედარებით მოკლე პერიოდში საბაზრო კონიუნქტურის გაუარესების გამო; ბ) საბალანსო ლიკვიდურობის რისკი *(unding liquidity risk*) – ეს არის კონტრაგენტების წინაშე ვალდებულებების შესასრულებლად ნაღდი სახსრების ან სხვა მაღალლიკვიდური აქტივების დეფიციტის წარმოქმნის შესაძლებლობა;

• ოპერაციული რისკი (*operational risk*)– ეს არის ოპერაციების ჩატარების დროს პერსონალის მიერ განზრახ თუ უნებლიედ დაშვებული ტექნიკური შეცდომების, ავარიული სიტუაციების, აპარატურის გაუმართაობის, ინფორმაციულ სისტემებზე არასანქცირებული შეღწევის შედეგად მიღებული გაუთვალისწინებელი დანაკარგების შესაძლებლობა. ოპერაციულ რისკებს ხშირად მიაკუთვნებენ იმ ხარჯებსაც, რომელიც გამოწვეულია რისკების შეფასების და მართვისათვის გამოყენებული მეთოდების და მოდელების არაადეკვატურობასთან;

• (ბიზნეს-) ხდომილობის რისკი ((*business*) *event risk*) – ფორს-მაჟორული გარემოებების, კანონმდებლობის ცვლილების, სახელმწიფო ორგანოების ქმედებების და ა.შ. შედეგად გამოწვეული გაუთვალისწინებელი დანაკარგების შესაძლებლობა. ხდომილობის რისკს ჩვეულებრივ მიეკუთვნება იურიდიული, საბუღალტრო და საგადასახადო რისკები, რეპუტაციის რისკი, მარეგულირებელი ორგანოები ქმედებების რისკი და სხვა.

უნდა აღინიშნოს, რომ რისკის ბოლო ორი სახეობის ფორმალიზაცია და რაოდენობრივი შეფასება ყველაზე ძნელად შესასრულებელია. ეს იმით აიხსნება, რომ ოპერაციული რისკები და ხდომილობის რისკები ბევრადაა განპირობებული ე.წ. „ადამიანური ფაქტორით“.

ჩამოთვლილ რისკებს სხვადასხვა ორგანიზაცისათვის სხვადასხვა მნიშვნელობა გააჩნიათ. მაგალითად, საბანკო საქმეში ყველაზე მეტი დანაკარგი ხდება საკრედიტო და საბაზრო რისკების შედეგად, ხოლო კლირინგული ორგანიზაციებისათვის წინა პლანზე იწევს ოპერაციული რისკი და კონტრაგენტის რისკი. ბოლოს, სამრეწველო საწარმო, ვაჭრობა და მომსახურების სფერო (ფინანსურის გარდა) განიცდის ასევე სპეციფიურ რისკებსაც, რომლებიც გამოწვეულია მათი დარგობრივი კუთვნილებით და წარმოების პროცესის თავისებურებებით. ასეთ რისკებს ჩვეულებრივ უწოდებენ ტექნოლოგიურ ანუ საწარმოო რისკებს.

სემინარი №5

მაგალითები: ფაზი სიმრავლეთა შორის მანძილის პოვნა

რისკების შეფასებაში უდიდეს როლს თამაშობს საექსპერტო შეფასებების ადეკვატური დამუშავება. განუზღვრელ გარემოში ხშირ შემთხვევებში ეს შეფასებები მოცემულია მიახლოებითი, არასრული, არამკაფიო ფორმით. აქ ეფექტიან საშუალებათ გვევლინება ფაზი სიმრრავლეები? კერძოდ მათი მნიშვნელოვანი ნაწილი ფაზი რიცხვები.

განმარტება 5.1. ფაზი რიცხვი $\tilde{A}$ ეწოდება ნამდვილ რიცხვთა ღერძის ფაზი ქვესიმრავლეს, რომლის მიკუთვნების ფუნქციაა

$$\mu_{\tilde{A}} : \Re \to [0,1]. \tag{5.1}$$

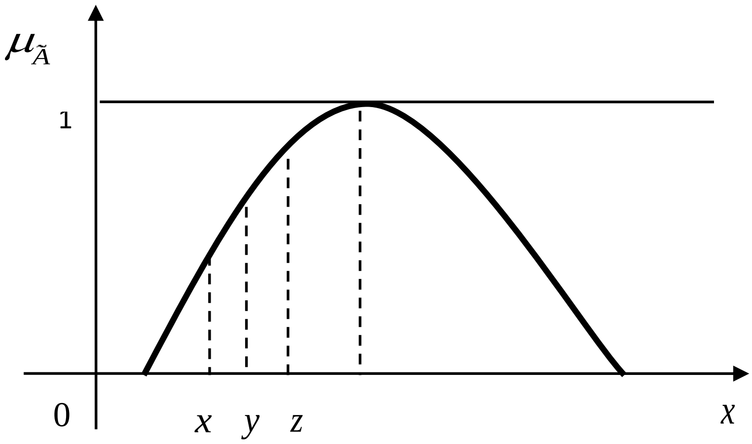
განმარტება 5.2. ფაზი რიცხვს ეწოდება *ნორმალური* , თუ

$$\max_x \mu_{\tilde{A}}(x) = 1, \quad x \in \Re. \tag{5.2}$$

განმარტება 5.3. ფაზი რიცხვს ეწოდება *ამოზნექილი* , თუ

$$\forall(x,y,z)\in\Re^3 \mid x\le y\le z,\;\; \mu_{\tilde{A}}(y)\ge \min\left\{\mu_{\tilde{A}}(x),\mu_{\tilde{A}}(z)\right\}. \tag{5.3}$$

ეს ნიშნავს, რომ ამოზნექილი ფაზი რიცხვის მიკუთვნების ფუნქცია თავისი მაქსიმუმის მარცხნიდან და მარჯვნიდან კლებულობს. ნორმალური და ამოზნექილი ფაზი რიცხვის მაგალითი:



ფაზი ტრაპეციული რიცხვები

განმარტება 5.4. ტრაპეციული ფაზი რიცხვი $\tilde{A}$ ეწოდება ნამდვილ რიცხვთა ოთხეულს $\tilde{A}=(a,b,c,d),\; a,b,c,d\in\Re,\; a\le b\le c\le d$ რომლის მეშვეობით მიკუთვნების ფუნქცია განისაღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a} & if\;\; x\in[a,b[,\\ 1\;\; if\;\; x\in[b,c] & \\ \dfrac{d-x}{d-c} & if\;\; x\in]c,d],\\ 0 & otherwise.\end{cases} \tag{5.4}$$

თვალნათლივია, რომ ტრაპეციული ფაზი რიცხვი არის ნორმალური და ამოზნექილი.

X უნივერსუმზე *ყველა ტრაპეციული ფაზი რიცხვების სიმრავლე* ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\Phi(X)=\left\{\tilde{A}_i=(a_i,b_i,c_i,d_i),\; a_i\le b_i\le c_i\le d_i\;\, i\in\mathrm{N}\right\}.$$

განმარტება 5.5. ტრაპეციული ფაზი რიცხვთა გაერთიანება განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2=\left(\max\{a_1,a_2\},\max\{b_1,b_2\},\;\max\{c_1,c_2\},\max\{d_1,d_2\}\right),\;\; \tilde{A}_1,\tilde{A}_2\in\Phi(X). \tag{5.5}$$

განმარტება 5.6. ტრაპეციული ფაზი რიცხვთა თანაკვეთა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\tilde{A}_1 \cap \tilde{A}_2 = \left(\min\{a_1, a_2\}, \min\{b_1, b\}_2, \ \min\{c_1, c_2\}, \min\{d_1, d_2\}\right), \quad \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 \in \Phi(X). \qquad (5.6)$$

განმარტება 5.7. ტრაპეციული ფაზი რიცხვთა ტოლობა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2, b_1 = b_2, \ c_1 = c_2, d_1 = d_2 \quad \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 \in \Phi(X). \qquad (5.7)$$

განმარტება 5.8. ტრაპეციული ფაზი რიცხვთა ჯამი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2 = a_1 + a_2, b_1 + b_2, \ c_1 + c_2, d_1 + d_2 \quad \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 \in \Phi(X). \qquad (5.8)$$

განმარტება 5.9. დადებითი ნამდვილი რიცხვის და ტრაპეციული ფაზი რიცხვის ნამრავლი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\alpha \otimes \tilde{A} = (\alpha a, \alpha b, \alpha c, \alpha d), \alpha \in \mathcal{R} | \alpha > 0, \tilde{A} \in \Phi(X) \qquad (5.9)$$

განმარტება 5.10. ტრაპეციული ფაზი რიცხვი $\tilde{A}_1 = (a_i)$ ნაკლებია ან ტოლი ტრაპეციული ფაზი რიცხვზე $\tilde{A}_2 = (b_i), \ i = \overline{1,4}$, ანუ $\tilde{A}_1 \preceq \tilde{A}_2$ მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა

$$a_1 \le b_1, \, a_2 \le b_2, \, a_3 \le b_3, \, a_4 \le b_4.. \qquad (5.10)$$

ზოგადი ცნებები

განმარტება 5.11. *მეტრიკული სივრცე* ეწოდება სიმრავლეს $M \neq \varnothing$, რომელზეც განსაზღრულია მანძილის ფუნქცია $\rho: M \times M \to \Re$ ისეთი, რომ ნებისმიერი სამი ელემენტისათვის $(x, y, z) \in M^3$ უნდა სრულდებოდეს შემდეგი პირობები:

1) $\rho(x, y) \ge 0$;

2) $\rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$;

3) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ (სიმეტრია);

4) $\rho(x, z) \le \rho(x, y) + \rho(y, z)$ (სანკუთხედის უტოლობა).

მეტრიკული სივრცის ელემენტებს უწოდებენ *წერტილებს*, მანძილის ფუნციას - *მეტრიკას*, ხოლო 1)-4) პირობებს - *მეტრიკის აქსიომებს.*

განმარტება 5. 12. ვიტყვით, რომ ფუნქცია $v(\tilde{A})$ არის *იზოტონური შეფასება* ფაზი რიცხვების სიმრავლეზე ანუ $v: \Phi(X) \to \Re^+$ თუ

$$v(\tilde{A}_1 \cup \tilde{A}_2) + v(\tilde{A}_1 \cap \tilde{A}_2) = v(\tilde{A}_1) + v(\tilde{A}_2)$$

და (5.11)

$$\tilde{A}_1 \preceq \tilde{A}_2 \Rightarrow v\left(\tilde{A}_1\right) \leq v\left(\tilde{A}_2\right)$$

სხვადასხვა ტიპის ფაზი რიცხვების სიმრავლეზე განზოგადოებული მეტრიკის შემოღებისათვის ჩვენ გამოვიყენებთ (5.11)-ით განსაზღვრულ იზოტონურ შეფასებას, სახელდობრ:

$$\rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) = v\left(\tilde{A}_1 \bigcup \tilde{A}_2\right) - v\left(\tilde{A}_1 \bigcap \tilde{A}_2\right). \tag{5.12}$$

განმარტება 5.13. ყველა ერთი ტიპის ფაზი რიცხვთა სიმრავლეს მასზე შემოტანილი იზოტონური შეფასებით v და (15.2) მეტრიკით ეწოდება *ფაზი რიცხვთა მეტრიკული სივრცე*.

განვიხილოთ მეტრიკის კონკრეტული **მაგალითი**.

მაგალითი 5.1. ვთქვათ X უნივერსუმზე მოცემულია *ყველა* ტრაპეციული ფაზი რიცხვების სიმრავლე $\Phi(X)\}\tilde{A} = (a_i),\ i = \overline{1,4}$ ტრაპეციული ფაზი რიცხვის იზოტონური შეფასება შემოვიღოთ ასეთი სახით:

$$v\left(\tilde{A}\right) = \sum_{i=1}^{4} a_i \ . \tag{5.13}$$

პირველ რიგში შესამოწმებელია აკმაყოფილებს თუ არა ეს ფუნქცია (5.11)-ით განსაზღვრულ პირობებს.
ვთქვათ მოცემულია ორი ტრაპეციული ფაზი რიცხვი $\tilde{A}_1 = (a_i),\ \tilde{A}_2 = (b_i),\ i = \overline{1,4}$. ცნობილია, რომ მათი გაერთიანება განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\tilde{A}_1 \bigcup \tilde{A}_2 = \left(\max\{a_1, b_1\}, \max\{a_2, b_2\},\ \max\{a_3, b_3\}, \max\{a_4, b_4\}\right), \tag{5.14}$$

ხოლო მათი თანაკვეთა

$$\tilde{A}_1 \bigcap \tilde{A}_2 = \left(\min\{a_1, b_1\}, \min\{a_2, b_2\},\ \min\{a_3, b_3\}, \min\{a_4, b_4\}\right). \tag{5.15}$$

აქედან გამომდინარე ამ ორი ფაზი რიცხვის გაერთიანებისა და თანაკვეთის იზოტონური შეფასებები იქნება

$$v\left(\tilde{A}_1 \bigcup \tilde{A}_2\right) = \sum_{i=1}^{4} \max\{a_i, b_i\},\ v\left(\tilde{A}_1 \bigcap \tilde{A}_2\right) = \sum_{i=1}^{4} \min\{a_i, b_i\}. \tag{5.16}$$

თვალნათლივია, რომ

$$\sum_{i=1}^{4} \max\{a_i, b_i\} + \sum_{i=1}^{4} \min\{a_i, b_i\} = \sum_{i=1}^{4} a_i + \sum_{i=1}^{4} b_i \tag{5.17}$$

და ამგვარად (5.11)-ის პირველი მოთხოვნა დაკვაყოფილებულია. ახლა დავამტკიცოთ მეორე მოთხოვნის ჭეშმარიტობა.

$$\tilde{A}_1 \preceq \tilde{A}_2 \Leftrightarrow a_1 \le b_1,\ a_2 \le b_2,\ a_3 \le b_3,\ a_4 \le b_4 \Rightarrow \sum_{i=1}^{4} a_i \le \sum_{i=1}^{4} b_i \Rightarrow v\left(\tilde{A}_1\right) \le v\left(\tilde{A}_2\right).$$

ახლა ვაჩვენოთ, რომ გამოსახულება

$$\rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) = v\left(\tilde{A}_1 \cup \tilde{A}_2\right) - v\left(\tilde{A}_1 \cap \tilde{A}_2\right) = \sum_{i=1}^{4} \max\{a_i, b_i\} - \sum_{i=1}^{4} \min\{a_i, b_i\} = \sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i| \tag{5.18}$$

აკმაყოფილებს მეტრიკის აქსიომატიკას.

1) $\rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) \overset{(5.18)}{=} \sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i| \ge 0$, პირველი აქსიომა სრულდება.

2) ვთქვათ

$$\rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i| = 0 \Rightarrow \forall i\ a_i = b_i \Rightarrow \tilde{A}_1 = \tilde{A}_2.$$

ახლა პირიქით, ვთქვათ

$$\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2 \Rightarrow \forall i\ a_i = b_i \Rightarrow \sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i| = 0 \overset{(15.7)}{\Rightarrow} \rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) = 0.$$

ამგვარად მივიღეთ $\rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) = 0 \Leftrightarrow \tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ ე.ი. მეორე აქსიომა სრულდება.

3) $\rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) = \sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i| = \sum_{i=1}^{4} |b_i - a_i| = \rho\left(\tilde{A}_2, \tilde{A}_1\right)$. მესამე აქსიომაც შესრულებულია.

4) უნდა დავამტკიცოთ, რომ

$$\rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_3\right) \le \rho\left(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right) + \rho\left(\tilde{A}_2, \tilde{A}_3\right) \equiv \sum_{i=1}^{4} |a_i - c_i| \le \sum_{i=1}^{4} |a_i - b_i| + \sum_{i=1}^{4} |b_i - c_i|.$$

ლემა 5.1. ნებისმიერი სამი არაუარყოფითი ნამდვილი რიცხვისათვის *a,b,c* ადგილი აქვს უტოლობას:

$$|a-c| \le |a-b| + |b-c|,\ a,b,c \in \Re^{+}. \tag{5.19}$$

დამტკიცება. ამ სამი რიცხვის ურთიერთ შედარება მთლიანად ამოიწურება შემდეგი 6 შემთხვევით:

1˙. $b < c < a \Rightarrow |a-c| = a-c \le a-c+2c-2b = a-b+c-b = |a-b|+|b-c|.$

2˙. $c < b < a \Rightarrow |a-c| = a-c+b-b = a-b+b-c = |a-b|+|b-c|.$

3˙. $b<a<c \Rightarrow |a-c| = c-a \le c-a+2a-2b = a-b+c-b = |a-b|+|b-c|$.

4˙. $a<c<b \Rightarrow |a-c| = c-a \le c-a+2b-2c = b-a+b-c = |a-b|+|b-c|$.

5˙. $c<a<b \Rightarrow |a-c| = a-c \le a-c-2a+2b = b-a+b-c = |a-b|+|b-c|$.

6˙. $a<b<c \Rightarrow |a-c| = c-a+b-b = b-a+c-b = |a-b|+|b-c|$.

როგორც ვხედავთ ყველა კერძო შემთხვევისთვის (5.18) სრულდება და ლემა დამტკიიცებულია.

რადგან ლემა 5.1 სრულდება ნებისმიერი სამი არაუარყოფითი ნამდვილი რიცხვისათვის, იგი შესრულდება ნებისმიერი სამეულისთვის $a_i, b_i, c_i,\ i=\overline{1,4}$. აქედან მივიღებთ, რომ $|a_i - c_i| \le |a_i - b_i| + |b_i - c_i|$ და საბოლოოდ

$$\sum_{i=1}^{4}|a_i - c_i| \le \sum_{i=1}^{4}|a_i - b_i| + \sum_{i=1}^{4}|b_i - c_i|.$$

ე.ი. 4) აქსიომაც სრულდება.

სემინარი №6

ფაზი მიმართებების გამოყენების მაგალითები

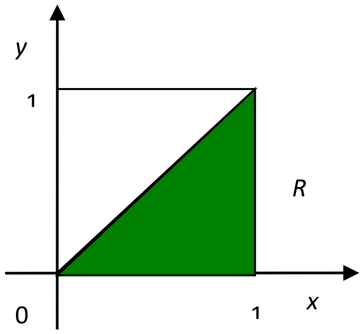
როგორც ვიცით, ჩვეულებრივი მიმართება განისაზღვრება როგორც, ორი სიმრავლის დეკარტული ნამრავლის ქვესიმრავლე. ჩვეულებრივი სიმრავლის განზოგადოება ფაზი მიმართებამდე, პრინციპში, იგივეა, რაც ჩვეულებრივი სიმრავლიდან ფაზი სიმრავლისაკენ გადასვლა. ფაზი მიმართების აღწერა უნდა შეიცავდეს არა მარტო ამ მიმართებით დაკავშირებული ელემენტთა ყველა წყვილების ჩამოთვლას, არამედ რიცხვებს [0,1] ინტერვალიდან, რომლებიც ასახავენ ამ წყვილებისათვის ფაზი მიმართების შესრულების ხარისხს. ფაზი მიმართების აღწერისათვის საჭიროა მითითებული იყოს ის სიმრავლე, რომელზეც განსაზღვრულია ეს მიმართება. ეს სიმრავლე შეიძლება იყოს როგორც ჩვეულებრივი, ასევე ფაზი. ჩვენ შემოვიფარგლებით ფაზი მიმართებებით ჩვეულებრივ სიმრავლეზე.

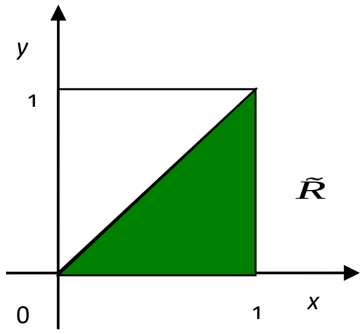
განმარტება 6.1. X სიმრავლეზე ფაზი მიმართებას $\tilde{R}$-ს ეწოდება $X \times X$ დეკარტული ნამრავლის ფაზი ქვესიმრავლეს, რომლის მიკუთვნების ფუნქციაა $\mu_{\tilde{R}} : X \times X \to [0,1]$. აქ $\mu_{\tilde{R}}(x,y)$ გამოხატავს x და y ელემენტებს შორის მიმართების შესრულების ხარისხს.

თვალნათლივია, რომ ჩვეულებრივი მიმართება შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ფაზი მიმართების კერძო შემთხვევა, რომლის მიკუთვნების ფუნქცია იღებს მხოლოდ 0 და 1 მნიშვნელობებს.

მოვიყვანოთ მაგალითი, რომელიც წარმოადგენს ჩვეულებრივი და ფაზი მიმართებების პრინციპული განსხვავებების ილუსტრაციას. ამისათვის განვიხილოთ ორი "მსგავსი" მიმართება ერთსა და იმავე ინტერვალში [0;1], ამასთან ერთი მიმართება არის

ჩვეულებრივი, ხოლო მეორე ფაზი. ჩვეულებრივი მიმართების მაგალითად ავიღოთ მიმართება $R(\geq)$, ხოლო ფაზი მიმართების როლში განვიხილოთ $\tilde{R}(>>)$ (ბევრად დიდი).





პირველ ნახაზზე [0;1] ინტერვალიდან აღებული წყვილები $(x,y): xRy \Leftrightarrow x \geq y$ წარმოადგენენ დაშტრიხულ სიმრავლეს. ერთეულოვანი კვადრატის დიაგონალი არის ამ სიმრავლის საზღვარი $(x=y)$. ყველა წყვილი(x,y), რომელიც იმყოფება დაშტრიხული არეს გარეთ, არ არის დაკავშირებული მოცემული მიმართებით – $x\overline{R}y$.

$\tilde{R}$ მიმართების შემთხვევაში სიტუაცია უფრო რთულია, იმიტომ, რომ ცნება “ბევრად დიდი” ფაზია. ერთეულოვან კვადრატში $\tilde{R}$ ფაზი თანადობის შესაბამისი ქვესიმრავლის აგებისას, ჩვენ აღმოვაჩენთ, ამ კვადრატში არის წყვილები (x,y), რომლებიც ნამდვილად ეკუთვნიან $\tilde{R}$ ქვესიმრავლეს, ანუ $\tilde{R}(x,y)$, და წყვილები, რომლებიც ნამდვილად არ ეკუთვნიან ამ ქვესიმრავლეს: $(x,y) \notin \tilde{R}$. ასე მაგალითად, შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ $x_1 = 0.9$ დანამდვილებით ბევრად მეტია ვიდრე $y_1 = 0.001$ ანუ $x_1 >> y_1 \Leftrightarrow \tilde{R}(x_1, y_1)$. მეორე მხრივ ცხადია, რომ $x_2 = 0.8$ და $y_2 = 0.6$-ისთვის შეგვიძლია, ასევე, დანამდვილებით ჩავწეროთ $(x_2, y_2) \notin x_2\tilde{R}y_2$. მაგრამ, ასეთი განსაზღვრულობა არ არსებობს, დავუშვათ $x_3 = 0.9, y_1 = 0.2$,წყვილის მიმართ. ამასთანავე თუ შევადარებთ ორ წყვილს $x_3 = 0.9$, $y_3 = 0.2$ და $x_4 = 0.9$, $y_4 = 0.3$, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ მიმართება $(>>)$ უფრო მაღალ ხარისხში მართებულია (x_3, y_3) წყვილის მიმართ, ვიდრე (x_4, y_4)-ისათვის.

ამგვარად, არსებობს რაღაც შუალედური არე, იმ წყვილებს, რომელთათვის მიმართება $(>>)$ ნამდვილად სრულდება და იმ წყვილებს, რომელთათვის ეს მიმართება ნამდვილად არ სრულდება. ამ შუალედური არეს წყვილებს (x,y) შეგვიძლია მივუწეროთ მოცემული მიმართების შესრულების ხარისხები ან სუბიექტური შეფასებები, რომლებიც დამოკიდებულია ცნება “ბევრად მეტია” აზრზე, ამა თუ იმ სიტუაციის კონტექსტში.

მეორე ნახაზზე $\tilde{R}$ სიმრავლის მკაფიო საზღვარის არ არსებობა ნაჩვენები შტრიხების სიმკვრივის ცვალებადობით.თუ ფაზი მიმართება $\tilde{R}$ განსაზღვრულია სასრულ X

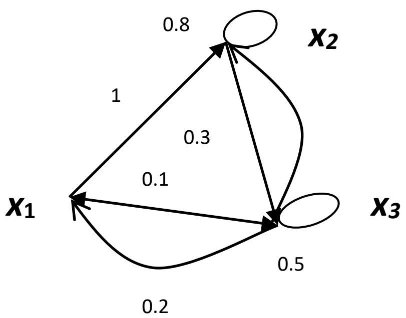
სიმრავლეზე, მაშინ მისი მიკუთვნების ფუნქცია $\mu_{\tilde{R}}$ წარმოადგენს კვადრატულ მატრიცას, რომლის ელემენტებია ნებისმიერი რიცხვი [0;1] ინტერვალიდან.

ვთქვათ, $X=\{x_1,x_2,x_3\}$

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y)=\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 & 0.5 \end{pmatrix} \end{array}. \tag{6.1}$$

ამ მატრიციდან ჩანს, რომ, მაგალითად (x_2,x_3)-ისთვის მიმართების შესრულების ხარისხი უდრის 0.3, ანუ $\tilde{R}(x_2,x_3)=0.3$.

ისევე როგორც ჩვეულებრივი მიმართება ფაზი მიმართება შეიძლება აღვწეროთ ფაზი (ორიენტირებული) გრაფის საშუალებით, ასეთი გრაფის ყველა რკალს მიწერილი აქვს რიცხვი [0;1] ინტერვალიდან.



ისევე, როგორც ფაზი სიმრავლეებს, ფაზი მიმართებასაც გააჩნია მისი მატარებელი (საპორთფი).

განმარტება 6.2. *X* სიმრავლეზე ფაზი $\tilde{R}$ მიმართების მატარებელი ეწოდება $X\times X$ დეკარტული ნამრავლის შემდეგნაირ ქვესიმრავლეს:

$$supp\tilde{R}=\{(x,y)\in X\times X \mid \mu_{\tilde{R}}(x,y)>0\}.$$

X სიმრავლეზე ფაზი მიმართების მატარებელი შეიძლება განხილული იქნეს როგორც ჩვეულებრივი მიმართება, რომელიც აკავშირებს ისეთ (x,y) წყვილებს, რომელთათვის მოცემული ფაზი მიმართების შესრულების ხარისხი არ უდრის 0.

თუ საქმე გვაქვს სასრულ X სიმრავლესთან, მატარებელის მატრიცა შეიძლება მიღებულ იქნეს საწყისი ფაზი მიმართების მატრიცაში, ყველა არანულოვანი ელემენტების ერთიანებზე შეცვლის გზით.

მაგალითი 6.1. (6.1)-ით მოცემული ფაზი მიმართებისათვის:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ supp\tilde{R} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

ფაზი მიმართებებს, აგრეთვე, გააჩნიათ α-დონის მიმართებები, რომლებიც ძალზედ ხელსაყრელია გადაწყვეტილებათა მიღების ამოცანების გადაწყვეტისას.

განმარტება 6.3.O X სიმრავლეზე $\tilde{R}$ ფაზი მიმართების α-დონის სიმრავლე განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\tilde{R}_\alpha = \{(x,y) \in X \times X \mid \mu_{\tilde{R}}(x,y) \geq \alpha\}, \ \alpha \in [0;1].$$

ადვილი სანახავია, რომ X სიმრავლეზე ფაზი $\tilde{R}$ მიმართების α-დონის სიმრავლე წარმოადგენს ჩვეულებრივ მიმართებას, რომელიც აკავშირებს (x,y) წყვილებს, რომელთათვის მოცემული ფაზი მიმართების შესრულების ხარისხი არანაკლებია α-ზე.

თუ საქმე გვაქვს სასრულ X სიმრავლესთან, α-დონის სიმრავლის მატრიცა შეიძლება მიღებულ იქნეს საწყისი ფაზი მიმართების მატრიცაში ყველა α-ზე არანაკლებ ელემენტების ერთიანებზე, ხოლო დანარჩენი ელემენტის ნულებზე შეცვლის გზით.

მაგალითი 6.2. (6.1)-ით მოცემული ფაზი მიმართებისათვის:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \tilde{R}_{0.3} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

ოპერაციები ფაზი მიმართებებზე

ახლა, გადავდივართ ფაზი მიმართებებზე ოპერაციების განხილვაზე. ზოგიერთები მათ შორის წარმოადგენენ ჩვეულებრივ მიმართებებზე შესაბამისი ოპერაციების ანალოგებს, მაგრამ, როგორც ფაზი სიმრავლეების შემთხვევაში, არსებობს ოპერაციები, რომლებიც მართებულნი არიან მხოლოდ ფაზი მიმართებებისათვის. ასევე ავღნიშნოთ, რომ როგორც ფაზი სიმრავლეების შემთხვევაში, ფაზი მიმართებების გაერთიანების და გამრავლების (კომპოზიციის) ოპერაციები შეიძლება განისაზღვროს სხვადასხვა ხერხით.

ვთქვათ X სიმრავლეზე მოცემულია ორი ფაზი მიმართება $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$.

განმარტება 6.3. $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ ფაზი მიმართებათა *გაერთიანება* (1) $\tilde{R}_1 \bigcup \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2}(x,y) = \max\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(x,y)\right\},\ \forall (x,y) \in X \times X .$$

მაგალითი 6.3.

$$\tilde{R}_1 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0.1 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 1 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array}.$$

განმარტება 6.4. $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ ფაზი მიმართებათა *გაერთიანება* (2) $\tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2}(x,y) = \begin{cases} 1, \, if \;\; \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(x,y) \geq 1 \\ \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(x,y), \, otherwise \end{cases} \ \forall (x,y) \in X \times X .$$

მაგალითი 6.4.

$$\tilde{R}_1 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0.1 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 & 1 \\ 0.9 & 1 & 1 \\ 1 & 0.9 & 0.7 \end{pmatrix} \end{array}.$$

შენიშვნა. ორივე გაერთიანების მატრიცები ინარჩუნებს ერთიანებს!

განმარტება 6.5. $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ ფაზი მიმართებათა *თანაკვეთა* (1) $\tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2}(x,y) = \min\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(x,y)\right\},\ \forall (x,y) \in X \times X .$$

მაგალითი 6.5.

$$\tilde{R}_1 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0.1 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0.1 & 0.8 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.3 \end{pmatrix} \end{array}.$$

განმარტება 6.6. $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ ფაზი მიმართებათა *თანაკვეთა* (2) $\tilde{R}_1 \bigcap \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \bigcap \tilde{R}_2}(x,y) = \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \times \mu_{\tilde{R}_2}(x,y), \ \forall (x,y) \in X \times X .$$

მაგალითი 6.6.

$$\tilde{R}_1 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \!\!\! \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \!\!\! \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 \\ 0.1 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_1 \bigcap \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \!\!\! \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.09 & 0 & 0.07 \\ 0.08 & 0.8 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0.12 \end{pmatrix} \end{array} .$$

შენიშვნა. ორივე თანაკვეთის მატრიცები ინარჩუნებს ნულებს!

განმარტება 6.7. ვიტყვით, რომ ფაზი მიმართება $\tilde{R}_1$ *მოიცავს* ფაზი მიმართებას $\tilde{R}_2$, ანუ $\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_1$, თუ ნებისმიერი $(x,y) \in X \times X$ სრულდება უტოლობა:

$$\mu_{\tilde{R}_2}(x,y) \le \mu_{\tilde{R}_1}(x,y).$$

მაგალითი 6.7.

$$\tilde{R}(\square) \subseteq \tilde{R}(>).$$

ახლა განვიხილოთ ფაზი მიმართების *დამატების* ცნება.

განმარტება 6.8. $\tilde{R}$ ფაზი მიმართების დამატება $\bar{\tilde{R}}$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\bar{\tilde{R}}}(x,y) = 1 - \mu_{\tilde{R}}(x,y), \ \forall (x,y) \in X \times X .$$

მაგალითი 6.8.

$$\tilde{R} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \!\!\! \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \bar{\tilde{R}} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \!\!\! \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 & 0.9 \\ 0.2 & 0 & 1 \\ 0.5 & 1 & 0.6 \end{pmatrix} \end{array} .$$

შენიშვნა. დამატების მატრიცაში ნულები იცვლება ერთიანებით, ხოლო ერთიანები ნულებით. გადასვლის წერტილები $(\mu = 0.5)$ უცვლელი რჩება.

გადავიდეთ შებრუნებულ მიმართებაზე.

განმარტება 6.9. $\tilde{R}$ ფაზი მიმართების შებრუნებული მიმართება $\tilde{R}^{-1}$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}^{-1}}(x,y)=\mu_{\tilde{R}}(y,x),\quad \forall(x,y)\in X\times X\,.$$

მაგალითი 6.9.

$$\tilde{R}=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \tilde{R}^{-1}=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.8 & 0.5 \\ 0.2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \end{array}.$$

განმარტება 6.10. $\tilde{R}$ ფაზი მიმართებასთან უახლოესი მკაფიო მიმართება $\underline{\tilde{R}}$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\underline{\tilde{R}}}(x,y)=\begin{cases} 1,\ if\ \ \mu_{\tilde{R}}(x,y)>0.5 \\ 0,\ if\,\mu_{\tilde{R}}(x,y)<0.5 \\ 0 or 1,\ if\,\mu_{\tilde{R}}(x,y)=0.5 \end{cases}\qquad \forall(x,y)\in X\times X\,.$$

მაგალითი 6.10.

$$\tilde{R}=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.8 \\ 0.5 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 1 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \underline{\tilde{R}}=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

ფაზი მიმართებების გაერთიანების, თანაკვეთის და ჩართვის ოპერაციები აკმაყოფილებენ შემდეგ იგივეობებს:

$$\tilde{R}\bigcup\tilde{R}=\tilde{R},\quad \tilde{R}\bigcap\tilde{R}=\tilde{R} \quad \text{\_ იდენპოტენტურობა} \tag{9.1}$$

$$\tilde{R}\bigcup\tilde{S}=\tilde{S}\bigcup\tilde{R},\quad \tilde{R}\bigcap\tilde{S}=\tilde{S}\bigcap\tilde{R} \quad \text{\_ კომუტაციურობა} \tag{9.2}$$

$$\left.\begin{aligned} \tilde{R}\bigcap\left(\tilde{S}\bigcap\tilde{T}\right)&=\left(\tilde{R}\bigcap\tilde{S}\right)\bigcap\tilde{T} \\ \tilde{R}\bigcup\left(\tilde{S}\bigcup\tilde{T}\right)&=\left(\tilde{R}\bigcup\tilde{S}\right)\bigcup\tilde{T} \end{aligned}\right\} \quad \text{\_ ასიციაციურობა} \tag{9.3}$$

$$\tilde{R}\bigcap\left(\tilde{S}\bigcup\tilde{R}\right)=\tilde{R},\quad \tilde{R}\bigcup\left(\tilde{S}\bigcap\tilde{R}\right)=\tilde{R} \quad \text{\_ შთანთქმა} \tag{9.4}$$

ვაჩვენოთ (9.4)-ის სისწორე გაერთიანების და თანაკვეთის პიველი (1) განმარტებების პირობებში.

დამტკიცება.

$$\tilde{R}\bigcap\left(\tilde{S}\bigcup\tilde{R}\right)\Leftrightarrow\min\left\{\mu_{\tilde{R}},\mu_{\tilde{R}\bigcup\tilde{S}}\right\}=\min\left\{\mu_{\tilde{R}},\max\left\{\mu_{\tilde{R}},\mu_{\tilde{S}}\right\}\right\}=\mu_{\tilde{R}},$$
$$\tilde{R}\bigcup\left(\tilde{S}\bigcap\tilde{R}\right)\Leftrightarrow\max\left\{\mu_{\tilde{R}},\mu_{\tilde{R}\bigcap\tilde{S}}\right\}=\max\left\{\mu_{\tilde{R}},\min\left\{\mu_{\tilde{R}},\mu_{\tilde{S}}\right\}\right\}=\mu_{\tilde{R}}.$$

გაერთიანების და თანაკვეთის მეორე (2) განმარტებების პირობებში (9.4) გარდაიქმნება შემდეგი სახით:

$$\tilde{R}\bigcap\left(\tilde{S}\bigcup\tilde{R}\right)\subseteq\tilde{R},\quad \tilde{R}\bigcup\left(\tilde{S}\bigcap\tilde{R}\right)\supseteq\tilde{R}$$

დამტკიცება.

$$\tilde{R}\bigcap\left(\tilde{S}\bigcup\tilde{R}\right)\equiv\mu_{\tilde{R}}\times\begin{cases}1, if\ \ \mu_{\tilde{R}}+\mu_{\tilde{S}}\geq 1\\ \mu_{\tilde{R}}+\mu_{\tilde{S}},\ otherwise\end{cases}\leq\mu_{\tilde{R}},$$

$$\tilde{R}\bigcup\left(\tilde{S}\bigcap\tilde{R}\right)\equiv\begin{cases}1, if\ \ \mu_{\tilde{R}}+\mu_{\tilde{R}}\times\mu_{\tilde{S}}\geq 1\\ \mu_{\tilde{R}}+\mu_{\tilde{R}}\times\mu_{\tilde{S}},\ otherwise\end{cases}\geq\mu_{\tilde{R}}.$$

გაერთიანების და თანაკვეთის პიველი (1) განმარტებების პირობებში მართებულია:

$$\left.\begin{array}{l}\tilde{R}\bigcap\left(\tilde{S}\bigcup\tilde{T}\right)=\left(\tilde{R}\bigcap\tilde{S}\right)\bigcup\left(\tilde{R}\bigcap\tilde{T}\right)\\ \tilde{R}\bigcup\left(\tilde{S}\bigcap\tilde{T}\right)=\left(\tilde{R}\bigcup\tilde{S}\right)\bigcap\left(\tilde{R}\bigcup\tilde{T}\right)\end{array}\right\}\ \text{– დისტრიბუციურობა.}$$

მნიშვნელოვანი თვისება

$$\tilde{S}\subseteq\tilde{T}\Rightarrow\tilde{R}\bigcup\tilde{S}\subseteq\tilde{R}\bigcup\tilde{T},\ \tilde{R}\bigcap\tilde{S}\subseteq\tilde{R}\bigcap\tilde{T}.$$

ცარიელი მიმართება

$$\varnothing(x,y)=0,\ \ \forall(x,y)\in X\times X.$$

სრული მიმართება

$$U(x,y)=1,\ \ \forall(x,y)\in X\times X.$$

ეს მიმართებები აკმაყოფილებენ შემდეგ ტოლობებს:

$$\tilde{R}\bigcap\varnothing=\varnothing,\ \ \tilde{R}\bigcup\varnothing=\tilde{R},$$

$$\tilde{R}\bigcap U=\tilde{R},\ \ \tilde{R}\bigcup U=U.$$

ფაზი მიმართებათა კომპოზიციები და თვისებები

გამოყენებით ამოცანებში დიდი მნიშვნელობა აქვს ფაზი მიმართებების კომპოზიციას (ზოგჯერ მას გამრავლებას უწოდებენ). ჩვეულებრივი მიმართებებისგან განსხვავებით, ფაზი მიმართებათა კომპოზიცია შეიძლება მოცემული იქნეს სხვადასხვა ხერხით.

აქ ჩვენ მოვიყვანთ ამ ოპერაციის ზოგიერთ შესაძლო განმარტებას.

განმარტება 6.11. $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი მიმართებათა $\max-\min$ კომპოზიცია (მაქსიმინური კომპოზიცია) $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \sup_{y \in X} \min\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\right\}, \ \forall (x,z) \in X^2$$

თუ, უნუვერსუმი X სასრულია, მაშინ ფაზი მიმართება $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$-ის მატრიცა ტოლია $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ მიმართებათა მატრიცების მაქსიმინურ ნამრავლს, ანუ მიიღება იგივე ოპერაციების გამოყენებით, როგორც ჩვეულებრივი მიმართებების ნამრავლის მატრიცა.

მაგალითი 6.11.

$$\tilde{R}_1 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0.3 & 0.5 & 0 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{array}{c|cccc} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ y_1 & 0.9 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ y_2 & 0.2 & 1 & 0.8 & 0 \\ y_3 & 0.8 & 0 & 0.7 & 1 \\ y_4 & 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ y_5 & 0 & 1 & 0 & 0.8 \end{array}$$

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.4 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 1 & 0.5 & 0.8 \\ 0.8 & 0.3 & 0.7 & 1 \\ 0.7 & 0.2 & 0.7 & 0.7 \end{pmatrix} \end{array}.$$

განმარტება 6.12. $\tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ ფაზი მიმართებათა $\max-\times$ კომპოზიცია $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ (მაქსმულტიპლიკატიური ნამრავლი) განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 .$$

მაგალითი 6.12. მაგალითი 6.11 -ის პირობებში მაქსმულტიპლიკატიური კომპოზიცია ტოლია

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{array}{c|cccc} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ \hline x_1 & 0.4 & 0.7 & 0.3 & 0.56 \\ x_2 & 0.27 & 1 & 0.4 & 0.8 \\ x_3 & 0.8 & 0.3 & 0.7 & 1 \\ x_4 & 0.56 & 0.2 & 0.49 & 0.7 \end{array}.$$

განმარტება 6.13. $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი მიმართებათა $\min-\max$ კომპოზიცია (მინმაქსური ნამრავლი) $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \inf_{y \in X} \max\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\right\}, \ \forall (x,z) \in X^2.$$

მაგალითი 6.13. მაგალითი 6.11 -ის პირობებში მინმაქსური კომპოზიცია ტოლია

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{array}{c|cccc} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ \hline x_1 & 0.2 & 0 & 0.3 & 0.2 \\ x_2 & 0.4 & 0 & 0.3 & 0.2 \\ x_3 & 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0 \\ x_4 & 0 & 0.6 & 0 & 0.2 \end{array}.$$

კომპოზიციის შემოყვანილი სხვადასხვა ოპერაციების შედარებისათვის განვიხილოთ $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ მიმართებების კომპოზიციების მარტივი მაგალითი სასრულ ორელემენტიან X სიმრავლეზე.

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0.8 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \\ 0.3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 \\ 0.5 & 0.8 \end{pmatrix} & (\max-\min) \\ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \\ 0.5 & 0.7 \end{pmatrix} & (\min-\max). \\ \begin{pmatrix} 0.18 & 0.6 \\ 0.25 & 0.8 \end{pmatrix} & (\max-\times) \end{cases}$$

შენიშვნა. განმარტებებიდან ჩანს, რომ მაქსმულტიპლიკატიური ნამრავლი მაქსმინური ნამრავლის ქვესიმრავლეა. მოყვანილი მაგალითი თავსდება ამ ჩარჩოებში.

ფაზი მიმართებათა თვისებები

X^2 დეკარტულ ნამრავლზე ფაზი $\tilde{R}$ მიმართებას ეწოდება *რეფლექსური*, თუ

$$\mu_{\tilde{R}}(x,x) = 1, \quad \forall x \in X.$$

სასრული X სიმრავლისათვის რეფლექსური ფაზი მიმართების მატრიცის მთავარი დიაგონალი შეიცავს მხოლოდ ერთიანებს.

რეფლექსური ფაზი მიმართების მაგალითად შეიძლება გამოდგეს მიმართება “მიახლოებით ტოლი” ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე.

X^2 დეკარტულ ნამრავლზე ფაზი $\tilde{R}$ მიმართებას ეწოდება *ანტირეფლექსური*, თუ

$$\mu_{\tilde{R}}(x,x)=0, \quad \forall x\in X .$$

სასრული X სიმრავლის შემთხვევაში ანტირეფლექსური მიმართების მატრიცის მთავარი დიაგონალი შეიცავს მხოლოდ ნულებს.

მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ ფაზი მიმართება “ზევრად მეტია”. თვალნათლივია, რომ რეფლექსური მიმართების დამატება ანტირეფლექსურია.

X^2 დეკარტულ ნამრავლზე ფაზი $\tilde{R}$ სიმრავლეს ეწოდება **სიმეტრიული,** თუ

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y)=\mu_{\tilde{R}}(y,x), \quad \forall (x,y)\in X^2 .$$

თუ X სასრული სიმრავლეა, სიმეტრიული ფაზი მიმართების მატრიცა სიმეტრიულია, ანუ $r_{ij}=r_{ji}$. ამ მიმართების შესაბამისი გრაფი არაა ორიენტირებული სიმეტრიული არა მკაფიო მიმართების. მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მიმართება “სიდიდით ძალიან განსხვავება”.

X^2 დეკარტულ ნამრავლზე ფაზი $\tilde{R}$ სიმრავლეს ეწოდება **ანტისიმეტრიული** თუ მისი მიკუთვნების ფუნქციას გააჩნია შემდეგი თვისება

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y)>0 \Rightarrow \mu_{\tilde{R}}(y,x)=0, \quad \forall (x,y)\in X^2 \mid x\neq y .$$

ეს თვისება შეიძლება ავღწეროთ შემდეგი ორი ექვივალენტური სახით:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y)\times\mu_{\tilde{R}}(y,x)=0, \quad \forall (x,y)\in X^2 \mid x\neq y ;$$

$$\min\left\{\mu_{\tilde{R}}(x,y),\mu_{\tilde{R}}(y,x)\right\}=0, \quad \forall (x,y)\in X^2 \mid x\neq y .$$

ასეთი მიმართების მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მიმართება “ზევრად მეტია”.

შენიშვნა: ყველა არარეფლექსური (არასიმეტრიული) მიმართება არაა ანტირეფლექსური (ანტისიმეტრიული).

X^2 დეკარტულ ნამრავლზე ფაზი $\tilde{R}$ მიმართებას ეწოდება **ტრანზიტიული,** თუ

$$\tilde{R} \circ \tilde{R} \subseteq \tilde{R}.$$

ამ განმარტებიდან თვალნათლივ ჩანს, რომ ტრანზიტიულობა პირდაპირ დამოკიდებულია კომპოზიციის სახეობაზე.

მოვიყვანოთ ტრანზიტიულობის განმარტებები სხვადასხვა კომპოზიციების პირობებში

$\tilde{R} \circ \tilde{R}$ **კომპოზიცია**	**ტრანზიტიულობის სახე**
მაქსმინური	$\sup\limits_{y \in X} \min \left\{ \mu_{\tilde{R}}(x,y), \mu_{\tilde{R}}(y,z) \right\} \geq \mu_{\tilde{R}}(x,z), \ \forall (x,z) \in X^2$
მაქსმულტიპლიკატიური	$\sup\limits_{y \in X} \left\{ \mu_{\tilde{R}}(x,y) \times \mu_{\tilde{R}}(y,z) \right\} \leq \mu_{\tilde{R}}(x,z), \ \forall (x,z) \in X^2$
მინმაქსური	$\inf\limits_{y \in X} \max \left\{ \mu_{\tilde{R}}(x,y), \mu_{\tilde{R}}(y,z) \right\} \leq \mu_{\tilde{R}}(x,z), \ \forall (x,z) \in X^2$

ავღნიშნოთ $\tilde{R}_1^2$ -ით მაქსმინური, $\tilde{R}_2^2$ -ით მინმაქსური, ხოლო $\tilde{R}_3^2$ -ით მაქსმულტიპლიკატიური კომპოზიცია $\tilde{R}$ ფაზი მიმართების თავის თავზე, მაშინ გვექნება:

$$\tilde{R}_3^2 \subseteq \tilde{R}_1^2 \subseteq \tilde{R}_2^2.$$

მართლაც, ნებისმიერი $(x,y,z) \in x^3$ მართებულია შემდეგი უტოლობები

$$\max \left\{ \mu_{\tilde{R}}(x,y), \mu_{\tilde{R}}(y,z) \right\} \geq \min \left\{ \mu_{\tilde{R}}(x,y), \mu_{\tilde{R}}(y,z) \right\} \geq \mu_{\tilde{R}}(x,y) \times \mu_{\tilde{R}}(y,z),$$

საიდანაც გამომდინარეობს შესაბამისი ჩართვები.

შენიშვნა: თუ ფაზი მიმართებას გააჩნია მაქსმინური ტრანზიტიულობა, მას გააჩნია, აგრეთვე, მაქსმულტიპლიკატიური ტრანზიტიულობაც, ხოლო მაქსმულტიპლიკატიური ტრანზიტიულობის მქონე ფაზი მიმართებას, ზოგადად, შეიძლება არ გააჩნდეს ორი სხვა აზრის ტრანზიტიულობა.

ჩვენ მომავალში გამოვიყენებთ მაქსმინურ კომპოზიციას. ტრანზიტიული ფაზი მიმართების მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მიმართება “ზევრად მეტია”- $\tilde{R}(>>)$.

მაგალითი 6.14. არის თუ არა ფაზი მიმართება $\tilde{R}$ ტრანზიტიული?

$$\tilde{R}=\begin{pmatrix}0.2 & 1 & 0.4 & 0.4\\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0\\ 0 & 1 & 0.3 & 0\\ 0.1 & 1 & 1 & 0.1\end{pmatrix} \qquad \tilde{R}_1\circ\tilde{R}_2=\begin{pmatrix}0.2 & 0.6 & 0.4 & 0.2\\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0\\ 0 & 0.6 & 0.3 & 0\\ 0.1 & 1 & 0.3 & 0.1\end{pmatrix}$$

პასუხი: $\tilde{R}\circ\tilde{R}\subseteq\tilde{R}$ _ ტრანზიტიულია.

ტრანზიტიული ჩაკეტვა x^2 დეკარტულ ნამრავლში $\tilde{R}$ ფაზი მიმართების ტრანზიტიული ჩაკეტვა განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\hat{\tilde{R}}=\tilde{R}\bigcup\tilde{R}^2\bigcup\ldots\bigcup\tilde{R}^n\ \ldots,\tilde{R}^n=\tilde{R}^{n-1}\circ\tilde{R}=\tilde{R}\circ\tilde{R}^{n-1},\ n=2.$$

ტრანზიტიული ჩაკეტვის შემოღებისას აუცილებელია მიუთითოთ თუ რა სახის კომპოზიციას ვიყენებთ.

თეორემა. ნებისმიერი ფაზი მიმართების ტრანზიტიული ჩაკეტვა არის ტრანზიტიული ფაზი მიმართება.

დამტკიცება. ტრანზიტიული ჩაკეტვის განმარტებიდან გამომდინარეობს:

$$\hat{\tilde{R}}^2=\tilde{R}^2\bigcup\tilde{R}^3\bigcup\tilde{R}^4\ldots,,$$

აქედან ცხადია, რომ $\hat{\tilde{R}}^2\subseteq\hat{\tilde{R}}$, რაც ამტკიცებს $\hat{\tilde{R}}$ -ის ტრანზიტიულობას. □

მნიშვნელოვანი თვისება: თუ ფაზი მიმართება $\tilde{R}$ ტრანზიტიულია, მაშინ ის ემთხვევა თავის ტრანზიტიულ ჩაკეტვას.

მაგალითი 6/15. გამოვთვალოთ $\tilde{R}$ არა მკაფიო მიმართების ტრანზიტიული ჩაკეტვა

$$\tilde{R}=\begin{pmatrix}0.8 & 1 & 0.1\\ 0 & 0.4 & 0\\ 0.3 & 0 & 0.2\end{pmatrix}\quad \tilde{R}^2=\begin{pmatrix}0.8 & 0.8 & 0.1\\ 0 & 0.4 & 0\\ 0.3 & 0.3 & 0.2\end{pmatrix}\quad \tilde{R}^3=\begin{pmatrix}0.8 & 0.8 & 0.1\\ 0 & 0.4 & 0\\ 0.3 & 0.3 & 0.2\end{pmatrix}$$

$$\hat{\tilde{R}}=\tilde{R}\bigcup\tilde{R}^2=\begin{pmatrix}0.8 & 1 & 0.1\\ 0 & 0.4 & 0\\ 0.3 & 0.3 & 0.2\end{pmatrix}$$

ზეპირად შევამოწმოთ $\hat{\tilde{R}}$ -ის ტრანზიტიულობა.

ფაზი მიმართებათა დეკომპოზიციის თეორემა

შენიშვნა: აქ სიტყვა “დეკომპოზიცია” იხმარება სხვა გაგებით, ვიდრე $(\max-\min)$ და დანარჩენი კომპოზიციების განხილვისას.

ჩვენთვის ცნობილია, რომ ფაზი მიმართებები შეიძლება განვიხილოთ როგორც ჩვეულებრივი მიმართებების განზოგადოება, ანუ მათ შორის არსებობს განსაზღვრული კავშირები. პასუხს, თუ როგორაა დაკავშირებული ფაზი და ჩვეულებრივი მიმართებები, იძლევა შემდეგი მნიშვნელოვანი თეორემა.

დეკომპოზიციის თეორემა. ნებისმიერი ფაზი $\tilde{R}$ სიმრავლე შეიძლება წარმოვადგინოთ ასეთი ფორმით:

$$\tilde{R} = \bigcup_{\alpha\in]0,1]} \alpha R_\alpha,$$

სადაც, $\mu_{R_\alpha}(x,y) = \begin{cases} 1, \ if \ \ \mu_{\tilde{R}}(x,y) \ge \alpha \\ 0, \ \ \mu_{\tilde{R}}(x,y) < \alpha \end{cases}.$

აქ ჩანაწერი αR_α ნიშნავს, რომ R_α ჩვეულებრივი მიმართების ყველა ელემენტი მრავლდება α-ზე.

დამტკიცება:

$$\bigcup_{\alpha\in]0,1]} \alpha R_\alpha = \bigcup_{\alpha\le\mu_{\tilde{R}}(x,y)} \alpha = \max_{\alpha\le\mu_{\tilde{R}}(x,y)} \{\alpha\} = \mu_{\tilde{R}}(x,y) = \tilde{R}. \qquad \square$$

მაგალითი 6.16.

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.8 & 1 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.3 & 0.9 \\ 1 & 0.2 & 0.6 & 0.7 \end{pmatrix} = \max\left\{ 0.2\times\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, 0.3\times\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \right.$$

$$0.5\times\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ 0.6\times\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ 0.7\times\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\left. 0.8\times\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ 0.9\times\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ 1\times\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

განვიხილოთ $\tilde{R}$ ფაზი მიმართება X^2 დეკარტულ ნამრავლში, სადაც x-ს გააჩნია სიმძლავრე n, ანუ $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, მაშინ მისი ტრანზიტული ჩაკეტვა განისაზღვრება შემდეგნაირად

$$\hat{\tilde{R}} = \bigcup_{k=1}^{n} R^k.$$

სემინარი №15

საინვესტიციო პროექტის რისკების შეფასების მაგალითები

საინვესტიციო ერთობლიობა შედგება ურთიერთდამოუკიდებელი (ერთ-ერთის დამუშავება და მიღება არ ეწინააღმდეგება მეორის მიღებას და არ არის მასთან კავშირში), ურთიერთპროექტების რეალიზაციის ყველა ქმედებას – ბიზნეს-იდეის გაჩენიდან პროექტის საექსპლუატაციო ფაზის დადგომამდე - საფუძვლად უდევს აუცილებელი გადაწყვეტილებების ერთობლიობის შემუშავება და მიღება. მკაფიოდ ჩამოყალიბებული სახით ბიზნეს-იდეის წარმოქმნის მომენტში აუცილებელი გადაწყვეტილებების ერთობლიობა (რომელიც უნდა ან შეიძლება შემუშავებული და მიღებული იქნას პროექტის რეალიზაციისას) არსებობს არამარტო ობიექტურად, არამედ, თეორიულ ასპექტში, საკმაოდ განსაზღვრულიც არის.

აღნიშნული გადაწყვეტილების დამოკიდებული (გადაწყვეტილებები უზრუნველყოფს ერთმანეთის რეალიზაციას) და ურთიერთგამომრიცხავი (გადაწყვეტილებები არ შეიძლება მიღებულ იქნას ერთდროულად და აუცილებელია ავირჩიოთ ერთ-ერთი) გადაწყვწტილებებისაგან.

რისკი – ეს არის იმ ხდომილობის მოხდენის შესაძლებლობა, რომელიც ჩნდება მოცემულ სისტემაზე რისკის რაიმე ფაქტორის მოქმედებით: შინაგანის, გარეგანის, ან ორივესი ერთად. ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში უნდა განვიხილოთ სიტუაცია, რომელიც სწორედ მოცემული რისკის ფაქტორებით არის აგებული. მაგრამ პრაქტიკული მიზნებისათვის ცოტაა ხდომილობის მოხდენის შესაძლებლობის დადგენა, მნიშვნელოვანია აგრეთვე გაირკვეს, მოსალოდნელია თუ არა ეს შესაძლებლობა გადაიქცეს რეალურად მოხდენად ხდომილებად ამ ფაქტიდან გამომდინარე ყველა შედეგით. მაშასადამე, საჭიროა შეფასდეს რისკის ხარისხი და განისაზღვროს მისი სიდიდე.

რისკის ხარისხი – განხილული ხდომილობის მოხდენის ალბათობაა. ამასთან არაა აუცილებელი ის იყოს რაიმე არასასურველი მოვლენა, როგორიცაა წაგება ან ფინანსური დანაკარგი. ხდომილობა შეიძლება იყოს სასურველიც, ხომ იგებს ვიღაც ლატარეაში მანქანას ან ბინას. ლატარეაში შეიძლება იყოს მოგებაც, მაგრამ წაგება უფრო მოსალოდნელია, თუმცა მოთამაშეები ყოველთვის მოგებაზე ფიქრობენ და ცდილობენ შეაფასონ მისი ალბათობა.

ამჟამად რისკის რაოდენობრივი შეფასებამ ყველაზე მეტ განვითარებას მიაღწია ამოცანებში, რომლებიც დაკავშირებულია ფინანსურ ბაზარზე მიღებულ გადაწყვეტილებებთან. ადაპტაციის გარეშე ამ გამოცდილების გადატანა საინვესტიციო პროექტების რეალიზაციის სფეროში, რომელიც სრულიად განსხვავებული სპეციფიკის მქონეა, წარმოადგენს პრობლემურს. ამასთან ამ გამოცდილების ელემენტების შეხამება რეალურად არსებულ ფუნდამენტალურ ცოდნასთან შექმნის სავსებით ადეკვატურ მეთოდიკას და ამოცანის ამოხსნის პრაქტიკულ მიდგომებს. საფინანსო ბაზარზე მუშაობა – გარკვეულწილად სულ რისკიანია, ე.ი. ხდომილებები ხდება ძალიან. ზოგი იგებს მათი მოხდენით, ზოგი აგებს, მაგრამ გარიგებები, მაგალითად, საფონდო ბაზარზე, სადაც

აქციების კურსის ცვლილება მუდმივად ხდება, მოსალოდნელი ზარალის გამო არ წყდება, რამდენადაც მოსალოდნელია მოგებებიც. ამიტომ არ ღირს რისკს მივანიჭოთ ვინმესთვის მხოლოდ არასასურველი ხდომილების ახდენის შესაძლებლობა. ინვესტორისათვის ფულის დაკარგვის რისკი ყოველთვის არსებობს, მაგრამ ეს მხოლოდ დაკარგვის რისკია, რომელიც ფულის მოგების რისკთან ერთად არსებობს. სხვა სიტყვებით, რისკი – ეს მხოლოდ საშიშროების და უსიამოვნების გაჩენის შესაძლებლობაა და არა თვითონ საშიშროება ან უსიამოვნება. ამიტომ ფინანსური რისკის შავ ფერში წარმოსახვაც კი უსამართლობაა. მით უმეტეს რომ შავი და ნაცრისფერი, ან ცოტა მუქი ფერი დამოკიდებულია ალბათობაზე და არა ხდომილობის მოხდენის შესაძლებლობაზე.

რისკების მართვისთვის აუცილებელ, ალბათობის თეორიის ერთ-ერთ მთავარ ძირითად, ცნებას წარმოადგენს შემთხვევითი სიდიდის ცნება. შემთხვევითი სიდიდე ეწოდება სიდიდეს, რომელმაც ცდის შედეგად შეიძლება მიიღოს ესათუის მნიშვნელობა, ამასთან კერძოდ რომელი წინასწარ უცნობია. მაგალითად – აბონენტთან დღე-ღამის განმავლობაში დარეკილი ზარების რაოდენობა.

განასხვავებენ უწყვეტ და წყვეტილ (დისკრეტული) სახის შემთხვევით სიდიდეებს. დისკრეტული შემთხვევების რაოდენობა წინასწარ შეიძლება დავითვალოთ. უწყვეტი სიდიდეების შესაძლო მნიშვნელობების წინასწარ დათვლა არ შეიძლება და უწყვეტად ავსებენ რაღაც შუალედს.

შემთხვევითი ხდომილებების განაწილების კანონს უწოდებენ ყოველგვარ შესაბამისობას, რომელიც ამყარებს დამოკიდებულებას შემთხვევითი ხდომილობების მნიშვნელობებს და მათ შესაბამის ალბათობებს შორის. შემთხვევით ხდომილობაზე ამბობენ რომ ის ექვემდებარება განაწილების მოცემულ კანონს.

ალბათობათა ამ განაწილების რაოდენობრივი დასახიათება მოსახერხებელია გამოვსახოთ არა $X=x$ ხდომილობების ალბათობებით, არამედ $X<x$ ხდომილობების ალბათობებით, სადაც x – რაიმე მიმდინარე ცვლადია. ამ ხდომილობის ალბათობა, რომელიც x–ზეა დამოკიდებული არის x –ის რაიმე ფუნქცია. ამ ფუნქციას X შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქცია ეწოდება და F(x)–ით აღინიშნება:

$$F(x) = P(X < x)$$

F(x) განაწილების ფუნქციას ზოგჯერ ასევე ინტეგრალურ განაწილების ფუნქციასაც უწოდებენ, ან განაწილების ინტეგრალურ კანონს.

განაწილების ფუნქცია – შემთხვევითი სიდიდის ყველაზე უნივერსალური მახასიათებელია. ის ყველა შემთხვევითი სიდიდისთვის არსებობს, როგორც დისკრეტულისთვის, ისე უწყვეტისათვის. განაწილების ფუნქცია სრულად ახასიათებს შემთხვევით სიდიდეს ალბათობის თვალსაზრისით. ე.ი. წარმოადგენს განაწილების კანონის ერთ-ერთ ფორმას.

რეალურად არსებულ რისკს, ე.ი. როცა არის ხდომილობის მოხდენის შესაძლებლობა, აქვს მათემატიკურად გამოსახული ალბათობა ასეთი ხდომილობის მოხდენისა. რისკის სიდიდის რაოდენობრივი განსაზღვრისათვის აუცილებელია ამდაგვარი კონკრეტული ქმედების ყველა შესაძლო შედეგის და ამ შედეგების მოხდენის

ალბათობების ცოდნა. საინვესტიციო პროექტების რეალიაზაციის დროს მისი ხელმძღვანელების და მონაწილეების მხრიდან ხდება მიმდინარე და პარალელური მრავალი განსხვავებული გადაწყვეტილების მიღება, როგორც ურთიერთდაკავშირებულის, ან ერთმანეთის განპირობებულის, ასევე ერთამნეთისაგან დამოუკიდებელის.

ძნელად დასაჯერებელია, რომ ახალი პროექტის რეალიზაციის განმახორციელებელ ხელმძღვანელს ჰქონდეს სარწმუნო სტატისტიკური მონაცემები ამგვარი პროექტის რეალიზაციის დროს მიღებული გადაწყვეტილებების მოხდენის მოსალოდნელ ხდომილობების ალბათობების შესახებ. უფრო მეტიც, თითქმის არ არსებობს იმის შანსი, რომ ვინმემ აწარმოოს ასეთი სტატისტიკა და გაუზიაროს თავის კონკურენტებს.

ამასთან, საინვესტიციო პროექტების რეალიზაციის პროცესსი მისი მონაწილეები ხვდებიან შემთხვევთი და არა შემთხვევითი ხდომილობების, პროცესების და მოვლენების სამყაროში, სადაც მოქმედებენ როგორც ალბათობის თეორიის კანონები, ისე სხვა, ერთი შეხედვით ამ დისციპლინასთან არანაირი კავშირის მქონე, კანონები, მაგალითად ფსიქოლოგიის, რომელიც საშუალებას გვაძლებს გავერკვეთ მონაწილეთა `არალოგიკურ˜ ქცევებში პასუხისმგებლურ გადაწყვეტილებების მიღების დროს. Aამიტომ რისკის ანალიზის და მისი შეფასების დროს საჭიროა როგორც მათემატიკური ალბათობის თეორიის აპარატის გამოყენება, ისე სხვა მეცნიერებებში შემუშავებული მეთოდების და სხვადასხვა ინსტრუმენტების გამოყენება.

განსაზღვრება გადაწყვეტილების მიღებისას ხდომილობის ახდენის „მათემატიკური ლოდინი“ ამჟამად გამოიყენება რისკ-მენეჯმენტში ფინანსურ ბაზარზე რისკების გამოკვლევის დროს.

შემთხვევითი სიდიდეების მათემატიკური ლოდინი ეწოდება შემთხვევითი სიდიდეების ყველა შესაძლო მნიშვნელობების ამ მნიშვნელობათა ალბათობებზე ნამრავლების ჯამს.

$$M\lfloor X \rfloor = \sum_{ii=1}^{n} x_i p_i$$

სხვადასხვა ექსპერტიზის ჩატარების დროს ალბათობის მნიშვნელობის დასაზუსტებლად რისკის სიდიდეს (რისკის ხარისხს) ორი კრიტერიუმით ზომავენ: საშუალო მოსალოდნელი მნიშვნელობით და შესაძლო შედეგის რხევით (ცვალებადობით). საშუალო მოსალოდნელი მნიშვნელობა – ეს ხდომილობის მნიშვნელობაა, რომელიც კავშირშია სიტუაციის განუსაზღვრელობასთან. საშუალო მოსალოდნელო მნიშვნელობა წარმოადგენს საშუალოშეწონილს ყველა იმ შესაძლო შემთხვევისათვის, სადაც თითოეული შედეგის ალბათობა გამოყენებულია შესაბამისი მნიშვნელობის სიხშირედ ანუ წონად. საშუალო მოლოსალოდნელი მნიშვნელობა ზომავს იმ შედეგს, რომელსაც ჩვენ საშუალოდ ველოდებით.

რამდენადაც საშუალო სიდიდე წარმოადგენს ზოგად ხარისხობრივ მახასიათებელს, ამიტომ საბოლოო გადაწყვეტილების არჩევისათვის ზომავენ

მაჩვენებლების რხევას, ე.ი. საზღვრავენ შესაძლო შედეგის ცვლილების ხარისხს, რომელიც წარმოადგენს საშუალო მნიშვნელობიდან მოსალოდნელი მნიშვნელობის გადახრის ხარისხს. პრაქტიკაში ამისათვის გამოიყენება ორი ერთმანეთთან მჭიდროდ დაკავშირებული კრიტერიუმი: დისპერსია და კვადრატული გადახრა.

დაიპერსია წარმოადგენს საშუალო მოსალოდნელიდან ნამდვილი შედეგების გადახრების კვადრატების საშუალო შეწონილს.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2 n}{\sum n}$$

სადაც σ^2 - დისპერსიაა;

x - თითოეული დაკვირვებისთვის ნამდვილი მნიშვნელობა;

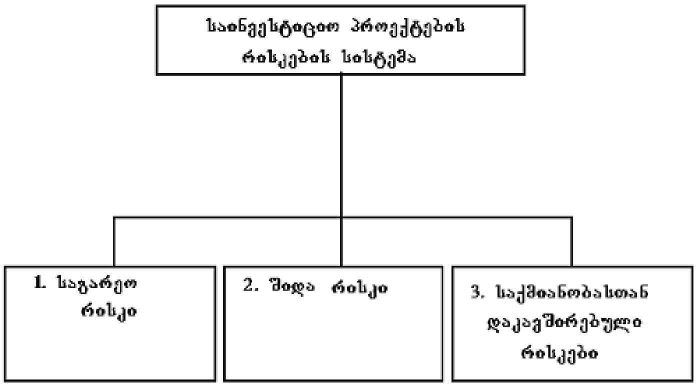
$\bar{x}$ - საშუალო მოსალოდნელი მნიშვნელობა;

n - დაკვირვებების რიცხვი (სიხშირე).

საშუალო კვადრატული გადახრა განისაზღვრება ფორმულით

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2 n}{\sum n}}$$

ნახ. 1.-ზე ნაჩვენებია რისკების სისტემის ზოგადი სტრუქტურა, რომლებიც არსებობენ საინვესტიციო პროექტის რეალიზაციის დროს. ინვესტორის ან მონაწილის ნებისმიერი კონკრეტული რისკისათვის არსებობს თავისი კონკრეტული რისკების, მოქმედი ფაქტორებისა და ამ ფაქტორების დამახასიათებელი პარამეტრების შეთანხმება.



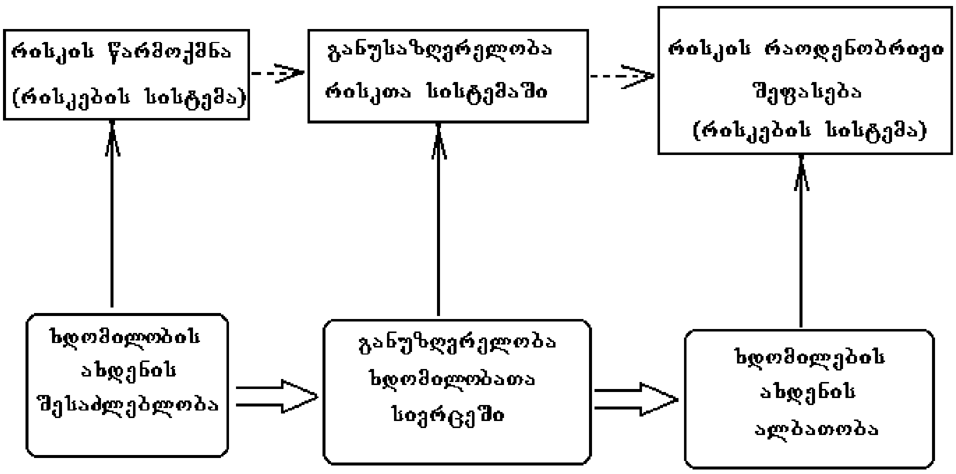
ნახ. 1 საინვესტიციო პროექტების რისკების სისტემების სტრუქტურა

მოცემულია რისკების სამი ძირითადი ქვესისტემა: გარეშე რისკი, შიდა და საქმიანი. გარეშე რისკები – რისკებია, რომლებიც არ არიან დამოკიდებული პროექტის რეალიზაციის მონაწილეთა ქმედებებზე. როგორც წესი, რაიმე ნეგატიური შემთხვევის მოხდენა, რომელიც შეხებაშია მოცემული სახის რისკთან, გავლენას ახდენს არა მარტო ამ პროექტზე, არამედ ყველაზე ან ბევრზე, ამ დარგში ან მოცემულ რეგიონში განხორციელებულ ყველა ან უმეტეს ინვესტიციებზე.

განვიხილოთ პროექტის რეალიზაციის რისკების სისტემაში განუზღვრელობის როლი. რისკის (რისკების სისტემის) წარმოშვება ფაქტობრივად ნიშნავს განხილული სიტემების გადასვლას ახალ ხარისხობრივ მდგომარეობაშიან ახალი სისტემების წარმოქმნას. ხდომილობის ახდენის ალბათობა წარმოადგენს ხარისხის რიცხვით ზომას ხდომილობის ობიექტური ახდენის შესაძლებლობისა.

ხდომილობის, რომელსაც თან ახლავს რისკის გაჩენა, ახდენის შესაძლებლობიდან, მისი ახდენის ალბათობამდე გადასვლა ხდება ხდომილობეთა სივრცეში განუზღვრელობის გადალახვით ან მისი შემცირებით. თავის მხრივ ეს იწვევს განუსაზღვრელობის დაწევას რისკების სისტემაში იმ დონემდე, რომელიც საშუალებას იძლევა რისკს რაოდენობრივი შეფასება მივცეთ.

ნახ.2-ზე მოცემულია ურთიერთკავშირები ძირითად ცნებებს შორის, ხდომილობის დადგომის შესაძლებლობიდან რისკის სიდიდის რაოდენობრივ შეფასებამდე.



ნახ. 2 კავშირი ძირითად წარმოდგენებს შორის საინვესტიციო პროექტის რეალიზაციის რისკების მართვისას

საინვესტიციო პროექტების რეალიზაციის რისკის ანალიზის მიზნის მისაღწევად აუცილებლად უნდა გადაწყდეს შემდეგი ამოცანები.

1) ინფორმაციის მიღება, რომელიც შეიცავს დაზუსტებულ მონაცემებს საივნვესტიციო პროექტის, მიღებულ გადაწყვეტილებების, სამუშაოების შესრულების, და მისი შემდგომი პრაქტიკული რეალიზაციის გეგმების შესახებ.

2) შეირჩეს და მიიზიდოს ანალიზისათვის კვალიფიცირებული ექსპერტები.

3) დაწვრილებით მოხდეს ანალიზის ტექნოლოგიის გააზრება და შემუშავდეს ყველა პროცედურა, რომელიც მის შესულებასთანაა დაკავშირებული.

4) შემუშავდეს სპრეციალური ფორმები, რომლებიც უნდა შეივსოს ექსპეტების მიერ.

5) ექსპერტთათვის შემუშავდეს იმ მოთხოვნების შემცველი მკაფიო ინსტრუქცია, რომელიც უნდა დაიცვან ექსპეტრიზის პროცესში.

ზემოთ ჩამოთვლილი ყველა ამოცანა შეიძლება გადაწყდეს პარალელურად. ამ ამოცანების წარმატებით გადასაწყვეტად უცილებელია შესრულდეს მოსამზადებელი სამუშაოები, გარკვეული მოთხოვნის დაცვით.

პირველი ამოცანა საუკეთესოდ შესრულდება, თუ პროექტის რეალიზაციის რისკის ანალიზისათვის ძირითად დოკუმენტად ავიღებთ ბიზნეს-გეგმას. თუმცა პრაქტიკა გვიჩვენებს, რომ რეალურ ბისნეს-გეგმებში ხშირად არაა საჭირო ინფორმაცია. ამიტომ თუ არ მივაგნებთ დამატებითი ინფოერმაციის წყაროს, პროექტის რეალიზაციის რეალურად არსებული რისკი ექსპერტების მიერ შეიძლება მნიშვნელოვნად გადამეტებული იქნას. ხშირად ინფორმაცია, რომელსაც ბიზნეს-გეგმა შეიცავს, არასწორად ასახავს პროექტის განმახორციელებელ საწარმოში რეალურად არსებულ სიტუაციას. ეს ასევე შეიძლება დადგინდეს დამატებითი ინფორმაციის საშუალებით. მაგალითად, უკვე არესებულ მსხვილ საწარმოშო ახალი ბიზნესის ორგანიზებასთან დაკავშირებულ საინვესტრიციო პროექტის რეალიზაციის რისკის ანალიზის დროს, მოცემული ბიზნეს-გეგმა იძლეოდა ნეგატიურ წარმოდგენას ამ საწარმოში მარკენტინგის ორგანიზების შესახებ. ინტერნეტში შესაძლებელი გახდა ამ საწარმოს შესახებ ბევრი საინტერესო ინფორმაციის მოძიება, მათ შორის მონაცემების, რომლებიც მარკეტინგის ეფექტური ორგანიზებაზე მსჯელობის საშუალებას იძლოდა. რატომ ხდება ასე? სამწუხაროდ ეს იშვიათად არ ხდება, განსაკუთრებით მაშინ თუ პროექტის რეალიზაციის ბიზნეს-გეგმის შემმუშავებლები გარეშე სპეცისლისტებს იწვევენ, რომლებიც ცუდად იცნობენ საწარმოს და მისი მუშაობის სპეციფიკას.

მეორე ამოცანის გადაჭრა არც თუ იოსე ადვილია. ძნელია გქონდეს იმის მიდედი, რომ შესაძლებელინ იქნება იდეალური ექსპერტების მოწვევა. ძნელია მოიძებნოს ნამდვილად დამოუკიდებელი და ობიექტური სპეცისლისტი, რომელიც შეიძლება მიიწვიო კონკრეტული შემთხვევებისთვის. მაგრამ არსებობს კონკრეტული მოთხოვნები, რომელთა დაცვაც აუცილებელია. ექსპერტებმა, რომლებიც მოწვეულნი არიან რისკების შესაფასებლად უნდა შესასრულონ შემდეგი:

- ხელი მიუწვდებოდეთ პროექტის შესახებ შემმუშავებლების ხელთ არსებულ ყველა ინფორმაციაზე;
- ჰქონდეთ მაღალი ანალიტიკური აზროვნება;
- ჰქონდეთ სფეროს შესაბმისი აუცილებელი ცოდნის დონე;
- პროქეტის მიმართ არ იყვნენ პირადად დაინტერესებულნი;
- ჰქონდეთ საშუალება შეაფასონ ნებისმიერი რაოდენობის ინდენტიფიცირებული რისკი.

მესამე ამოცანის გადაწყვეტისას უნდა მივისწრაფოდეთ, რომ ზოგადად ტექნოლოგიამ და მისი განხორციელებისათვის შემუშავებულმა პროცედურებმა შეუქმნან ექსპერტებს მუშაობისათვის ხელსაყრელი გარემო, რომელიც უზრუნველყოფს მათი შეფასებების ობიექტურობა და დამოუკიდებლობას.

მეოთხე ამოცანის გადაწყვეტა ითვალისწინებს სპეციალური ფორმის სემუშავებას, რომელშიც ექსპერტებს შეაქვთ ინფორმაცია ანალიზის ჩატარების პროცესში. ეს ფორმები, ერთიმხრივ, უნდა იყოს მარტივი და მოხერხებული, ხოლო მეორემხრივ, უზრუნველყოს

ინფორმაციის თვალსაჩინოება, რომელიც მისი ხარისხიან გადამუშავების და სისტემიზაციის საშუალებას იძლევა. გარდა ამისა შეიძლება შემუშავდეს ფორმები ექსპერტების მიერ მიღებული შედეგების დამუშავებისათვის და განზოგადებისათვის.

მეხუთე ამოცანა მდგომარეობს საწარმოს მიერ ან სტანდარტით გათვალისწინებული ინსტრუქციების სახით სპეციალურ დოკუმენტში ანალიზის პროცესში შესასრულებელი ყველა პორცედურის ორგანიზაციულ გაწერასა და რეგლემენტაციაში. მოცემული დუკუმენტი ხელმზღვანელების მიერ სემუსავდებას, რომლებიც უშუალოდ არიან დაინტერესებულნი პროექტის რეალიზაციის რსიკის ხარისხიან ანალიზში. თუ ანალიზი ხდება რამდენიმე მონაწილის, ინვესტორის ან სახელშეკრებულო ურთიერთობის სხვადასხვა მხარის ინტერესებიდან გამომდინარე, მაშინ სასურველია დოკუმენტის მათთან შეთანხმება.

ყველა ამოცანა მნიშვნელოვანია, მაგრამ ანალიზის ჩატარების ხარისხზე გადამწყვეტ გავლენას მესამე ამოცანის შესრულება ახდნეს – ანალიზის ტექონოლოგიის შემუშავება.

რეკომენდებული ლიტერატურა:

1. თ. ცაბაძე, ფაზი ლოგიკის საფუძვლები, ISBN 978-9941-20-979-6, საგამომცემლო სახლი „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, 2018. 56 გვ. ბიბლ.ინდ. 681.325.6, CD- 4417

2. ა. ფრანგიშვილი; თ. ცაბაძე, თ. წამალაშვილი. შერჩევისა და გადაწყვეტილების მიღების საფუძვლები მენეჯმენტში. ნაწ.1. ISBN: 9941207917. სტუ. „ტექნიკური უნივერსიტეტი“, თბ., 2017. -147 გვ. ბიბლ.ინდ. 339.244(02) / 128

3. Tsabadze T, Assessment of credit risk based on fuzzy relations, AIP Conference Proceedings, 2017; Volume 1836, Issue 1, 020-027. https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.4981967.

4. ი. ჭელიძე. საკრედიტო რისკების შეფასების თანამედროვე მეთოდები. დისერტაცია. /ხელმძვ. თ. ცაბაძე/. ქართულ-ამერიკული უნივერსიტეტი. 2018. 123 გვ. CD-6014;

5. თ. ცაბაძე, ი. ჭელიძე. საკრედიტო რისკის შეფასება ფაზი სიმრავლეების გამოყენებით. თბ., ეკონომიკა და საბანკო საქმე. https://www.nbg.gov.ge/uploads/journal/2015/5.pdf

Georgian Technical University

Teimuraz Tsabadze, Dali Magrakveldze

Risk Assessment under Uncertainty

(Methodical guidelines for seminar work)

გადაეცა წარმოებას 30.03.2021. ხელმოწერილია დასაბეჭდად 6.04.2021. ოფსეტური ქაღალდის ზომა 60X84 1/16. პირობითი ნაბეჭდი თაბახი 2,5. ტირაჟი 50 ეგზ.

Verba volant, scripta manent

სტუ-ს „IT კონსალტინგის სამეცნიერო ცენტრი“, თბილისი, მ.კოსტავას 77

ISBN 978-9941-8-3193-5