

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

ვ. აბაიშივილი

მანქანათა ტექნოლოგიური სისტემების
მეცნიერული კვლევის საფუძვლები



თბილისი
2018

უაკ 674

განხილულია ექსპერიმენტული კვლევის მათემატიკური დამუშავების საკითხები. კერძოდ, მოცემულია კომბინატორიკის, ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის ელემენტები.

ჩამოყალიბებულია ექსპერიმენტული კვლევის მიზანი, ექსპერიმენტის დაგეგმვისა და კვლევის ობიექტზე სხვადასხვა ძირითადი და გარეშე ფაქტორების გავლენის საკითხები.

ნაშრომში მოცემულია მეცნიერული კვლევის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ეტაპის ტექნოლოგიური სისტემების დინამიკური კვლევის ამოცანების მათემატიკური მოდელის შედგენის საკითხები კინემატიკურ წყვილში ღრეხოსა და დარტყმების გათვალისწინებით.

განკუთვნილია სათანადო სპეციალობის მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისათვის.

რეცენზენტები: პროფესორი **ზ. ბალამწარაშვილი**

პროფესორი **თ. მჭედლიშვილი**

შეჯამება

სამეცნიერო-ტექნიკური პროგრესი მნიშვნელოვნადაა დაკავშირებული მეცნიერების მიღწევებზე. წარმოების ეფექტურობის ამაღლების ერთ-ერთი გზაა ფუნდამენტური და გამოყენებითი მეცნიერებათა კვლევების ჩატარება და შედეგების დანერგვა საწარმოო პრაქტიკაში.

სამეცნიერო-ტექნიკური პროგრესი სპეციალისტების წინაშე აყენებს შემოქმედებითი პოტენციალისადმი დიდ მოთხოვნებს, ახალი სამეცნიერო მეთოდების ათვისებას, კონსტრუქტორულ, ტექნოლოგიურ და ორგანიზაციულ საკითხების რაციონალურად გადაწყვეტას. ამ ამოცანების გადაწყვეტა პროფესიული მომზადების გარდა მოითხოვს დაკვირვებათა შედეგების დამუშავების მეთოდების, ექსპერიმენტის დაგეგმვის, მოდელირებისა და ოპტიმიზაციის მათემატიკური მეთოდების ცოდნას. ხის მასალის დასამუშავებელ წარმოებებში უმეტესად კვლევის ექსპერიმენტული მეთოდები გამოიყენება.

მრეწველობაში გაერთიანებულია სხვადასხვა ტექნოლოგიური პროცესი: მექანიკური და ქიმიური დამუშავება, დეტალების აწყობა და მოპირკეთება, მერქნის ბურბუშელისა და მერქნის ბოჭკოს ფილების წარმოება, ფანერის წარმოება, პოლიგრაფიული და მსუბუქი მრეწველობის პროცესები და სხვა. მარტო მერქნის მექანიკური დამუშავება 18 პროცესს მოიცავს. მერქნის დამუშავების პროცესების მეცნიერული შესწავლისათვის გამოიყენება მათემატიკის, ფიზიკის, ქიმიის, ბიოლოგიის და სხვათა კვლევის მეთოდები. თვით მერქანი ბიოლოგიური წარმოშობისაა, რომელსაც მეტად რთული მაკრო და მიკროსტრუქტურა აქვს. ამიტომ, კვლევაზე მრავალი სხვადასხვა ფაქტორი ახდენს გავლენას. კვლევისას აუცილებელია სისტემური მიდგომის პრინციპის გამოყენება, რომლის თანახმად კვლევის ობიექტი განიხილება: 1) როგორც ერთმანეთთან დაკავშირებული რამდენიმე ელემენტის –

სისტემის ერთობლიობა და 2) კვლევის ობიექტი არის რთული სისტემის ნაწილი. აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ სისტემაში შემავალ ქვესისტემებთან ერთად შესწავლილი უნდა იქნეს მათ შორის არსებული კავშირები.

მეცნიერული კვლევის ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი ეტაპია ობიექტის მათემატიკური მოდელის შედგენა (აგება).

მათემატიკური მოდელი არის მათემატიკურ დამოკიდებულებათა ერთობლიობა, რომელიც აღწერს სისტემის ფუნქციონირებას. აიგება თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევის შედეგების მიხედვით. მოდელის ნდობის საკითხი, ნებისმიერ შემთხვევაში, არის ის, თუ რამდენად შეესაბამება იგი რეალურ ობიექტს, რომელიც მოწმდება ექსპერიმენტულად მოდელსა და ობიექტზე მიღებული შედეგების შედარების გზით. მათემატიკური მოდელის საშუალებით განისაზღვრება საკვლევი ობიექტის მახასიათებლები, მათზე სხვადასხვა ფაქტორის გავლენა, ობიექტის ფუნქციონირების ოპტიმალური რეჟიმები და მართვის ხერხები. განასხვავებენ მოდელებს, რომლებიც აგებულია მოვლენის მექანიზმის შესწავლის საფუძველზე და ემპირიულ მოდელებს, რომლებიც მიღებულია მხოლოდ ექსპერიმენტულ მონაცემების საფუძველზე. ოპტიმიზაციის მოდელები გამოიყენება ტექნოლოგიური პროცესების, ტექნიკურ-ეკონომიკური პრობლემების ოპტიმიზაციის ამოცანების გადასაწყვეტად. ე.ი. ისეთი ამოცანების გადასაწყვეტად, სადაც საჭიროა რომელიმე ფუნქციის მაქსიმუმის ან მინიმუმის პოვნა. მერქნის მექანიკური დამუშავების პროცესების შესწავლისას გამოიყენება საგნობრივი მოდელირება. უკანასკნელ ხანს ფართოდ ვითარდება ე.წ. იმიტაციური მოდელირება.

ექსპერიმენტული კვლევის მიზანია კვლევის ობიექტზე სხვადასხვა ზემოქმედების გავლენის შესწავლა. ამ ზემოქმედებას **ფაქტორები** ეწოდება. ფაქტორები შეიძლება იყოს **ძირითადი** და **გარეშე**. ექსპერიმენტში მონაწილეობს ძირითადი ფაქტორები. თუ ზოგიერთი მათგანი განიცდის ვარირებას ექსპერიმენტში, მაშინ **ვარირებად** ფაქტორებს

უწოდებენ. სხვა კი გარკვეულ დონეზე სტაბილურია. გარეშე ფაქტორები უმჯობესია შეიძლებისდაგვარად აცილებულ იქნეს, თუმცა ყველა გარეშე ფაქტორი ვერ იქნება აცილებული. გაზომვის შედეგი ყოველთვის განსხვავდება ნამდვილი მნიშვნელობისაგან, ე.ი. ისეთი მნიშვნელობისაგან, რომელიც მიღებული იქნება მხოლოდ ძირითადი ფაქტორების ზემოქმედებით, ე.ი. მიიღება შემთხვევითი სიდიდე. შემთხვევით სიდიდეებს, რომლებიც ღებულობს ერთმანეთისაგან განსხვავებულ მნიშვნელობებს და შეიძლება გადანომრილ იქნეს ეწოდება **დისკრეტული**.

შემთხვევით სიდიდეებს, რომელთა მნიშვნელობები უწყვეტად ავსებს რაიმე შუალედს უწყვეტი ეწოდება (მაგ, მერქნის სიმკვრივე, ხის სიმაღლე) და ა.შ.

ნამდვილი მნიშვნელობიდან გაზომვის შედეგის გადახრას ეწოდება ცდის **შეცდომა**, რომელიც შემთხვევითი სიდიდეა. არსებობს **სისტემატური შეცდომები**, რომლებიც მეორდება მთელი დაკვირვების მანძილზე და დაკავშირებულია მუდმივად მოქმედ ფაქტორებზე. გარდა ამისა, არის **შემთხვევითი შეცდომები** – გამოწვეული მრავალრიცხოვანი ფაქტორების ზემოქმედებით, რომლებიც მუდმივად არარეგულარულად, მათი წარმოშობის მიზეზები უცნობია და სხვადასხვანაირად ახდენს გავლენას ექსპერიმენტის შედეგებზე. გარდა სისტემატური და შემთხვევითი ცდომილებისა, გვხვდება **უხეში შეცდომები** – ისინი დაკავშირებულია ექსპერიმენტის პირობების მკვეთრ დარღვევასთან.

ცდებს, რომლებიც ტარდება ერთნაირ პირობებში, ძირითადი ფაქტორების მუდმივი მნიშვნელობების დროს **ერთგვაროვანი** ეწოდება.

ცდების ერთგვაროვნება ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი პირობაა იმისა, რომ სტატისტიკური მეთოდები სწორედ იქნეს გამოყენებული დაკვირვებათა დასამუშავებლად. იმისათვის, რომ უზრუნველყოფილ იქნეს ცდების ერთგვაროვნება, საჭიროა თითოეული სერია ჩატარდეს ერთი და იგივე დანადგარზე, უცვლელი მეთოდით, ერთი და იგივე მკვლევარის მიერ რეალურ დროში. ამასთან

გასათვალისწინებელია, რომ მრავალი ფაქტორი მნიშვნელოვნად იცვლება დროში, რაც იწვევს გამომავალი გასაზომი სიდიდის თავისი მნიშვნელობიდან აცდენას. თუ ეს მოვლენა თავიდან ვერ იქნა აცილებული, მაშინ იგი გაითვალისწინება, როგორც ძირითადი ფაქტორი.

ამრიგად, ერთეულოვანი ცდები არ იძლევა ზუსტ წარმოდგენას შესასწავლ მოვლენასა და მისგან გამოწვეულ გარემოებებს შორის კავშირზე. რაც მეტია ცდების რაოდენობა, მით უფრო საიმედოა მისი შედეგები. იმაზე, თუ რამდენად სწორადაა დამუშავებული ეს შედეგები, დამოკიდებულია გასაზომი მახასიათებლების ნამდვილი მნიშვნელობის განსაზღვრის ობიექტურობა, სიზუსტე, საიმედოობა და შესაბამისი დასკვნები და შედეგები. აქედან გამომდინარეობს, ცდების შედეგების დასამუშავებლად მათემატიკური სტატისტიკის გამოყენების აუცილებლობა.

მათემატიკური სტატისტიკა არის მეცნიერება დაკვირვებათა შედეგების დამუშავების მეთოდებზე, სისტემატიზაციასა და გამოყენებაზე.

თავი 1. კომბინატორიკის, ალგებრის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის ელემენტები

1.1. კომბინატორიკის ელემენტები

სასრული სიმრავლის ელემენტებისაგან საჭიროა სხვადასხვა კომბინაციის შედგენა და რაიმე წესით შედგენილი ყველა შესაძლო კომბინაციის რაოდენობის გამოანგარიშება. ასეთ ამოცანებს კომბინატორულს უწოდებენ, ხოლო მათემატიკის ნაწილს, რომელიც დასახელებული ამოცანების ამოხსნას შეისწავლის – კომბინატორიკას.

გადანაცვლება. ერთი და იგივე სასრული სიმრავლის ელემენტები შეიძლება დავალაგოთ სხვადასხვა რიგით იმის მიხედვით, თუ სიმრავლის რომელ ელემენტს ავირჩევთ პირველ ელემენტად, რომელს – მეორედ და ა.შ.

განსაზღვრა. სასრულ სიმრავლეში დადგენილ რიგს მისი ელემენტების გადანაცვლება ეწოდება. n - ელემენტიანი გადანაცვლებათა რიცხვის გამოსათვლელი ფორმულაა:

$$P_n = n!$$

წყობა. ვთქვათ, გვაქვს n ელემენტი და ვადგენთ m - ელემენტიან ჯგუფებს ($m \leq n$). ამ შემთხვევაში საქმე გვაქვს წყობასთან.

განსაზღვრა. n ელემენტისაგან m - ელემენტიანი წყობა ეწოდება საგანთა ისეთ ჯგუფებს, რომელთაგან თითოეული შეიცავს მოცემულ n ელემენტისაგან აღებულ m ელემენტს და ერთმანეთისაგან განსხვავდება ელემენტის რიგით ან თვით ელემენტით.

n ელემენტიდან m -ელემენტიანი წყობათა რიცხვი აღინიშნება A_n^m -ით

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (1.1)$$

ეს არის წყობა n ელემენტისაგან m -ად.

ჯუფთობა. n ელემენტისაგან m - ელემენტიანი ჯუფთობა არის საგანთა ისეთი დაჯგუფება, რომლებიც შედგენილია მოცემული n ელემენტიდან აღებული m ელემენტით და ჯგუფები განსხვავდება ერთი ელემენტით მაინც.

n ელემენტიდან m -ელემენტიანი ჯუფთობათა რიცხვი C_n^m -ით აღინიშნება:

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \quad (1.2)$$

1.2. ალბათობის თეორიის ელემენტები

ალბათობის თეორია არის მეცნიერება, რომელიც შეისწავლის მასობრივ შემთხვევით მოვლენათა რაოდენობრივი ხასიათის კანონზომიერებებს. ალბათობის თეორიის პირველადი ცნება ხდომილობაა.

მოვლენას, რომელსაც გარკვეულ პირობებში შეიძლება ჰქონდეს ადგილი, ხდომილობა ეწოდება.

ისეთ ხდომილობას, რომელსაც არ ექნება ადგილი გარკვეული პირობათა კომპლექსის შესრულების დროს, შეუძლებელ ხდომილობას უწოდებენ.

შემთხვევითი ეწოდება ხდომილობას, თუ მას ცდის ჩატარების შედეგად შეიძლება ჰქონდეს ან არ ჰქონდეს ადგილი.

ორ A და B ხდომილობას ეწოდება არათავსებადი, თუ ცდის ჩატარების შედეგად მათი ერთად მოხდენა შეუძლებელია. თუ ცდის ჩატარების შედეგად მათი ერთად მოხდენა შესაძლებელია, მაშინ ასეთ ხდომილობებს თავსებადი ეწოდება.

ორი A და B ხდომილობის ჯამი ეწოდება ისეთ ხდომილობას, რომელიც ნიშნავს A ან B ხდომილობის მოხდენას და აღინიშნება $A+B$ -თი.

ორი A და B ხდომილობის ნამრავლი ეწოდება ისეთ ხდომილობას, რომელიც ნიშნავს A და B -ს ერთად მოხდენას და აღინიშნება AB -თი.

ორი A და B ხდომილობის სხვაობა ეწოდება ისეთ ხდომილობას, რომელიც ნიშნავს A -ს მოხდენას და B -ს არმოხდენას და აღინიშნება $A-B$ -თი.

A_1, A_2, \dots, A_n ხდომილობათა ერთობლიობა ქმნის სრულ სისტემას, თუ ცდის ჩატარების შედეგად ერთ-ერთი მაინც აუცილებლად მოხდება.

ხდომილობებს ეწოდება ტოლშესაძლო, თუ ცდის ჩატარების შედეგად რომელიმე მოხდენას არ ეძლევა უპირატესობა.

განსაზღვრა. ხდომილობის ალბათობა ტოლია წილადის, რომლის მნიშვნელია ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი, მრიცხველი კი ამ ხდომილობისათვის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი, ე.ი.

$$P(A) = \frac{m}{n}. \quad (1.3)$$

აუცილებელის ხდომილობისას $m=0$, ამიტომ $P(A)=1$.

შეუძლებელის ხდომილობის $m=0$, ამიტომ $P(A)=0$.

შემთხვევითი ხდომილობისათვის $m < n$, ამიტომ $0 < P(A) < 1$.

საზოგადოდ, $0 \leq P(A) \leq 1$.

რამდენიმე, წყვილ-წყვილად არათავსებად ხდომილობათა ჯამის ალბათობა თითოეული შესაკრების ალბათობათა ჯამის ტოლია, ე.ი.

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n). \quad (1.4)$$

არათავსად ხდომილობათა სრულ სისტემაში შემავალი ხდომილობების ალბათობათა ჯამი 1-ის ტოლია.

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n) = 1.$$

A ხდომილობას ეწოდება B ხდომილობისაგან დამოუკიდებელი, თუ A ხდომილობის ალბათობა არ არის დამოკიდებული იმაზე, მოხდა თუ არა B ხდომილობა. წინააღმდეგ შემთხვევაში, როდესაც A ხდომილობის ალბათობა იცვლება იმის მიუხედავად, მოხდა თუ არა B ხდომილობა, A იქნება დამოკიდებული B -ზე. აღვნიშნოთ A

ხდომილობის ალბათობა იმ პირობით, რომ B მოხდა $P_B(A)$ -
თი და ვუწოდოთ A ხდომილობის პირობითი ალბათობა.

პირობითი ალბათობის ფორმულაა:

$$P_B(A) = \frac{P(AB)}{P(B)} \text{ ან } P_B(A) = \frac{l}{m}, \quad (1.5)$$

სადაც

$$P(AB) = \frac{l}{n}, \quad P(B) = \frac{m}{n},$$

სადაც n არის ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი. B ხდომილობის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვია m ($m \neq 0$), ხოლო AB ხდომილობის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი – l .

შემთხვევითი ეწოდება სიდიდეს, რომელსაც მოცემულ პირობებში შეუძლია მიიღოს სხვადასხვა შესაძლო რიცხვითი მნიშვნელობები სათანადო ალბათობებით.

თუ შემთხვევითი სიდიდე ღებულობს რიცხვით მნიშვნელობათა სასრულ რაოდენობას ან ისეთ უსასრულო რაოდენობას, რომელთა დანომვრა შეიძლება, **დისკრეტული** ეწოდება.

თუ შემთხვევით სიდიდეს შეუძლია მიიღოს რიცხვით მნიშვნელობათა უსასრულო რაოდენობა, რომელთა დანომვრა არ შეიძლება, მაშინ ის **უწყვეტი** ტიპის იქნება.

დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდის განაწილების კანონი ეწოდება შესაბამისობას შემთხვევითი სიდიდის შესაძლო რიცხვით მნიშვნელობებს და სათანადო ალბათობებს შორის. იგი შეიძლება მოცემულ იქნეს ცხრილით, ანალიზურად და გრაფიკულად.

ცხრილური წესის დროს პირველი სტრიქონში მოცემულია შესაძლო მნიშვნელობები, ხოლო მეორეში მათი ალბათობები:

$$\begin{array}{cccccc} X & x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ P & P_1 & P_2 & \cdots & P_x \end{array}$$

P_i არის ალბათობა იმისა, რომ X შემთხვევითი სიდიდე x_i მნიშვნელობას მიიღებს:

$$P_i = P(X = x_i),$$

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1.$$

1.3. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდეების მათემატიკური ლოჯიკა

დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდეების მათემატიკური ლოჯიკა ეწოდება ამ შემთხვევითი სიდიდის შესაძლო რიცხვით მნიშვნელობათა შესაბამის ალბათობებზე ნამრავლთა ჯამს.

$$M(X) = x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_n P_n, \text{ ე.ი. } M(X) = \sum_{i=1}^n X_i P_i. \quad (1.6)$$

მათემატიკური ლოჯიკა შემთხვევითი სიდიდის ერთ-ერთი ძირითადი მახასიათებელია. იგი დაახლოებით შემთხვევითი სიდიდის საშუალო მნიშვნელობის ტოლია.

ე.ი. მათემატიკური ლოჯიკა დაახლოებით შემთხვევითი სიდიდის მნიშვნელობების საშუალო არითმეტიკულის ტოლია.

თვისებები: $M(C) = C$;

$$M(CX) = CM(X) ;$$

$$M(XY) = M(X)M(Y) ;$$

$$M(X + Y) = M(X) + M(Y) .$$

შემთხვევითი სიდიდის დისპერსია

განვიხილოთ შემთხვევითი სიდიდის გადახრა მათემატიკური ლოჯიკიდან. იგი ეწოდება სხვაობას შემთხვევით სიდიდესა და მის მათემატიკურ ლოჯიკას შორის:

$$X - M(X) . \quad (1.7)$$

გადახრის მათემატიკური ლოჯიკის ნულის ტოლია $M[X - M(X)] = 0$. შემთხვევითი სიდიდის დისპერსია ეწოდება შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოჯიკისაგან გადახრის კვადრატის მათემატიკურ ლოჯიკას, ე.ი.

$$D(X) = M[X - M(X)]^2$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 .$$

თვისებები: $D(C) = 0$;

$$D(CX) = C^2 D(X);$$

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y).$$

14. საშუალო კვადრატული გადახრა

შემთხვევითი სიდიდეების შესაძლო მნიშვნელობების გაფანტვის შეფასებისათვის, საშუალო მნიშვნელობიდან დისპერსიის გარდა, გამოიყენება საშუალო კვადრატული გადახრა, რომელიც ტოლია კვადრატული ფესვისა დისპერსიიდან

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}. \quad (18)$$

თვისება: $\sigma(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \sqrt{\sigma^2(x_1) + \sigma^2(x_2) + \dots + \sigma^2(x_n)}$.

15. უწყვეტი ტიპის შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქცია და სიმკვრივე

ზოგჯერ შემთხვევით სიდიდეს შეუძლია მიიღოს ყველა მნიშვნელობა რაიმე შუალედიდან. ასეთი შემთხვევითი სიდიდის დასახასიათებლად განაწილების კანონის შედგენა პრაქტიკულად შეუძლებელია (შეუძლებელია ყველა მნიშვნელობის ჩამოთვლა). ამ შემთხვევაში მის დასახასიათებლად გამოიყენება განაწილების ფუნქცია ან სიმკვრივე.

ვთქვათ, x არის ნამდვილი რიცხვი. ალბათობა ხდომილობისა, რომ X მიიღებს x -ზე ნაკლებ მნიშვნელობას, ე.ი. ალბათობა იმისა, რომ $X < x$, აღინიშნება $F(x)$ -ით და ეწოდება განაწილების ანუ ინტეგრალური ფუნქცია.

ამრიგად, განაწილების ფუნქცია ეწოდება ისეთ $F(x)$ ფუნქციას, რომელიც განსაზღვრავს იმის ალბათობას, რომ ცდის ან დაკვირვების შედეგად მიღებული შემთხვევითი სიდიდე მიიღებს x -ზე ნაკლებ მნიშვნელობას, ე.ი.

$$F(x) = P(X < x). \quad (19)$$

განაწილების ფუნქციის თვისებები:

1) $0 \leq F(x) \leq 1$;

- 2) თუ $x_2 \geq x_1$, მაშინ $F(x_2) \geq F(x_1)$ არაკლებადი ფუნქციაა.
 3) $P(a \leq x < b) = F(b) - F(a)$.

X უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის ალბათობების განაწილების სიმკვრივე (ან დიფერენციალური ფუნქცია) $f(x)$ არის განაწილების ფუნქციის $F(x)$ -ის პირველი რიგის წარმოებული:

$$f(x) = F'(x). \quad (1.10)$$

$f(x)$ -ის განაწილების სიმკვრივის გამოყენებით შეიძლება ვიპოვოთ განაწილების ფუნქცია $F(x)$ ფორმულით:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx. \quad (1.11)$$

განაწილების სიმკვრივის თვისებები:

- 1) $f(x) \geq 0$;
 2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$. კერძოდ, $\int_a^b f(x) dx = 1$.

1.6. უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდეების განაწილება

X უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი, რომლის შესაძლო მნიშვნელობები ეკუთვნის $[a, b]$ მონაკვეთს, ეწოდება განსაზღვრულ ინტეგრალს:

$$M(x) = \int_a^b xf(x) dx. \quad (1.12)$$

თუ შესაძლო მნიშვნელობები ეკუთვნის მთელ რიცხვით ღერძს

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx, \quad (1.13)$$

მაშინ უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის დისპერსია ეწოდება მისი გადახრის კვადრატის მათემატიკურ ლოდინს:

$$D(x) = \int_a^b [x - M(x)]^2 f(x) dx; \quad (1.14)$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 f(x) dx. \quad (1.15)$$

საშუალო კვადრატული გადახრა

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)}. \quad (1.16)$$

$\varphi(x)$ ფუნქციის მათემატიკური ლოდინი

$$M\varphi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) f(x) dx. \quad (1.17)$$

k რიგის საწყისი მომენტი ეწოდება შემთხვევითი სიდიდეების k ხარისხის მათემატიკურ ლოდინს:

$$\alpha_k = MX^k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx. \quad (1.18)$$

I რიგის საწყისი მომენტი α_1 არის x -ის მათემატიკური ლოდინი. მას აგრეთვე ეწოდება x სიდიდის განაწილების

ცენტრი. ნორმალური განაწილებისათვის $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

განაწილების ცენტრი ნულია. $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ ნორმალური

განაწილების ცენტრი $\alpha_1 = a$. k რიგის ცენტრალური მომენტი ეწოდება ცენტრიდან x სიდიდის გადახრის k -ე რიგის მათემატიკურ ლოდინს.

$$\mu_k = M(x - M(x))^k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^k f(x) dx. \quad (1.19)$$

$\mu_1 = 0$. დისპერსიები II რიგის ცენტრალური მომენტებია.

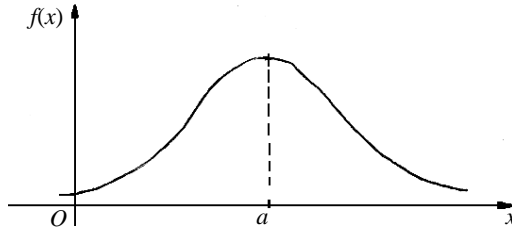
1.7. ნორმალური განაწილება

ნორმალური განაწილება არის უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდის ალბათობების ნორმალური განაწილება, რომელიც განისაზღვრება სიმკვრივით:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}. \quad (1.20)$$

ნორმალური განაწილება განისაზღვრება ორი a და σ პარამეტრით. a არის მათემატიკური ლოდინი, σ - ნორმალური გადანაწილების საშუალო კვადრატული გადახრა.

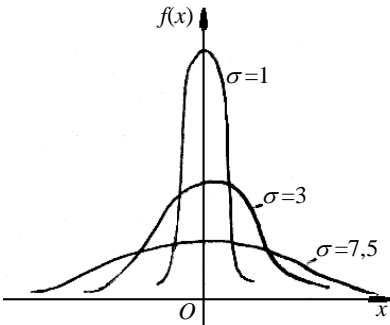
სიმკვრივის ნორმალური განაწილების გრაფიკს ნორმალური მრუდი (გაუსის მრუდი) ეწოდება.



ნახ. 11. სიმკვრივის ნორმალური განაწილების გრაფიკი

$f(x)$ და $f(x-a)$ ფუნქციებს ერთნაირი ფორმა აქვს. a

პარამეტრის ცვლილებით არ იცვლება ნორმალური მრუდის ფორმა. σ -ს გაზრდით მაქსიმალური ორდინატა მცირდება, მრუდი კი უფრო დამრეცი ხდება. როდესაც $a=0$ და



ნახ. 12. სიმკვრივის ნორმალური განაწილების მრუდები

$\sigma=1$, მაშინ $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

ნორმალურ მრუდს ეწოდება ნორმირებული.

შემთხვევითი ცდომილების $(-x_1; x_1)$ სიმეტრიულ ინტერვალში მოხვედრის ალბათობა გამოითვლება ფორმულით:

$$P(-x_1 < x < x_1) = P(|x| < x_1) = 2\Phi\left(\frac{x_1}{\sigma}\right), \quad (1.21)$$

სადაც

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{2} P(|x| < t\sigma), \quad (t > 0).$$

$\Phi(t)$ ფუნქციას ეწოდება ალბათობების ინტეგრალი. მათი მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილებში (დანართი).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \text{-ს ეწოდება ზოგადნორმალური განა-}$$

წილების კანონი a ცენტრით, ხოლო $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

განაწილების ნორმალური კანონია.

1.8. უხეში შეცდომების გამორიცხვის მეთოდები

თუ გაზომვის შედეგად მიღებული სიდიდე მკვეთრად განსხვავდება ყველა სხვა შედეგისაგან, მაშინ არის ეჭვი, რომ დაშვებულია უხეში შეცდომა. ამ შემთხვევაში უნდა შემოწმდეს, არის თუ არა დარღვეული გაზომვის ძირითადი პირობები. თუ შემოწმება თავის დროზე არ ჩატარდა, მაშინ „ამოვარდნილი“ მნიშვნელობის შესახებ საკითხი წყდება მისი შედარებით გაზომვის დანარჩენ შედეგებთან.

1) **გამორიცხვის მეთოდი, როდესაც σ ცნობილია.** აღვნიშნოთ x გაზომვის შედეგად მიღებული „ამოვარდნილი“ მნიშვნელობა x^* , დანარჩენი კი x_1, x_2, \dots, x_n . გამოვთვალოთ საშუალო არითმეტიკული

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}; \quad (1.23)$$

შევადართოთ $|x^* - \bar{x}|$ და $\sigma\sqrt{\frac{n+1}{n}}$, ე.ი.

$$t = \frac{|x^* - \bar{x}|}{\sigma\sqrt{\frac{n+1}{n}}}. \quad (1.24)$$

$1-2\Phi(t)$ გამოვთვალოთ ცხრილებიდან (დანართი 1). ეს მოგვცემს ალბათობას იმისას, რომ აღნიშნული ფარდობა მიიღებს t -ზე არანაკლებ მნიშვნელობას იმ პირობით, რომ x^* მნიშვნელობა შემთხვევითია. თუ გამოანგარიშებული ალბათობა იქნება ძალიან მცირე, მაშინ „ამოვარდნილი“ შეიცავს უხეშ შეცდომას და უნდა გამოვრიცხოთ გაზომვის შედეგების შემდგომი დამუშავებიდან. როგორი ალბათობაა მცირედ დამოკიდებული კონკრეტული ამოცანის პირობებზე. ჩვეულებრივ, მცირე ალბათობას იღებენ შემდეგი 3 დონიდან:

5% დონე (გამოირიცხება შეცდომები, რომელთა მოვლენის ალბათობა 0,05-ზე ნაკლებია).

1 % დონე (გამოირიცხება შეცდომები, რომელთა მოვლენის ალბათობა 0.01-ზე ნაკლებია).

0,1% დონე (გამოირიცხება შეცდომები, რომელთა მოვლენის ალბათობა 0,001-ზე ნაკლებია).

გამორიცხვის მეთოდი, როდესაც σ უცნობია. თუ σ სიდიდე წინასწარ უცნობია, მაშინ გამოიყენება ემპირიული სტანდარტი:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} . \quad (1.25)$$

განვსაზღვროთ

$$t = \frac{|x^* - \bar{x}|}{S} \quad (1.26)$$

და ეს მნიშვნელობა შევადაროთ $t_n(P)$ -ს (დანართი 2).

α შერჩეული დონეა. მაშინ $1-2\Phi(t) < \alpha$. $P = 1 - \alpha$, მაშინ $2\Phi(t) = P$ არის P საიმედოობის დროს t ფარდობის კრიტიკული მნიშვნელობა. თუ მოცემულ n შედეგში (1.26) ფარდობა აღმოჩნდება P_1 და P_2 ($P_2 > P_1$) საიმედოობის მქონე ორ კრიტიკულ მნიშვნელობას შორის, მაშინ „ამოვარდნილი“ მნიშვნელობა შეიცავს უხეშ შეცდომას და უნდა გამოვთიშოთ შემდეგი დამუშავებისაგან.

19. საშუალო მნიშვნელობები, მათი გამოთვლის

მეთოდები

x_1, x_2, \dots, x_n სიდიდეების საშუალო არითმეტიკული (ან საშუალო მნიშვნელობა) გამოითვლება ფორმულით:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i . \quad (1.27)$$

x_1, x_2, \dots, x_n სიდიდეების საშუალო კვადრატული გადახრა

$$S^* = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} . \quad (1.28)$$

საშუალო კვადრატული გადახრისას სარგებლობენ ფორმულით:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - c)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + (\bar{x} - c)^2 . \quad (1.29)$$

თუ გაზომვის შედეგები ტოლია, მაშინ მათ შესაბამის ფორმულებში გავაერთიანებთ.

თუ x_1 გვხვდება m_1 -ჯერ, $x_2 - m_2$ -ჯერ, \dots, x_k კი m_k -ჯერ ($m_1 + m_2 + \dots + m_k = n$), მაშინ

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i x_i , \quad (1.30)$$

$$S^* = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x})^2} . \quad (1.31)$$

1.10. საშუალოების გამოთვლა

საშუალოების გამოთვლა მნიშვნელოვნად მარტივდება, თუ x_i მნიშვნელობების ათვლას მოვახდენთ ყველაზე ხელსაყრელი (შესაფერი) c -დან შესაბამის მასშტაბში. ე.ი.

$$x_i = c + hu_i , \quad (i = 1, 2, \dots, k) , \quad u_i = \frac{x_i - c}{h} . \quad (1.32)$$

თუ ასეთ შეცვლას გამოვიყენებთ, მაშინ საანგარიშო ფორმულა ასე ჩაიწერება :

$$\bar{x} = c + h\bar{u} , \quad (1.33)$$

სადაც
$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i u_i .$$

\bar{x} – საშუალო მნიშვნელობაა.

$$S^* = h \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i (u_i - \bar{u})^2} = h \sqrt{u^2 - (\bar{u})^2} , \quad (1.34)$$

სადაც

$$\bar{u}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i u_i^2 .$$

გარდა არითმეტიკული მნიშვნელობისა და საშუალო კვადრატული გადახრისა, გამოთვლებისათვის საჭიროა აგრეთვე მესამე და მეოთხე რიგის ცენტრალური მომენტები, რომლებიც გამოითვლება ფორმულებით:

$$M_3 = \sum_{i=1}^n m_i (x_i - \bar{x})^3 ; \quad (1.35)$$

$$M_4 = \sum_{i=1}^n m_i (x_i - \bar{x})^4 . \quad (1.36)$$

1.11. გასაზომი სიდიდის ნამდვილი მნიშვნელობის შეფასება

ვთქვათ, მოცემულია რომელიმე სიდიდის n დამოუკიდებელი გაზომვის შედეგი. ჩავევალთ, რომ x_1, x_2, \dots, x_n შედეგები თავისუფალია როგორც უხეში, ასევე სისტემატური ცდომილებისაგან.

a გასაზომი სიდიდის ნამდვილი მნიშვნელობის შეფასება ნიშნავს:

- ა) მოვკებნოთ გაზომილი შედეგების ისეთი ფუნქცია $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$, რომელიც იძლევა a მნიშვნელობასთან საკმარისად კარგ მიახლოებას. ასეთ ფუნქციას ეწოდება წერტილოვანი შეფასება ანუ უბრალოდ შეფასება.
- ბ) მოვკებნოთ ინტერვალის საზღვრები $(g - \varepsilon_1, g + \varepsilon_2)$, რომელიც მოცემული P ალბათობით ფარავს a ნამდვილ მნიშვნელობას. ასეთ შეფასებას ეწოდება ნდობის შეფასება, P ალბათობას - ნდობის ალბათობა ანუ

შეფასების საიმედოობა, $(g - \varepsilon_1, g + \varepsilon_2)$ ინტერვალს-
ნდობის ინტერვალი, ხოლო მის საზღვრებს - ნდობის
საზღვრები.

უზრუნველყოფილი რომ იყოს საკმარისად კარგი
მიახლოება a ნამდვილ მნიშვნელობასთან, შეფასება
 $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ თვისებებს:

- 1) მათემატიკური ლოდინი ემთხვევა a -ს, ე.ი. $Mg = a$.
- 2) გაზომვათა რიცხვის უსასრულოდ ზრდისას g მიისწ-
რაფვის a -საკენ, ე.ი. როცა $n \rightarrow \infty$ და $\varepsilon > 0$, ალბათობა
 $P(|g - a| < \varepsilon) \rightarrow 1$.

წერტილოვანი შეფასება. თუ a სიდიდის ყველა n გაზომვა
ჩატარებულია ერთი და იგივე სიზუსტით (ტოლზუსტი), მაშინ
 a გასაზომი სიდიდის ნამდვილი მნიშვნელობის შეფასები-
სათვის გამოიყენება გაზომვის შედეგების საშუალო
არითმეტიკული.

თუ გაზომვა არ არის ტოლზუსტი, მაგრამ ცნობილია
მათი წონები, ე.ი. P_1, P_2, \dots, P_n , მაშინ

$$P_1 : P_2 : \dots : P_n = \frac{1}{\sigma_1^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} : \dots : \frac{1}{\sigma_n^2} \quad (1.37)$$

და a გასაზომი სიდიდის ნამდვილი მნიშვნელობის
შეფასებისათვის გამოიყენება შეწონილი საშუალო არითმე-
ტიკული მნიშვნელობა:

$$a \approx \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_n x_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{\sum P_i x_i}{\sum P_i}. \quad (1.38)$$

1.12. ღაკვირვებათა შედეგების სტატისტიკური შეფასება

სტატისტიკურ ერთობლიობას, რომელიც შეიცავს შემთხ-
ვევითი სიდიდეების ყველა შესაძლო მნიშვნელობას,
გენერალური სტატისტიკური ერთობლიობა ეწოდება. ამორ-
ჩევითი სტატისტიკური ერთობლიობა ეწოდება ისეთ
ერთობლიობას, რომელიც შეიცავს გენერალური ერთობლი-
ობის ნაწილს. ცდების განმეორების შემთხვევაში, ერთი და

იგივე პირობებში, შეიმჩნევა ამა თუ იმ შედეგების სისშირის კანონზომიერება. შემთხვევითი სიდიდეების ზოგიერთი მნიშვნელობა ხშირად მიიღება, ამასთან ჯგუფდება რომელიმე მნიშვნელობის მიმართ – დაჯგუფების ცენტრის მიმართ, რომელიც წარმოადგენს მათემატიკურ ლოდინს. მაგრამ მათემატიკური ლოდინმა არ შეიძლება ასახოს სტატისტიკური ერთობლიობის ყველა დამახასიათებელი საკითხი. შემთხვევითი სიდიდეების გაფანტვა მათემატიკური ლოდინის მიმართ დისპერსიით ხასიათდება.

ვთქვათ, ცდების ერთი სერიის შედეგად მიღებულია შერჩევითი სტატისტიკური ერთობლიობა x_1, x_2, \dots, x_n , მაშინ საშუალო არითმეტიკული იქნება:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n},$$

n ცდის რიცხვია; \bar{x} არის შერჩევითი საშუალო მნიშვნელობა.

დისპერსიის შეფასება ანუ ემპირიული დისპერსია

$$\bar{D} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right). \quad (1.39)$$

$n-1$ არის თავისუფლების ხარისხი.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.40)$$

გამოსახულებას საშუალო კვადრატული გადახრის შეფასება ანუ შერჩევითი სტანდარტი ეწოდება.

შემთხვევითი სიდიდეების ცვალებადობის (ვარიაციის) შეფასებისათვის ხშირად იყენებენ V ვარიაციის კოეფიციენტს.

$$V = \frac{S}{\bar{x}} 100\% . \quad (1.41)$$

ვარიაციის კოეფიციენტი ახასიათებს არა აბსოლუტურ, არამედ შემთხვევითი სიდიდის ფარდობით გაფანტვას საშუალო მნიშვნელობის მიმართ.

სტატისტიკაში დიდი მნიშვნელობა აქვს აგრეთვე საშუალო მნიშვნელობების საშუალო კვადრატულ ცდომილებას

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

საშუალო მნიშვნელობის სიზუსტის მაჩვენებელი

$$\xi = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{v}{\sqrt{n}}. \quad (1.42)$$

საშუალო კვადრატული გადახრის ცდომილება

$$S_s = \frac{S}{\sqrt{2n}}. \quad (1.43)$$

\bar{x} შერჩევითი საშუალოს და \bar{D} შერჩევითი დისპერსიის მოსაძებნად საჭიროა მონაცემების დაჯგუფება. ამასთან, შემთხვევითი სიდიდეების მნიშვნელობების $x_{\text{მთვ}}$ -დან $x_{\text{მთვ}}$ -მდე დიაპაზონი დაყოთ ინტერვალებად. ინტერვალების რიცხვი დაახლოებით ტოლია:

$$K = 1 + 3,2 \lg n.$$

K უნდა დავამრგვალოთ.

თითოეული ინტერვალის სიგრძე $h = \frac{x_{\text{მთვ}} - x_{\text{მთვ}}}{K}$. მივიღებთ

ინტერვალებს:

$x_{\text{მთვ}} \cdots x_1$, სადაც $x_1 = x_{\text{მთვ}} + h$;

$x_1 \cdots x_2$, სადაც $x_2 = x_1 + h$ და ა.შ.

თითოეული ინტერვალისათვის გამოვთვალოთ საშუალო

$$\bar{X}_i^* = \frac{(X_{i-1} + X_i)}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (1.44)$$

შემდეგ გამოვთვალოთ თითოეულ ინტერვალში მოთავსებულ დაკვირვებათა რიცხვი m_i

$$\sum_{i=1}^k m_i = n. \quad (1.45)$$

შერჩევითი საშუალო

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \bar{X}_i^* m_i \quad (1.46)$$

შერჩევითი დისპერსია

$$\bar{D} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k m_i (X_i^* - \bar{X})^2. \quad (1.47)$$

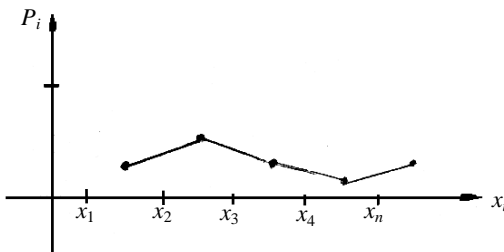
სტატისტიკური რიგის მონაცემები

ინტერვალის №	ინტერვალის საზღვარი	ინტერვალის საშუალო x_i^*	ინტერვალში დაკვირვების რიცხვი, m_i	ფარდობითი სისშირე, $P_i = \frac{m_i}{n}$
1	$x_{\text{მთვ}} - x_1$	x_1^*	m_1	P_1^*
2	$x_1 - x_2$	x_2^*	m_2	P_2^*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
i	$x_{i-1} - x_i$	x_i^*	m_i	P_i^*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	$x_{k-1} - x_k$	x_k^*	m_k	P_k^*

თვალსაზიროებისათვის ხშირად სარგებლობენ შერჩევის სტატისტიკური განაწილების გრაფიკული წარმოდგენით.

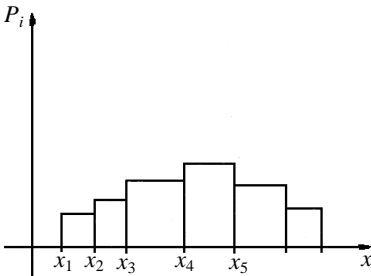
პოლიგონი. თუ დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემის აბსცისათა დერძზე გადავზომავთ x_i ვარიანტის მნიშვნელობებს, ხოლო ორდინატთა დერძზე შესაბამის m_i სისშირეებს და მიღებულ $(x_1, m_1), (x_2, m_2), \dots, (x_n, m_n)$ წერტილებს შევაერთებთ მონაკვეთებით, მივიღებთ ტეხილს, რომელსაც სისშირეთა პოლიგონი ეწოდება.

$(x_1, P_1), (x_2, P_2), \dots, (x_n, P_n)$ წერტილების შეერთებით კი მივიღებთ ტეხილს, რომელსაც ფარდობით სისშირეთა პოლიგონი ეწოდება.

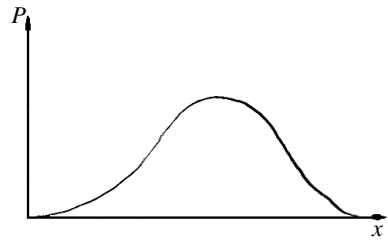


ნახ. 13. ფარდობით სიხშირეთა პოლიგონი

ჰისტოგრამა. ჰისტოგრამის ასაგებად აბსცისათა ღერძზე გადაზომილია ინტერვალების საზღვრების მნიშვნელობები და თითოეულზე, როგორც ფუძეზე, აგებენ მართკუთხედს, რომლის ფართობი ფარდობითი სიხშირის ტოლია და შეესაბამება მოცემულ ინტერვალს. თითოეული მართკუთხედის სიმაღლე ფარდობითი სიხშირის და ინტერვალის სიგრძის ფარდობის ტოლია.



ნახ. 14. ჰისტოგრამა



ნახ. 15. განაწილების მრუდი

თუ n ცდების რიცხვის ზრდასთან ერთად გაგზრდით ინტერვალების რაოდენობას, მაშინ ტეხილი, რომელიც შემოსაზღვრავს ჰისტოგრამას, უახლოვდება მრუდს, რომელსაც ეწოდება განაწილების ანუ ალბათობის სიმკვრივის მრუდი და მას ეწოდება სტატისტიკური განაწილება (ნახ. 15).

1.13. მათემატიკური ლოდინის ნაობის ინტერვალის გამოთვლა

\bar{x} , რომელიც შერჩევით განისაზღვრა, მნიშვნელოვანია, რადგან მისი მეშვეობით მსჯელობენ ნამდვილ საშუალოზე – მათემატიკური ლოდინზე. უნდა განვსაზღვროთ ის მაქსიმალური ცდომილება Δ , რომელსაც ადგილი აქვს მათემატიკური ლოდინისა და \bar{x} შერჩევითი საშუალოს გატოლებისას, ე.ი.

$$\bar{x} - \Delta \leq M_x \leq \bar{x} + \Delta. \quad (1.48)$$

ამ ინტერვალს ეწოდება ნდობის ინტერვალი მათემატიკური ლოდინისათვის. რაც მეტია n , მით მცირეა Δ .

თუ x სიდიდის დისპერსია უცნობია, ხოლო შერჩევითი დისპერსია \bar{D} ცნობილია, მაშინ

$$\Delta = t \sqrt{\frac{\bar{D}}{n}}. \quad (1.49)$$

t სიდიდის მოსაძებნად საჭიროა სტატისტიკური ცხრილები. t სიდიდეს ეწოდება t სტიუდენტის კრიტერიუმის ცხრილური მნიშვნელობა. განისაზღვრება $q=1-p$ და $f=n-1$ ფორმულებით.

p -ნდობის ალბათობა.

ამ სახით შეფასებულ მათემატიკურ ლოდინს, ხშირად ინტერვალურ შეფასებას უწოდებენ.

1.14. შერჩევის აუცილებელი მოცულობის განსაზღვრა

დავუშვათ, საჭიროა ცდების იმ მინიმალური n რაოდენობის განსაზღვრა, რომლის დროსაც საშუალო არითმეტიკული \bar{x} , განსაზღვრული ამ რაოდენობის ცდების შედეგად, განსხვავება ლოდინისაგან არაუმეტეს Δ სიდიდით. ამისათვის გამოვიყენოთ n -ის განსაზღვრა

$$n = \frac{t^2 \bar{D}}{\Delta^2}. \quad (1.50)$$

მრიცხველი და მნიშვნელი გაცეოთ \bar{x}^2 -ზე, მაშინ

$$n = \frac{t^2 v^2}{\varepsilon^2}, \quad (1.51)$$

სადაც $\varepsilon = \frac{\Delta}{\bar{x}} \cdot 100\%$, $\frac{\bar{D}}{\bar{x}} \cdot 100\% = v$ ვარიაციის კოეფიციენტი.

1.15. კორელაციის კოეფიციენტი

ბევრ შემთხვევაში ექსპერიმენტული კვლევის მიზანს შეადგენს სხვადასხვა სიდიდეს შორის დამოკიდებულების შესწავლა და დადგენა. თუ თითოეული მათგანი შემთხვევითი სიდიდეებია, მაშინ გამოიყენება კორელაციური ანალიზის მეთოდები.

ორ შემთხვევით სიდიდეებს შორის არსებობს სტატისტიკური კავშირი, თუ ერთის ცვლილება იწვევს მეორის განაწილებას. სტატისტიკური კავშირის შესაფასებლად ექსპერიმენტული მონაცემების მიხედვით გამოიყენება კორელაციის შერჩევის კოეფიციენტი. ვთქვათ, ჩატარებულია n დაკვირვება და თითოეულში განსაზღვრულია ორი x და y პარამეტრის მნიშვნელობები. მაშასადამე, გვაქვს ორი ერთდროული შერჩევა:

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ და

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$.

თითოეულისათვის ვიპოვოთ \bar{x} და \bar{y} საშუალო არითმეტიკული, აგრეთვე შერჩევითი სტანდარტი S_x და S_y .

კორელაციის შერჩევის კოეფიციენტი r გამოითვლება ფორმულით:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)S_x S_y}, \quad (1.52)$$

რომელიც გამოთვლებისათვის უფრო ხელსაყრელი ფორმით ასე ჩაიწერება:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}}. \quad (1.53)$$

კორელაციის შერჩევის კოეფიციენტი არ იცვლება x და y გაზომვების მასშტაბისა და ათვლის საწყისის ცვლილებისას.

კორელაციის კოეფიციენტი მოთავსებულია $-1 \leq r \leq 1$ შუალედში. ის ახასიათებს არა ყოველგვარ, არამედ მხოლოდ წრფივ დამოკიდებულებას შემთხვევით სიდიდეებს შორის. თუ r დადებითია, მაშინ ერთი შემთხვევითი სიდიდის ზრდისას იზრდება მეორე შემთხვევითი სიდიდე. თუ r უარყოფითია, მაშინ ერთი შემთხვევითი სიდიდის ზრდისას მეორე მცირდება. თუ $r=0$, ეს ნიშნავს, რომ არ არსებობს შემთხვევით სიდიდეებს შორის წრფივი სტატისტიკური კავშირი. ასეთ შემთხვევით სიდიდეებს ეწოდება არაკორელირებული. ჩვეულებრივ, $r \neq 0$. იმის დასადგენად არის თუ არა არაკორელირებული შემთხვევითი სიდიდეები, საჭიროა გამოვთვალოთ სიდიდე:

$$t_{\text{გამოთ.}} = |r| \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}. \quad (1.54)$$

მიღებულ $t_{\text{გამოთ.}}$ -ს ადარებენ t სტიუდენტის კრიტერიუმთან შერჩეული q და $f = n-2$ -ის მიხედვით. თუ $t_{\text{გამოთ.}} < t_{\text{ცხრ.}}$, ე.ი. არაკორელირებულია. წინააღმდეგ შემთხვევაში $r \neq 0$ და ამ სიდიდეებს შორის სტატისტიკური კავშირი არსებობს.

1.16. რანბული კორელაცია

ზოგჯერ საჭიროა ურთიერთკავშირის დამყარება ორ ხარისხობრივ ნიშანს შორის, ე.ი. ისეთ ნიშნებს შორის, რომლებიც რიცხობრივად უთანაზომოა. ამ ორი ნიშნის გამოკვლევისას თითოეულ i -ურ ობიექტს მიენიჭება ორი რანგი: x_i და y_i , შესაბამისად x და y ნიშნებისა, ე.ი. გვაქვს ორი მიმდევრობა:

x ნიშნის მიხედვით - x_1, x_2, \dots, x_n ;

y ნიშნის მიხედვით - y_1, y_2, \dots, y_n .

ორ ხარისხობრივ ნიშანს შორის კავშირის შესაფასებლად ვაწარმოებთ სპირმენის რანგული კორელაციის კოეფიციენტის გამოთვლას:

$$R = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n}, \quad (1.55)$$

სადაც $d_i = x_i - y_i$.

კოეფიციენტი მოთავსებულია $-1 \leq R \leq 1$ შუალედში. ამ კოეფიციენტის მნიშვნელობის შეფასება ჩატარდება ისე, როგორც r კორელაციის კოეფიციენტისა.

ამ შემთხვევაში საკვლევი ობიექტები დაენომროთ ნიშნის ზრდადობის ან კლებადობის მიხედვით. ობიექტის ამ ნომერს მის რანგს ვუწოდებთ.

თავი II. ტექნოლოგიური სისტემების ექსპერიმენტული კვლევის საკითხები

2.1. ტექნოლოგიური სისტემების ექსპერიმენტული კვლევის ძირითადი ცნებები და ამოცანები

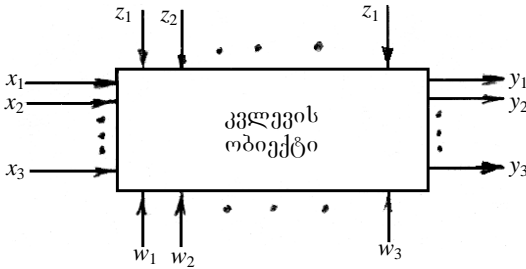
კვლევის ექსპერიმენტული მეთოდები ანუ ექსპერიმენტის დაგეგმვა არის იმ ხერხების ერთობლიობა, რომელიც მკვლევარს საშუალებას აძლევს გონივრულად დააყენოს ექსპერიმენტი, შეზღუდული რაოდენობის ცდების შემთხვევაში მიიღოს მაქსიმალური ინფორმაცია, სწორად მოახდინოს ექსპერიმენტის შედეგების დამუშავება და ინტერპრეტაცია. ობიექტზე მოქმედი ფაქტორები ცვლის მის მდგომარეობას.

ობიექტის გამომავალი პარამეტრი ვუწოდოთ ისეთ პარამეტრს, რომლის მიხედვითაც მსჯელობენ ობიექტის მდგომარეობაზე. ვარირებადი ფაქტორები აღვნიშნოთ X -ით, გამომავალი კი - Y -ით. გარდა ამისა, კვლევის ობიექტზე მოქმედებს არამართვადი ფაქტორები. ესენია: z_1, z_2, \dots, z_n , რომელსაც საკონტროლო ფაქტორები და w_1, w_2, \dots, w_n , რომელსაც არასაკონტროლო ფაქტორები (შემაშფოთებელი ზემოქმედება) ეწოდება.

სქემატურად კვლევის ობიექტი ხშირად წარმოიდგინება, როგორც ე.წ. „შავი ყუთი“, ე.ი. ობიექტი, რომელშიც დაკვირვებისათვის მისაწვდომია მხოლოდ შემაჯავალი და გამომავალი სიდიდეები. სახელწოდება „შავი ყუთი“ მიუთითებს კვლევის ობიექტის შინაგანი სტრუქტურის სრულ ან ნაწილობრივ არცოდნაზე. ფაქტორები შეიძლება იყოს რაოდენობრივი და ხარისხობრივი.

რაოდენობრივი ფაქტორები შეიძლება შეფასდეს რაოდენობრივად, ე.ი. გაზომვით, აწონით და სხვა. ამასთანავე, რაოდენობრივი ფაქტორის ნებისმიერი მნიშვნელობა ამომწურავად და ცალსახად ხასიათდება ერთადერთი რიცხვით. რაოდენობრივი ფაქტორებია: ტემპერატურა, წნევა, სიმკვ-

რივე, სინქარე, ტენიანობა და სხვა. რაოდენობრივი ფაქტორებისაგან განსხვავებით, ერთი და იმავე ხარისხობრივი ფაქტორის სხვადასხვა მნიშვნელობა შორის არსებობს არა რაოდენობრივი, არამედ ხარისხობრივი განსხვავება. ხარისხობრივი ფაქტორებია: მერქნის ჯიში, ფიჭვის



ნახ. 2.1. კვლევის ობიექტის სქემატური გამოსახულება

მერქანი, ნაძვის მერქანი და ა.შ. ან შემაკავშირებლის შედგენილობა, დამუშავების ხერხი და სხვა.

ექსპერიმენტში თითოეული ფაქტორი დებულობს ერთ ან რამდენიმე მნიშვნელობას. ამ მნიშვნელობებს ფაქტორის

დონეს უწოდებენ.

ფაქტორის მნიშვნელობების არე ეწოდება მის მნიშვნელობათა სიმრავლეს, რომელსაც დებულობს ექსპერიმენტის დროს.

ფაქტორის ვარირების დიაპაზონი უმცირესი მონაკვეთია, რომელშიც მოთავსებულია ექსპერიმენტის დროს ამ ფაქტორის მიერ მიღებული ყველა მნიშვნელობა. მაგ., ხერხის სისქე ექსპერიმენტში არის 1,8; 2; 2,2; 2,5 მმ. მისი ვარირების დიაპაზონია 1,8...2,5 მმ.

მართვადი ეწოდება ისეთ ფაქტორებს, თუ ექსპერიმენტატორს საშუალება აქვს მისცეს და შეინარჩუნოს მათი საჭირო მნიშვნელობა მთელი ცდის განმავლობაში. არამართვადი ფაქტორებია: გარემოს ტემპერატურა, მორის წოწება, მოწყობილობის ცვეთის ხასიათი.

ექსპერიმენტს, სადაც თითოეული ცდის ფაქტორების დონე მოცემულია მკვლევარის მიერ განსაზღვრული გეგმის შესაბამისად, აქტიური ეწოდება. აქტიური ექსპერიმენტის ჩასატარებლად ფაქტორები მართვადი უნდა იყოს. აქტიური ექსპერიმენტი საშუალებას იძლევა ვისარგებლოთ ექსპერი-

მენტის დაგეგმვის თეორიის რეკომენდაციებით, ფაქტორების ვარირების დონის ოპტიმალური მნიშვნელობებით.

ექსპერიმენტს, როდესაც თითოეული ცდის ფაქტორების დონის რეგისტრაციას მკვლევარი აწარმოებს, მაგრამ ვერ იძლევა მის მნიშვნელობას, **პასიური** ეწოდება. პასიურ ექსპერიმენტში შეუძლებელია ფაქტორების ვარირების ოპტიმალური დონის შერჩევა. ამ შემთხვევაში ექსპერიმენტატორი აწარმოებს შემავალი და გამომავალი სიდიდეების ფიქსაციას.

დამოუკიდებელი ეწოდება ისეთ ფაქტორებს, რომლის დროსაც ექსპერიმენტატორს საშუალება აქვს ნებისმიერი მათგანი დააყენოს საჭირო დონეზე სხვა ფაქტორების დონისაგან დამოუკიდებლად.

შეთავსებადობა ნიშნავს ფაქტორების დონის ნებისმიერი კომბინაციის რეალიზაციის შესაძლებლობას მათი მნიშვნელობის არიდან.

შეთავსებადობის შესრულების მოთხოვნა იწვევს ფაქტორების ვარირების დიაპაზონის შემცირებას.

თუ ექსპერიმენტში ვიკვლევთ ობიექტზე ერთზე მეტი ფაქტორის გავლენას, მაშინ არსებობს ექსპერიმენტის ორგანიზაციის ორი სხვადასხვა ხერხი. პირველ შემთხვევაში ფაქტორების გავლენა წარმოებს რიგრიგობით. ჯერ წარმოებს ერთის ვარირება, შემდეგ მხოლოდ მეორის ვარირება და ა.შ. ასეთ ექსპერიმენტს ეწოდება **ერთფაქტორიანი**.

მრავალფაქტორიანი ექსპერიმენტის შემთხვევაში ყოველ შემდეგ ცდაზე გადასვლისას იცვლება არა ერთის, არამედ ერთდროულად რამდენიმე ფაქტორის დონე. ე.ი. მრავალფაქტორიანი ექსპერიმენტის დროს წარმოებს ყველა ან თითქმის ყველა ფაქტორის ერთდროულად ვარირება.

ერთფაქტორიანი ექსპერიმენტი არის დაგეგმვის ტრადიციული ხერხი. იგი თვალსაჩინოა, ექსპერიმენტის შედეგები ხშირად პროგნოზირდება, ამიტომ ექსპერიმენტატორი ადვილად ამჩნევს ცდომილებებს და მიმართავს აუცილებელ ზომებს. ამა თუ იმ მეთოდის არჩევის კრიტერიუმი მისი ეფექტურობაა. ის ექსპერიმენტია ეფექტური, რომელიც

თანაბარ პირობებში მაღალ სიზუსტეს იძლევა. მაღალი ეფექტურობის გამო, ექსპერიმენტის დაგეგმვის თეორიაში განიხილება მრავალფაქტორიანი ექსპერიმენტი.

2.2. ექსპერიმენტის დაგეგმვის ძირითადი ამოცანები

1) ექსპერიმენტის დაგეგმვა ობიექტის მათემატიკური აღწერის მიზნით. ამ შემთხვევის მიზანია ობიექტის ემპირიული მათემატიკური მოდელი, ე.ი. მოიძებნოს ობიექტის თითოეული გამომავალი სიდიდისა და ვარირებადი ფაქტორების დამოკიდებულება. მაგ., შპონის სიმკისის დამოკიდებულება შემდეგ ვარირებად ფაქტორებზე: დანის ალესვის კუთხეზე; კოტრის დიამეტრზე, ჭრის უკანა კუთხეზე.

2) განთესვითი ექსპერიმენტის დაგეგმვა. ვარირებადი ფაქტორების რაოდენობა პირველი სახის ამოცანებში 6–8-ს არ უნდა აღემატებოდეს. წინააღმდეგ შემთხვევაში ექსპერიმენტი შრომატევადია ცდების დიდი რაოდენობის გამო. რთული ტექნოლოგიური პროცესების შესწავლისას მასზე მოქმედებს ათობით და ზოგჯერ ასობით ფაქტორი. მაგ., ჩარჩოხერხზე დახერხილი მასალის საჭირო ზომის წარმოქმნაში 20-ზე მეტი ფაქტორი მოქმედებს: ხერხის სვლა, კბილების დაბლაგვის ხარისხი, კბილების კუთხური პარამეტრები, ფორმა, კბილების ბიჯი, განახერხის სიგანე და სიმაღლე, ჯიში, ხერხის დახრა, ჩაწოდება და ა.შ. უნდა გაავითვალისწინოთ, რომ საერთო ფაქტორებიდან ზოგიერთი მათგანი პროცესზე არსებით ზემოქმედებას ახდენს. პირველ რიგში ამ ფაქტორების გავლენის კვლევაა საჭირო. ამრიგად, მივედით ექსპერიმენტის დაგეგმვის ორსაფეხურიან იდეაზე.

პირველ ეტაპზე ვარირებადი ფაქტორებიდან გამოვყოთ ის მნიშვნელოვანი ფაქტორები, რომლებიც განსაზღვრავენ პროცესის მიმდინარეობას. ამისათვის ტარდება განთესვითი ექსპერიმენტი. მეორე ეტაპზე შეისწავლება გამოყოფილი მნიშვნელოვანი ფაქტორების გავლენა კვლევის ობიექტზე. ეს ექსპერიმენტის დაგეგმვის პირველი ამოცანის გადაწყვეტით შეიძლება.

3) ექსპერიმენტის დაგეგმვა ოპტიმალური პირობების მოსაძებნად. ამ ექსპერიმენტის მიზანია მოიძებნოს ვარირებადი ფაქტორების ის მნიშვნელობები, რომლის დროსაც ობიექტის გამომავალი სიდიდე ღებულობს ექსტრემალურ, ე.ი. მაქსიმალურ ან მინიმალურ მნიშვნელობას. მაგ., უნდა შევისწავლოთ მერქნის დახერხვის პროცესი ჩარჩოხერხზე. საჭიროა გაირკვეს, როგორი უნდა იყოს მიწოდება კბილზე, ხერხის სისქე და ბიჯი, რათა მივიღოთ დახერხილი მასალის უდიდესი სიზუსტე. ასეთი ამოცანების გადასაწყვეტად ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდები საშუალებას იძლევა რეკომენდაცია მივცეთ ექსპერიმენტების თანდათანობით ჩასატარებლად, რომელიც მიგვიყვანს ოპტიმალურ მნიშვნელობამდე.

4) ექსპერიმენტის დაგეგმვა თვისებრივი ფაქტორებით. ექსპერიმენტები თვისებრივი ფაქტორებით გამოიყოფა ცალკე ჯგუფად, რადგან მათი დამუშავებით მიღებული მეთოდები (დისპერსიული ანალიზი) განსხვავდება ექსპერიმენტისაგან (რაოდენობრივი ფაქტორები). ასევე, სპეციფიკურია მეთოდები, რომლებიც საშუალებას გვაძლევს დაიგეგმოს ასეთი ექსპერიმენტების ჩატარება არაერთგვაროვან პირობებში, ცდების შეზღუდული რაოდენობის შემთხვევაში.

5) ექსპერიმენტის დაგეგმვა ნარევი თვისებების შესასწავლად. ვთქვათ, კვლევის ობიექტია რამდენიმე კომპონენტის ნარევი, ვარირებადი ფაქტორებია ნარევიში შემავალი თითოეული კომპონენტის პროცენტული შემცველობა. ყველა ამ ფაქტორების ჯამი 100%, ე.ი. ამ შემთხვევაში დამოუკიდებელი ვარირებადი ფაქტორები არ არის. ასეთი ამოცანების გადასაწყვეტად დამუშავებულია სპეციალური მეთოდები.

2.3. სამრეწველო საწარმოებში გამოყენებული მათემატიკური მოდელების ძირითადი სახეები

აქტიური და პასიური ექსპერიმენტების (რაოდენობრივი ფაქტორებით) შედეგების დამუშავების საფუძველია რეგრესული ანალიზი. იგი შეიცავს მათემატიკური მოდელების

პარამეტრების მოძებნის მეთოდს (უმცირეს კვადრატთა მეთოდი) და მონაცემების სტატისტიკურ დამუშავებას.

y გამომავალი სიდიდეების დამოკიდებულებას x_1, x_2, \dots, x_k ვარირებად ფაქტორებზე, რომელიც მიღებულია რეგრესული ანალიზით, რეგრესული მოდელი ეწოდება:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (2.1)$$

სადაც $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ არის ვარირებადი ფაქტორების ფუნქცია.

რეგრესული მოდელი არის ობიექტის მათემატიკური მოდელის კერძო შემთხვევა. გამომავალი სიდიდეები შეიძლება იყოს რამდენიმე. მაგ., დამუშავების პროცესში შეიძლება გაზომილ იქნეს დეტალის ზომები, ჭრის ძალები და ზედაპირის სიჩქისე. (1) დამოკიდებულება აიგება თითოეული გამომავალი სიდიდისათვის. აგებული რეგრესული მოდელი საშუალებას იძლევა მივიღოთ ინფორმაცია თვით ობიექტსა და მართვის ხერხებზე. ამ მოდელის დახმარებით ადვილად შეფასდება თითოეული ფაქტორის გავლენა და ხარისხი გამომავალ სიდიდეზე. მოდელი შეიძლება საფუძვლად დაედოს პროცესის ოპტიმიზაციას. მნიშვნელოვანია, რომ რეგრესული მოდელი მოცემული უნდა იყოს წინასწარ ან ექსპერიმენტის დაწყებამდე შევარჩიოთ რომელ კლასს ეკუთვნის $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ ფუნქცია. მაგ., რეგრესული მოდელი მრავალწევრის (განსაზღვრული რიგის), ექსპონენტის და ტრიგონომეტრიული სახის მრავალწევრია და ა.შ. ამრიგად, ექსპერიმენტის დაგეგმვისას, ცდების შედეგების მიხედვით, ობიექტის მათემატიკური აღწერისათვის გამოითვლება მხოლოდ რეგრესულ მოდელში შემავალი მუდმივების მნიშვნელობები. ისმება კითხვა, როგორ აირჩევა რეგრესული მოდელის სახე. ცდის ჩატარებამდე მკვლევარმა უნდა მოიპოვოს ინფორმაცია კვლევის ობიექტის შესახებ, ე.წ. აპრიორული (ცდამდე) ინფორმაცია, ადრე ჩატარებული ცდებით და გამოკვლევის საფუძველზე დაგროვილი მასალებით.

რადგან რეგრესული მოდელის სახე მოიცემა ექსპერიმენტის ჩატარებამდე, საჭიროა გაირკვეს ასეთი მოდელის

ნდობის საკითხი, მის შესაბამისობა საკვლევ ობიექტთან. ექსპერიმენტის დაგეგმვისას გათვალისწინებულია სპეციალური პროცედურა, რომელსაც ეწოდება **რეგრესული მოდელის ადეკვატურობის შემოწმება**. ამ შემოწმების შედეგად მკვლევარს საშუალება აქვს განსაზღვროს რამდენად მისაღებია აგებული მოდელის კვლევის ობიექტის აღწერისათვის. ყველაზე გავრცელებულია ექსპერიმენტის დაგეგმვის მეთოდი, რომლის დროსაც ობიექტების რეგრესული მოდელი წარმოდგენილია ვარირებადი ფაქტორების პირველი და მეორე რიგის მრავალწევრების სახით. პირველი რიგის მრავალწევრის სახით წარმოდგენილ მოდელს წრფივი ეწოდება. k ზოგად ვარირებადი ფაქტორების შემთხვევაში ობიექტის წრფივ რეგრესულ მოდელს აქვს შემდეგი სახე:

$$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + \dots + B_kx_k, \quad (2.2)$$

სადაც $B_0, B_1, B_2, \dots, B_k$ არის კოეფიციენტები, რომელთა რიცხვითი მნიშვნელობები ექსპერიმენტის შედეგებით განისაზღვრება. მათ ეწოდება რეგრესიის კოეფიციენტები, ხოლო (1) განტოლებას რეგრესიის განტოლება. B_1, B_2, \dots, B_k რეგრესიის წრფივი კოეფიციენტებია, B_0 -თავისუფალი წევრი. წრფივი რეგრესული მოდელი იძლევა ობიექტზე ფაქტორების გავლენის შესახებ ინფორმაციას. ასეთი მოდელის გამოყენება გამართლებულია შემდეგ შემთხვევებში: 1) კვლევის საწყის ეტაპზე ან როდესაც წრფივი მიახლოების სიზუსტე მისაღებია; 2) როდესაც შეზღუდულია ცდების რაოდენობა; 3) როდესაც ექსპერიმენტატორი დარწმუნებულია, რომ წრფივი მოდელი უტყუარია (მაგ., თეორიული კვლევის შედეგად).

განვიხილოთ 3 ფაქტორისაგან შედგენილი მეორე რიგის მოდელი (კვადრატული)

$$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + B_{11}x_1^2 + B_{22}x_2^2 + B_{33}x_3^2 + B_{12}x_1x_2 + B_{13}x_1x_3 + B_{23}x_2x_3. \quad (2.3)$$

მეორე რიგის მოდელი ცუდ შედეგს იძლევა შემდეგ შემთხვევებში:

- 1) როდესაც გამოსავალი სიდიდეს სინამდვილეში აქვს ერთ ექსტრემუმზე მეტი;

- 2) $y = f(x_i)$ დამოკიდებულებას აქვს გადაღუნვის წერტილი;
- 3) როდესაც გამოსავალი სიდიდე x_i ზოგიერთი მნიშვნელობისათვის ნახტომისებრად იცვლება.

პირველ ორ შემთხვევაში ობიექტის აღწერისათვის რეკომენდებულია მესამე და მაღალი რიგის მრავალწევრები. მეორე შემთხვევაში ფაქტორების ვარირების დიაპაზონი დავყოთ ცალკეულ შუალედებად და თითოეული ცალ-ცალკე შევისწავლოთ.

2.4. ემპირიული ფორმულების პარამეტრების გამოთვლა უმცირეს კვადრატთა მეთოდით

y და x სიდიდეებს შორის ფუნქციური დამოკიდებულების ემპირიული (ექსპერიმენტული) შესწავლისას აწარმოებენ y სიდიდის გაზომვას x -ის სხვადასხვა მნიშვნელობისათვის. შედეგები შეიძლება წარმოვადგინოთ ცხრილის ან გრაფიკის სახით. ამოცანა მდგომარეობს საძიებელი ფუნქციური დამოკიდებულების ანალიზური სახით წარმოდგენაში, ე.ი. შევადგინოთ ფორმულა, რომელიც ექსპერიმენტის შედეგებს აღწერს.

არჩეული ფუნქციური დამოკიდებულება აღვნიშნოთ

$$y = f(x; a_0, a_1, \dots, a_n) \text{ -ით.} \quad (2.4)$$

a_0, a_1, \dots, a_n პარამეტრები არ შეიძლება ზუსტად განისაზღვროს y_1, y_2, \dots, y_N ემპირიული მონაცემებით, ვინაიდან შეიცავს შემთხვევით ცდომილებებს. უმცირეს კვადრატთა მეთოდი საშუალებას იძლევა შევაფასოთ a_0, a_1, \dots, a_n პარამეტრები.

თუ y_1, y_2, \dots, y_N ფუნქციის მნიშვნელობები გაზომილია ერთნაირი სიზუსტით, მაშინ a_0, a_1, \dots, a_n პარამეტრები განისაზღვრება იმ პირობით, რომ y_k გაზომილი სიდიდეების $f(x_k; a_0, a_1, \dots, a_n)$ საანგარიშო სიდიდეებიდან გადახრის

კვადრატების ჯამი, ე.ი. სიდიდე $S = \sum_{k=1}^N [Y_k - f(x_k; a_0, a_1, \dots, a_n)]^2$ დებულობდეს უმცირეს მნიშვნელობას.

თუ გაზომვები ჩატარებულია სხვადასხვა დისპერსიით და ცნობილია სხვადასხვა გაზომვის დისპერსიათა შეფარდება, მაშინ

$$S = \sum_{k=1}^N [Y_k - f(x_k; a_0, a_1, \dots, a_n)]^2 \omega_k, \quad (2.5)$$

სადაც ω_k თანამამრავლი არის გაზომვათა წონა, რომელიც დისპერსიების უკუპროპორციულია, $\omega_1 : \omega_2 : \dots : \omega_N =$

$= \frac{1}{\sigma_1^2} : \frac{1}{\sigma_2^2} : \dots : \frac{1}{\sigma_N^2}$. თუ ფუნქციის მნიშვნელობების ყველა

გაზომვა ჩატარებულია ერთნაირი სიზუსტით და x_k არგუმენტის ყოველი მნიშვნელობისათვის ჩატარებულია m_k გაზომვების სერია, ხოლო y_k სერიაში აიღება გაზომვის შედეგების საშუალო არითმეტიკული, მაშინ გაზომვების წონა შეიძლება იყოს სერიაში გაზომვების რაოდენობა $\omega_k = m_k$ ($k = 1, 2, \dots, N$). ჩამოყალიბებული პირობა ძალაშია მრავალი ცვლადის ფუნქციის პარამეტრების შეფასების განსაზღვრისას. მაგ., ორი ცვლადის (x, y) ფუნქციისთვის a_0, a_1, \dots, a_n პარამეტრები

$$S = \sum_{k=1}^N [Z_k - f(x_k, y_k; a_0, a_1, \dots, a_n)]^2 \omega_k \quad (2.6)$$

ჯამის მინიმუმის პირობიდან განისაზღვრება.

a_0, a_1, \dots, a_n პარამეტრების მოძებნა, რომელიც უზრუნველყოფს

$$S = S(a_0, a_1, \dots, a_n)$$

ფუნქციის უმცირეს მნიშვნელობას, დაიყვანება შემდეგი განტოლებათა სისტემის ამოხსნაზე:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \dots, \frac{\partial S}{\partial a_n} = 0. \quad (2.7)$$

თუ (2.4) ემპირიულ ფორმულაში შემავალი პარამეტრები წრფივია, მაშინ (2.7) განტოლებათა სისტემა ასევე წრფივი იქნება. რადგან წრფივი სისტემების ამოხსნა უფრო მარტივია, ვიდრე არაწრფივისა, შეძლებისდაგვარად უნდა ვეცადოთ შერჩეული ემპირიული ფორმულა გარდავქმნათ იმ სახით, რომ განმსაზღვრელი პარამეტრები წრფივი იყოს.

2.5. მრავალწევრის პარამეტრების გამოთვლა

1) წრფივი ფუნქციის პარამეტრების მოძებნა. წრფივი ფუნქციის გრაფიკია წრფე. უმცირეს კვადრატთა მეთოდით ამ ფუნქციის პარამეტრების განსაზღვრისას უნდა გავითვალისწინოთ, რომ წრფე ყოველთვის გადის (\bar{x}, \bar{y}) წერტილებზე, რომელთა კოორდინატებია მოცემული წერტილების კოორდინატების საშუალო

$$\bar{x} = \frac{\sum x_k \omega_k}{\sum \omega_k}, \quad \bar{y} = \frac{\sum y_k \omega_k}{\sum \omega_k}, \quad (2.8)$$

სადაც $\sum = \sum_{k=1}^N$, ω_k - გაზომვის წონა ($k=1,2,\dots,N$).

წრფის განტოლება უმჯობესია ასე ჩავწეროთ:

$$y - \bar{y} = a(x - \bar{x}).$$

a პარამეტრი განისაზღვრება ფორმულით:

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - (\bar{x})^2},$$

სადაც

$$\bar{x}^2 = \frac{\sum x_k^2 \omega_k}{\sum \omega_k}, \quad \overline{xy} = \frac{\sum x_k y_k \omega_k}{\sum \omega_k}. \quad (2.9)$$

თუ ყველა გაზომვა ერთნაირი სიზუსტით წარმოებს (ე.ი. ყველა წონა $\omega_k=1$), მაშინ პარამეტრების ფორმულები მარტივდება და აქვს სახე:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k; \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k, \quad \bar{x}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2, \quad \overline{xy} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k y_k.$$

ათვის სათავისა და მასშტაბის ცვლილებისას, ე.ი. წრფივი გარდაქმნებისას

$$\bar{x} = x_0 + h\bar{u}, \quad \bar{y} = y_0 + h_1\bar{v}, \quad a = \frac{h_1}{h} \frac{u\bar{v} - \bar{u} \cdot \bar{v}}{\bar{u}^2 - (\bar{u})^2},$$

სადაც u და v საშუალო მნიშვნელობები გამოითვლება (2.8) და (2.9) ფორმულების ანალოგიურად.

კონტროლისათვის გამოთვლები უნდა გავიმეოროთ ათვის სხვა საწყისი მნიშვნელობისათვის.

თუ $x_{k+1} - x_k = h = const$ ($k=1,2,\dots,N-1$) და y_k ფუნქციის მნიშვნელობები განისაზღვრება ერთნაირი სიზუსტით, მაშინ

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_N}{2}.$$

$$\text{ამ შემთხვევაში } y = \bar{y} = ag \frac{x - \bar{x}}{h}.$$

როდესაც $N = 2M - 1$, მაშინ

$$ah = \frac{12}{N(N^2 - 1)} \sum_{k=1}^N Y_k (K - M) = \frac{1}{H_1(N)} [(Y_{M+1} - Y_{M-1}) + 2(Y_{M+2} - Y_{M-2}) + \dots + (M - 1)(Y_N - Y_1)]. \quad (2.10)$$

როდესაც $N = 2M$,

$$ah = \frac{6}{N(N^2 - 1)} \sum_{k=1}^N Y_k (2K - N - 1) = \frac{1}{2H_1(N)} [(Y_{M+1} - Y_M) + 3(Y_{M+2} - Y_{M-1}) + \dots + (N - 1)(Y_N - Y_1)]. \quad (2.11)$$

2. კვადრატული ფუნქციის პარამეტრების გამოთვლა

$y = ax^2 + bx + c$ კვადრატული ფუნქციის პარამეტრები განისაზღვრება შემდეგი წრფივ განტოლებათა სისტემიდან:

$$aS_4 + bS_3 + cS_2 = \sum_{k=1}^N Y_k x_k^2 \omega_k;$$

$$aS_3 + bS_2 + cS_1 = \sum_{k=1}^N Y_k x_k \omega_k;$$

$$aS_2 + bS_1 + cS_0 = \sum_{k=1}^N Y_k \omega_k,$$

სადაც $S_m = \sum_{k=1}^N x_k^m \omega_k$ ($m=0,1,2,3,4$); ($k=1,2,\dots,N$) გაზომვის წონაა.

გამოთვლები საგრძნობლად მარტივდება ისეთი დაგეგმვისას, როცა $\sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^3 \omega_k$ ნულის ტოლია, მაშინ კვადრატული ფუნქცია

$$y = a(x - \bar{x})^2 + b(x - \bar{x}) + c, \quad (2.12)$$

სადაც $\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^N x_k \omega_k}{\sum_{k=1}^N \omega_k},$

$$a = \frac{1}{D} \left[\sum_{k=1}^N Y_k (x_k - \bar{x})^2 \omega_k - S_2 \bar{y} \right],$$

$$b = \frac{1}{S_2} \sum_{k=1}^N Y_k (x_k - \bar{x}) \omega_k, \quad c = \bar{y} - \frac{S_2 a}{S_0},$$

$$S_m = \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^m \omega_k \quad (m=0,2,4),$$

$$\bar{y} = \frac{1}{S_0} \sum_{k=1}^N Y_k \omega_k, \quad D = S_4 - \frac{S_2^2}{S_0}.$$

თუ $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_N = 1,$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k; \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y_k, \quad S_0 = N.$$

გამოთვლები უფრო მარტივდება, თუ $x_{k+1} - x_k = h = const$ ($k=1,2,\dots,N-1$) და Y_k ფუნქციის მნიშვნელობის გაზომვა

წარმოებს ერთნაირი სიზუსტით, მაშინ $\bar{x} = \frac{x_1 + x_N}{2}$ და

$$y = a_1 \left(\frac{x - \bar{x}}{h} \right)^2 + b_1 \left(\frac{x - \bar{x}}{h} \right) + c_1. \quad (2.13)$$

როდესაც $N = 2M - 1$ (მონაცემები კენტია)

$$a_1 = \frac{1}{3H_2} \left[3 \sum_{k=1}^N Y_k (K-M)^2 - \frac{N^2-1}{4} \sum_{k=1}^N Y_k \right],$$

$$b_1 = \frac{1}{H_1} \sum_{k=1}^N Y_k (K-M), \quad c_1 = \bar{y} - \frac{H_1}{N} a_1,$$

$$H_1 = \frac{N(N^2-1)}{12}, \quad H_2 = \frac{N(N^2-1)(N^2-4)}{180}.$$

თუ მონაცემების რიცხვი ლუწია, $N = 2M$

$$a_1 = \frac{1}{12H_2} \left[3 \sum_{k=1}^N Y_k (2K-N-1)^2 - (N^2-1) \sum_{k=1}^N Y_k \right],$$

$$b_1 = \frac{1}{2H_1} \sum_{k=1}^N Y_k (2K-N-1), \quad c = \bar{y} - \frac{H_1}{N} a_1.$$

2.6. მონაცემების აღების ინტერვალი და პასიური ექსპერიმენტის ხანგრძლივობა

Δt -ით აღვნიშნოთ დროითი ინტერვალი ექსპერიმენტის გამოსავალი სიდიდეების მომდევნო გაზომვებს შორის. Δt -ს განსაზღვრისათვის საჭიროა y სიდიდის ცვლილებების დიაგრამა t დროში. მასზე განვსაზღვროთ დიაგრამის y სიდიდის საშუალო მნიშვნელობის საზთან გადაკვეთის წერტილთა რიცხვი t დროში. დროის ერთეულში გადაკვეთის წერტილთა რიცხვი

$$f_0 = \frac{F}{t}, \quad (2.14)$$

მაშინ $\Delta t \geq \frac{2}{f_0}$.

f_0 -ის განსაზღვრისათვის საკმარისია დროის ის ინტერვალი, როდესაც $F = 40 \div 70$.

ექსპერიმენტის ხანგრძლივობა T განისაზღვრება ფორმულით:

$$T = \lambda \Delta t / \nu,$$

სადაც Δt მონაცემების ადების ინტერვალია, λ - პარამეტრი, რომელიც ტოლია:

$$\lambda = -\ln(1 - \sqrt{P}), \quad (2.15)$$

P დაკვირვების სიდიდის ცვლილების ალბათობაა;

$v - y$ სიდიდის მოხვედრის ალბათობა მისი ცვლილების დიაპაზონის ზედა და ქვედა ინტერვალში.

როდესაც $P=0,95$, მაშინ $\lambda=3,68$; $P=0,99$, $\lambda=5,3$.

2.7. სრული და წილადური ფაქტორული გეგმები

ექსპერიმენტის დაგეგმვისას მნიშვნელოვანია პასუხი გაეცეს შეკითხვას: როგორ, რა დონეზე და როგორი შესაძლებლობით მოვახდინოთ ფაქტორების ვარირება. ეს კი მაშინაა შესაძლებელი, როდესაც ვარირებადი ფაქტორები მართვადია.

სრული ფაქტორული გეგმა (სზბ) ეწოდება ისეთ გეგმას, რომელშიც ყველა ფაქტორის ვარირების დონის რიცხვი ერთნაირია და ამ დონეთა ყველა შესაძლო კომბინაცია ერთნაირი რაოდენობით გვხვდება. ისეთი გეგმები, რომელშიც თითოეული ფაქტორის დონის რიცხვი ორის ტოლია, აღინიშნება 2^k -თი, სადაც k ფაქტორების რიცხვია. 2^k სრული ფაქტორული გეგმის შედგენის მიხედვით შეიძლება მივიღოთ წრფივი მოდელი.

2^k ფაქტორული გეგმის აგების იდეა განვიხილოთ x_1 და x_2 ვარირებადი ფაქტორების შემთხვევისათვის. ექსპერიმენტის დაგეგმვის პირველ ეტაპზე საჭიროა შევარჩიოთ თითოეული ფაქტორის ვარირების დიაპაზონი. ვთქვათ, x_1 ფაქტორისათვის შერჩეულია დიაპაზონი $x_{1\text{ მ6}} \leq x_1 \leq x_{1\text{ მკ}}$, ხოლო x_2 ფაქტორისათვის - $x_{2\text{ მ6}} \leq x_2 \leq x_{2\text{ მკ}}$. სრულ ფაქტორულ გეგმაში თითოეული ფაქტორის ვარირება ხდება მხოლოდ ორ დონეზე - ზედა და ქვედა.

ექსპერიმენტში ფაქტორების შერჩეული დონეების ყველა შესაძლო შესამება ხდება. ცდების რაოდენობა $N=2^k$.

ორი ფაქტორისათვის სრული ფაქტორული გეგმის მატრიცა მოცემულია 2.1 ცხრილში. სრული ფაქტორული გეგმის მატრიცა, ორი ფაქტორისათვის (გეგმა 2^k), ნორმალიზებულ აღნიშვნებში ნაჩვენებია 2.2 ცხრილში.

თვალსაჩინოებისათვის გამოვიყენოთ გეომეტრიული ცნებები. ვთქვათ, ტარდება ექსპერიმენტი x_1 და x_2 ვარირებადი ფაქტორებით და მოცემულია ამ ფაქტორების ვარირების დიაპაზონები: $x_{1\text{ მინ}} \leq x_1 \leq x_{1\text{ მაქს}}$; $x_{2\text{ მინ}} \leq x_2 \leq x_{2\text{ მაქს}}$.

ცხრილი 2.1

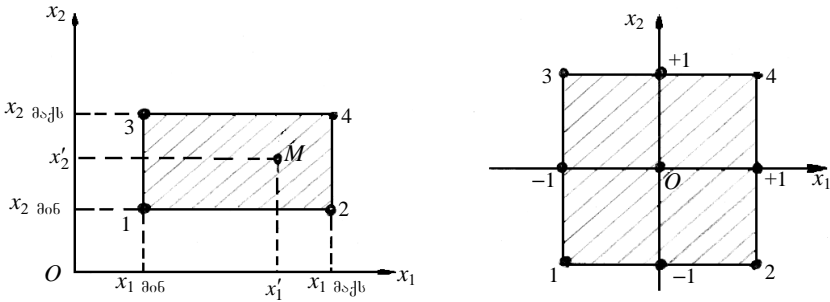
ცდის №	ფაქტორების მნიშვნელობა		გამოსავალი სიდიდის მნიშვნელობა y
	x_1	x_2	
1	$x_{1\text{ მინ}}$	$x_{2\text{ მინ}}$	y_1
2	$x_{1\text{ მაქს}}$	$x_{2\text{ მინ}}$	y_2
3	$x_{1\text{ მინ}}$	$x_{2\text{ მაქს}}$	y_3
4	$x_{1\text{ მაქს}}$	$x_{2\text{ მაქს}}$	y_4

ცხრილი 2.2

ცდის №	x_1	x_2
1	-1	-1
2	+1	-1
3	-1	+1
4	+1	+1

ფაქტორული ეწოდება საკოორდინატო სიბრტყეს, სადაც აბსცისათა ღერძზე გადაზომილია x_1 და ორდინატთა ღერძზე x_2 . ამ შემთხვევაში ნებისმიერ ცდას, რომლისთვისაც $x_1 = x'_1$; $x_2 = x'_2$ ფაქტორულ სიბრტყეში შეესაბამება M წერტილი x'_1 , x'_2 კოორდინატებით. ამასთან, იმის გამო, რომ თითოეული ფაქტორის ვარირება ხდება $x_{i\text{ მინ}} \leq x_i \leq x_{i\text{ მაქ}}$, $i=1,2$, შემოსაზღვრულ დიაპაზონში ფაქტორული სიბრტყის ყველა წერტილი, რომელიც შეესაბამება ცდას, არ გამოვა 1243 მართკუთხედის საზღვრებიდან 2.2, ა ნახაზზე იგი დაშტრიხულია). ამ მართკუთხედში და მის საზღვარზე მდებარე წერტილები შეესაბამება ყველა ცდას, რომელიც შეიძლება დასმულ იქნეს ფაქტორების ვარირების მოცემული დიაპაზონების გათვალისწინებით. ასეთ წერტილთა

სიმრავლეს ფაქტორების ვარირების არე ეწოდება. განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ფაქტორების ვარირების არე შემოსაზღვრულია მართკუთხედით. თუ გადავალთ ნორმალიზებულ ფაქტორებზე, მაშინ თითოეულის ვარირება ხდება სტანდარტულ დიაპაზონში: $-1 \leq x_i \leq +1 \quad i=1,2$. ანალოგიურად საკოორდინატო ღერძებზე გადავზომოთ ნორმალიზებული ფაქტორების x_1 და x_2 მნიშვნელობები და



ავაგოთ ფაქტორული სიბრტყე (ნახ. 2.2, ბ). ამ შემთხვევაში ფაქტორების ვარირების არე შემოსაზღვრულია 1243 კვადრატით. დავიტანოთ ფაქტორულ სიბრტყეზე წერტილები, რომელიც შეესაბამება 1-4 ცდას. მივიღებთ მართკუთხედის 1234 წვეროებს. ნორმალიზებული ფაქტორების მსგავსად ფაქტორულ სიბრტყეზე ცდის შედეგები გამოსახულია კვადრატის წვეროებით. 2^3 სრული ფაქტორული გეგმის მიხედვით, ამ კოორდინატებში ცდები გამოისახება კუბის წვეროებით, ხოლო ნატურალურ აღნიშვნებში – პარალელეპიპედის წვეროებით. გამოსავალი სიდიდის ვარირებად ფაქტორებზე დამოკიდებულებას, რომელიც მოცემულია რეგრესული მოდელით, ეწოდება გამოსავალი სიდიდის ფუნქცია.

ა

ბ

ნახ. 2.2, ა, ბ

2.8. წრფივი მოდელის სიბრტყის კოეფიციენტების ბამოთვლა 2^k სრული ფაქტორული გეგმის შედეგების მიხედვით

სრული ფაქტორული გეგმა 2^k ექსპერიმენტის თეორიაში იკავებს მნიშვნელოვან ადგილს, რაც დაკავშირებულია მის ღირსებაზე, სხვა გეგმებთან შედარებით: რეგრესის კოეფიციენტების შეფასების ერთმანეთისაგან დამოუკიდებლობა, მათი მინიმალური დისპერსიები, აგრეთვე ექსპერიმენტის შედეგების დამუშავების სიმარტივე.

2^k სრული ფაქტორული გეგმის მატრიცებს ნორმალიზებულ აღნიშვნებში აქვს შემდეგი თვისებები:

1) გეგმის ცენტრის მიმართ სიმეტრიულობა – ნებისმიერი ფაქტორის სვეტის ელემენტების ალგებრული ჯამი ნულის ტოლია

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 0, \quad (2.16)$$

სადაც x_{ij} არის i -ური ფაქტორის მნიშვნელობა j -ურ ცდაში; $i=1,2,\dots,k$; $j=1,2,\dots,N$; N ცდების რიცხვია.

2. ნორმირება – ნებისმიერი ფაქტორის სვეტის ელემენტების კვადრატების ჯამი ცდების რიცხვის ტოლია:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij}^2 = N, \quad i=1,2,\dots,k. \quad (2.17)$$

3. ორთოგონალურობა – მატრიცის ორი ნებისმიერი სვეტის წევრ-წევრად ნამრავლთა ჯამი ნულს უდრის :

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} x_{uj} = 0; \quad i=u; \quad i,u=1,2,\dots,k. \quad (2.18)$$

გეგმების მატრიცებს მე-3 თვისებით ორთოგონალური ეწოდება.

მათემატიკური მოდელის რეგრესის კოეფიციენტების გამოთვლა უმცირეს კვადრატთა მეთოდით ხდება.

გამოვთვალოთ წრფივი მათემატიკური მოდელის რეგრესის კოეფიციენტები:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k. \quad (2.19)$$

b_1, b_2, \dots, b_k რეგრესის კოეფიციენტები გამოიანგარიშება შემდეგი ფორმულებით:

$$b_i = \frac{1}{N}(x_{i1}y_1 + x_{i2}y_2 + \dots + x_{iN}y_N) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ij}y_j, \quad (2.20)$$

$$i = 1, 2, \dots, k.$$

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Y_j. \quad (2.21)$$

(2.20) და (2.21) ფორმულები გადავწეროთ 2^2 სრული ფაქტორული გეგმისათვის ორი ფაქტორით (ცხრილი 2.2). ამ შემთხვევაში წრფივი მოდელი მიიღებს სახეს:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2. \quad (2.22)$$

რეგრესის კოეფიციენტები გამოითვლება ფორმულებით:

$$b_1 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^N x_{1j}y_j = \frac{1}{4}(-Y_1 + Y_2 - Y_3 + Y_4); \quad (2.23)$$

$$b_2 = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^N x_{2j}y_j = \frac{1}{4}(-Y_1 - Y_2 + Y_3 + Y_4); \quad (2.24)$$

$$b_0 = \frac{1}{4}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4). \quad (2.25)$$

სრულ ფაქტორულ მატრიცაში შემოვიტანოთ x_0 ფიქტიური ფაქტორი, რომელიც ყოველ ცდაში ღებულობს +1 მნიშვნელობას. მივიღებთ წრფივი მოდელის საბაზისო ფუნქციის მატრიცას. სფვ 2^2 -სათვის იგი ღებულობს სახეს:
ცხრილი 2.3

ცდის ნომერი	x_0	x_1	x_2	y
1	+1	-1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4

რეგრესის ნებისმიერი კოეფიციენტი ვიპოვოთ (2.23) (2.24) და (2.25) ფორმულებით: $i = 0, 1, 2, \dots, k$.

ერთი ფაქტორის გავლენის ხარისხი დამოკიდებულია სხვა ფაქტორის დონეზე. ამ შემთხვევაში ამბობენ, რომ ადგილი აქვს ამ ფაქტორებს შორის ურთიერთქმედების ეფექტს. 2^2 სრული ფაქტორული გეგმის შემთხვევაში გვაქვს

ერთადერთი წყვილი ურთიერთქმედება x_1 და x_2 ფაქტორებს შორის. ამ შემთხვევაში შეიძლება ავაგოთ მათემატიკური მოდელი:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (2.26)$$

შევადგინოთ სრული ფაქტორული გეგმის საბაზისო ფუნქციის მატრიცა (ცხრილი 2.4).

ცხრილი 2.4

ცდის ნომერი	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	y
1	+	-	-	+	y_1
2	+	+	-	-	y_2
3	+	-	+	-	y_3
4	+	+	+	+	y_4

$$b_{12} = \frac{1}{4} \left(\sum_{j=1}^N x_{1j}x_{2j}y_j \right). \quad (2.27)$$

2.4 ცხრილში მოცემული გეგმისათვის

$$b_{12} = \frac{1}{4} (y_1 - y_2 - y_3 + y_4). \quad (2.28)$$

ზოგადად 2^k გეგმისათვის

$$b_{iu} = \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N x_{1j}x_{uj}y_j \right). \quad (2.29)$$

2.9. წილადური ფაქტორული გეგმები

ზოგიერთი შრომატევადი ექსპერიმენტის ჩატარებისას აქტუალურია ცდების რაოდენობის შემცირება. ამ შემთხვევაში გამოიყენება წილადური ფაქტორული გეგმა (წფგ). ცდების რაოდენობის შემცირება მიიღწევა მათემატიკური მოდელის გამარტივებით. წილადური ფაქტორული გეგმები საშუალებას გვაძლევს ცდების რიცხვი, სრულ ფაქტორულ გეგმასთან შედარებით, შევამციროთ იმ შემთხვევაში, თუ რეგრესის განტოლებებში წინასწარ უგულებელვყოფთ ზოგიერთი ფაქტორების ურთიერთქმედებას.

ვიგულისხმობთ, რომ შეიძლება უგულებელვყოთ x_1x_2 ზემოქმედების წყვილი, მაშინ x_1x_2 სვეტში შეიძლება გამოვიყენოთ x_3 ელემენტის ვარირება.

ამრიგად, სამფაქტორიანი ექსპერიმენტისათვის მივიღებთ გეგმას 4 ცდისაგან, რომლის შედეგით შეიძლება ავაგოთ წრფივი მოდელი: $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$.

2.6 ცხრილში 2-ით მოცემული გეგმის მატრიცა, ისევე როგორც 2.5 ცხრილში მოცემული, აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

1) გეგმის ცენტრის მიმართ სიმეტრიულობა – ნებისმიერი ფაქტორის სვეტის ელემენტების ალგებრული ჯამი ნულის ტოლია:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 0, \quad (2.30)$$

ცხრილი 2.5

ცდის ნომერი	x_0	x_1	x_2	(x_3) x_1x_2
1	+1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1
3	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1	+1

ცხრილი 2.6

ცდის ნომერი	x_1	x_2	x_3
1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1

სადაც x_{ij} i -ური ფაქტორის მნიშვნელობაა j -ურ ცდაში; $i=1,2,\dots,k$; $j=1,2,\dots,N$; N – ცდის რიცხვი.

2. ნორმირება – მატრიცის ნებისმიერი ორი სვეტის ნამრავლთა ჯამი ნულის ტოლია:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij}^2 = N, \quad i=1,2,\dots,k. \quad (2.31)$$

3. ორთოგონალურობა – მატრიცის ნებისმიერი სვეტების წვერ-წვერად ნამრაველთა ჯამი ნულის ტოლია:

$$\sum_{j=1}^N x_{ij}x_{uj} = 0; \quad i \neq u; \quad i, u = 1, 2, \dots, k. \quad (2.32)$$

ასეთი ტიპის გეგმები წილადური ფაქტორული გეგმაა.

2.10. II რიგის ექსპერიმენტული გეგმების ბამოყენება

სრული და ფაქტორული გეგმებით შესაძლებელია ფაქტორებზე დამოკიდებულების წრფივი აღწერა. ხის მასალის დამუშავებისას ეს უხეშ შედეგს გვაძლევს, ამიტომ მივმართავთ მეორე რიგის ექსპერიმენტულ გეგმას, რომლის მეშვეობით შეიძლება მივიღოთ ობიექტის მათემატიკური აღწერა, მეორე რიგის პოლინომის სახით.

ზოგადად, როდესაც ფაქტორთა რიცხვია k , მაშინ მოდელი მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i < j \\ i, j=1}}^k b_{ij} x_i x_j. \quad (2.33)$$

(2.33) სახის რეგრესულ მოდელს ეწოდება მეორე რიგის ანუ კვადრატული მოდელი. რეგრესის კოეფიციენტების რიცხვი

$$p = 1 + 2k + k(k-1)/2 = (k+1)(k+2)/2. \quad (2.34)$$

(2.34) გამოსახულებიდან ჩანს, რომ მეორე რიგის გეგმის რეალიზაცია საშუალებას გვაძლევს აღვწეროთ თითოეული ფაქტორის გამომავალი სიდიდეები პარაბოლის განტოლების სახით.

ხის მასალის დამუშავებაში ეფექტურია ე.წ. B გეგმა.

B გეგმაში თითოეული X_i ფაქტორი იცვლება სამ დონეზე: $x_{i \text{ მბნ}}, x_{i \text{ მკმ}}, x_i^0 = \frac{x_{i \text{ მბნ}} + x_{i \text{ მკმ}}}{2}$. ეს სიდიდეები ნორმალიზებულ აღნიშვნებში იქნება: $-1; +1; 0$. ცდის პირობებს ეუწოდოთ საკვანძო წერტილები B გეგმაში, რომლის დროსაც ფაქტორები ღებულობს ნორმალიზებულ მნიშვნელობებს.

სამფაქტორიან გეგმაში გვექნება შემდეგი წერტილები:

- 1) $x_1 = +1; x_2 = 0; x_3 = 0,$
- 2) $x_1 = -1; x_2 = 0; x_3 = 0,$
- 3) $x_1 = 0; x_2 = +1; x_3 = 0,$
- 4) $x_1 = 0; x_2 = -1; x_3 = 0.$

K ფაქტორის შემთხვევაში გვაქვს $2K$ წერტილი. ცდის საერთო რიცხვი $N = 2^k + 2K$. ცხრილებში მოცემულია $K = 2$ და $K = 3$ შემთხვევები.

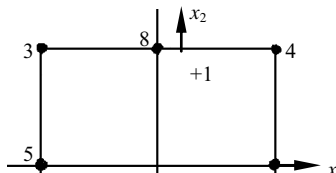
$K = 2$

ცდის №	x_1	x_2	ცდის №	x_1	x_2
1	-1	-1	5	-1	0
2	+1	-1	6	+1	0
3	-1	+1	7	0	-1
4	+1	+1	8	0	+1

$K = 3$

ცდის №	x_1	x_2	x_3	ცდის №	x_1	x_2	x_3
1	-1	-1	-1	9	-1	0	0
2	+1	-1	-1	10	+1	0	0
3	-1	+1	-1	11	0	-1	0
4	+1	+1	-1	12	0	+1	0
5	-1	-1	+1	13	0	0	-1
6	+1	-1	+1	14	0	0	+1
7	-1	+1	+1				
8	+1	+1	+1				

B_2 გეგმა ფაქტორულ სიბრტყეზე გამოისახება შემდეგნაირად:



რეგრესის კოეფიციენტები ამ გეგმებისათვის გამოითვლება ფორმულით:

$$\begin{cases} b_0 = T_1(oy) - T_2 \sum_{i=1}^k(iiy); \\ b_i = T_3(iy); \\ b_{ii} = T_4(iiy) - T_5 \sum_{i=1}^k(iiy) - T_2(oy); \\ b_{iu} = T_6(iuy), \end{cases} \quad (2.35)$$

სადაც b_0 თავისუფალი წევრია; b_i – რეგრესის წრფივი კოეფიციენტები; $i = 1, 2, \dots, k$ b_{ii} – რეგრესიის კვადრატული კოეფიციენტები; $i = 1, 2, \dots, k$ b_{iu} – კოეფიციენტები წვეილ ურთიერთქმედებებში.

$i \neq u$; T_i კოეფიციენტების, მნიშვნელობები მოცემულია ქვემოთ:

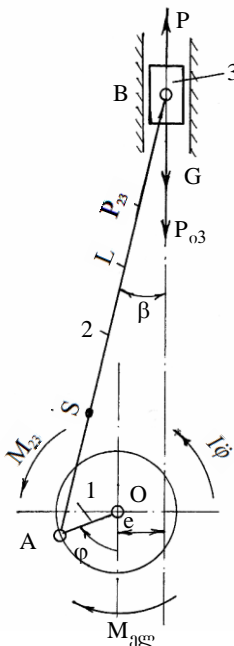
$$\begin{cases} (oy) = \sum_{i=1}^N Y_i; \\ (iiy) = \sum_{i=1}^N X_{ij}^2 Y_j; \\ (iy) = \sum_{i=1}^N x_{ij} y_j; \\ (iuy) = \sum_{i=1}^N x_{iy} X_{uj} y_k \quad i \neq u. \end{cases} \quad (2.36)$$

რეგრესის კოეფიციენტების დისპერსიები და მათ შორის კოვარიაციები გამოითვლება ფორმულით:

$$\begin{cases}
 S^2\{b_0\} = (T_1/n)S^2\{y\}; \\
 S^2\{b_i\} = (T_3/n)S^2\{y\}; \\
 S^2\{b_{ii}\} = [(T_4 + T_5)/n]S^2\{y\}; \\
 S^2\{b_{ij}\} = (T_6/n)S^2\{y\}; \\
 \text{cov}\{b_0; b_{ii}\} = -(T_2/n)S^2\{y\}; \\
 \text{cov}\{b_{ii}; b_{ij}\} = (T_5/n)S^2\{y\}.
 \end{cases}
 \quad (2.37)$$

თავი III. სამრეწველო საწარმოების ჩარხებისა და მოწყობილობების მათემატიკური მოდელის შედგენა

3.1. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის მოპრაობის მათემატიკური მოდელის შედგენა



ვერტიკალური ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმი მრუდმხარა ცოცია მექანიზმია.

მრუდმხარა ჩავთვალოთ ხისტად და მხედველობაში მივიღოთ ბარბაცას დრეკალობა (ბარბაცას დრეკალობას ვითვალისწინებთ გრძივი დეფორმაციების დონით). 3.1 ნახაზზე ნაჩვენებია ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის საანგარიშო სქემა.

ნახ. 3.1. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმი

ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური მოვლენების მათემატიკური აღწერისათვის საჭიროა შევადგინოთ მცოცისა (ჩარჩოს) და მრუდმხარას მოძრაობის დიფერენციალური განტოლებები.

ჩარჩოს მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების შესადგენად განვიხილოთ მცოცის დინამიკური წონასწორობა (ნახ. 3.2).

ჩარჩოს მოძრაობის დიფერენციალური განტოლება მიიღებს სახეს:

$$P_{o3} = P'_{23} - G + P, \quad (3.1)$$

სადაც P'_{23} ბარბაცას დრეკადი ძალის გრძივი დეფორმაციებით გამოწვეული გეგმილია z ღერძზე; G – წინსვლით-უკუსვლით მოძრავი მასების წონა; P – ტექნოლოგიური დატვირთვა (ჭრის ძალა); P_{o3} – წინსვლით-უკუსვლით მოძრავი მასების ინერციის ძალა, რომელიც ტოლია:

$$P_{o3} = m_{\text{დსყ}} \cdot a_{\text{ჩ}}, \quad (3.2)$$

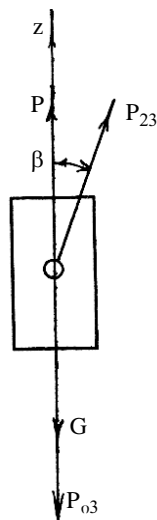
სადაც $m_{\text{დსყ}}$ წინსვლით-უკუსვლითი მოძრავი მასების მცოცზე დაყვანილი მასაა და გამოითვლება შემდეგი ფორმულით:

$$m_{\text{დსყ}} = m_3 + m_2 \frac{l_{As}}{L}, \quad (3.3)$$

სადაც m_3 მცოცის მასაა; m_2 – ბარბაცას მასა; l_{As} – მანძილი A -სა და ბარბაცას სიმძიმის s წერტილებს შორის; L – ბარბაცას სიგრძე; $a_{\text{ჩ}}$ – ჩარჩოს აჩქარება ბარბაცას დრეკადი დეფორმაციის გაუთვალისწინებლად, რომელიც ჩარჩოს გადაადგილების მეორე რიგის წარმოებულია დროით.

$$a_{\text{ჩ}} = r[\ddot{\varphi}_1(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_2(\varphi)], \quad (3.4)$$

სადაც r არის მრუდმხარას რადიუსი; $\dot{\varphi}$ – მრუდმხარას კუთხური



ნახ. 3.2. სახერხი ჩარჩოს დინამიკური წონასწორობის სქემა

სინქარე; $\ddot{\varphi}$ – მრუდმხარას კუთხური აჩქარება.

$f_1(\varphi)$ და $f_2(\varphi)$ ფუნქციები განი-საზღვრება შემდეგი დამოკიდებულებით:

$$f_1(\varphi) = \sin \varphi - \frac{r \sin 2\varphi + 2e \cos \varphi}{2\sqrt{L^2 - (r \sin \varphi + e)^2}}; \quad (3.5)$$

$$f_2(\varphi) = \cos \varphi + \frac{r \sin^2 \varphi + e \sin \varphi}{2\sqrt{L^2 - (r \sin \varphi + e)^2}} - \frac{L^2 r \cos^2 \varphi}{\left[L^2 - (r \sin \varphi + e)^2 \right] \sqrt{L^2 - (r \sin \varphi + e)^2}}, \quad (3.6)$$

სადაც e არის დეზაქსიალის სიდიდე.

ბარბაცას დრეკადი ძალის გეგმილი z ღერძზე

$$P'_{23} = P_{23} \cos \beta. \quad (3.7)$$

ბარბაცას დრეკადობის ძალა

$$P_{23} = C_{23} \cdot \varepsilon, \text{ ე.ი. } P'_{23} = C_{23} \varepsilon \cos \beta, \quad (3.8)$$

სადაც C_{23} არის ბარბაცას სიხისტე კუმშვა-გაჭიმვაზე; ε – ბარბაცას დრეკადი დეფორმაცია; β – ბარბაცას მობრუნების კუთხე ვერტიკალური მდებარეობიდან

$$\beta = \arcsin \frac{r \sin \varphi + e}{L}. \quad (3.9)$$

ჩარჩოს (მცოცის) ნამდვილი კოორდინატი

$$z_1 = z - \varepsilon_1, \quad (3.10)$$

სადაც ε_1 ბარბაცას დრეკადი დეფორმაციის გეგმილია z ღერძზე.

(3.10) გამოსახულების 2-ჯერ დროით გადიფერენცირებით მივიღებთ:

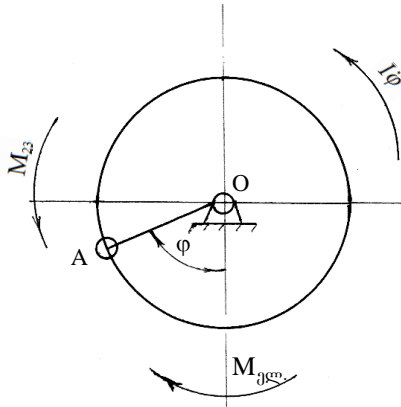
$$\dot{z}_1 = \dot{z} - \dot{\varepsilon}_1. \quad (3.11)$$

ჩავსვათ (3.2), (3.7) და (3.11) გამოსახულებები (3.1)-ში. გამარტივებით მივიღებთ:

$$m_{\text{დაყ}} \dot{\varepsilon}_1 = m_{\text{დაყ}} [r f_2(\varphi) \dot{\varphi}^2 + r f_1(\varphi) \ddot{\varphi}] - C_{23} \varepsilon_1 \cos \beta + P. \quad (3.12)$$

შევადგინოთ მრუდმხარაზე დაყვანილი მასების მოძრაობის განტოლება.

განვიხილოთ მრუდმხარაზე დაყვანილი მასების დინამიკური წონასწორობა (ნახ. 3.3):



ნახ. 3.3. მრუდმხარაზე დაყვანილი მასების დინამიკური წონასწორობა

$$I\ddot{\varphi} = M_{\text{ელ.}} i_{12} - M_{23}, \quad (3.13)$$

$$I = I_2 + I_1 i_{12}^2, \quad (3.14)$$

სადაც I_2 მრუდმხარაზე დაყვანილი მასების ინერციის მომენტი; I_2 – ელექტროძრავას როტორის ინერციის მომენტი; i_{12} – გადაცემის ფარდობა ელექტროძრავადან მრუდმხარაზე; M_{23} – მრუდმხარაზე ბარბაცას მხრიდან მოქმედი დრეკადი ძალის მომენტი

$$M_{23} = P_{23} r f_1(\varphi) = \frac{C_{23} \varepsilon_1 r f_1(\varphi)}{\cos \beta}. \quad (3.15)$$

ჩავსვათ (3.14), (3.15) გამოსახულებები (3.13)-ში, მივიღებთ:

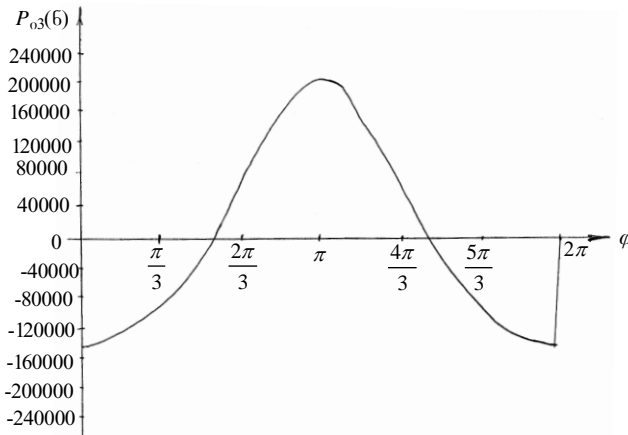
$$(I_2 + I_1 i_{12}^2) \ddot{\varphi} = M_{\text{ელ.}} i_{12} - \frac{C_{23} \varepsilon_1 r f_1(\varphi)}{\cos \beta}. \quad (3.16)$$

მათემატიკური მოდელი (დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა), რომლითაც აღიწერება დინამიკური მოვლენები ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმში მიიღებს შემდეგ სახეს:

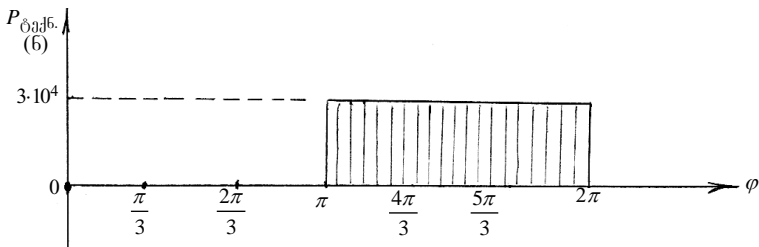
$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \frac{M_g i_{12}}{I_2 + I_1 i_{12}^2} - \frac{C_{23} \varepsilon_1 r f_1(\varphi)}{(I_2 + I_1 i_{12}^2) \cos \beta}; \\ \ddot{\varepsilon}_1 = r f_2(\varphi) \dot{\varphi}^2 + r f_1(\varphi) \ddot{\varphi} - \frac{1}{m_{\text{დაქ}}}(C_{23} \varepsilon_1 \cos \beta - P). \end{cases} \quad (3.17)$$

PD75-6 ჩარჩოხერხის წინსვლით-უკუხვლითი მოძრავი მასების ინერციის ძალის ცვლილების გრაფიკი გამოსახულია 3.4 ნახაზზე, ხოლო ჭრის ძალის (ტექნოლოგიური ძალის) დატვირთვის გრაფიკი - 3.5 ნახაზზე.

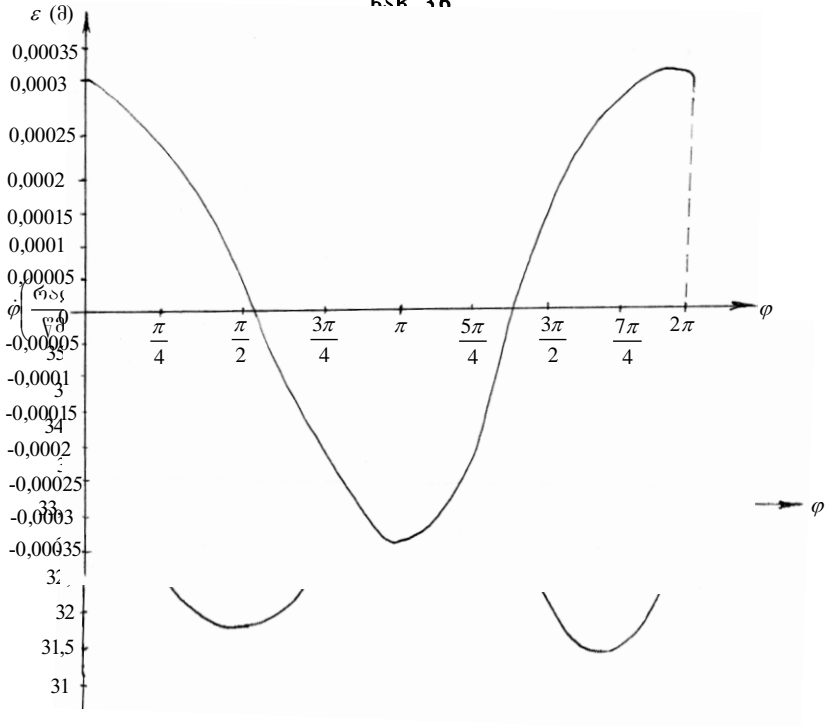
PD75-6 ჩარჩოხერხის მრუდმხარას ბრუნვის (მუხლადილვის) კუთხური სიჩქარის ცვლილების გრაფიკი ნაჩვენებია 3.6 ნახ -ზე, ხოლო ბარბაცას დრკადი დეფორმაციის ცვლილების გრაფიკი 3.7 ნახ -ზე.



ნახ. 3.4. ინერციის ძალის ცვლილების გრაფიკი



ნახ. 3.5. ძალის დატვირთვის გრაფიკი
ნახ. 3.6



ნახ. 3.7

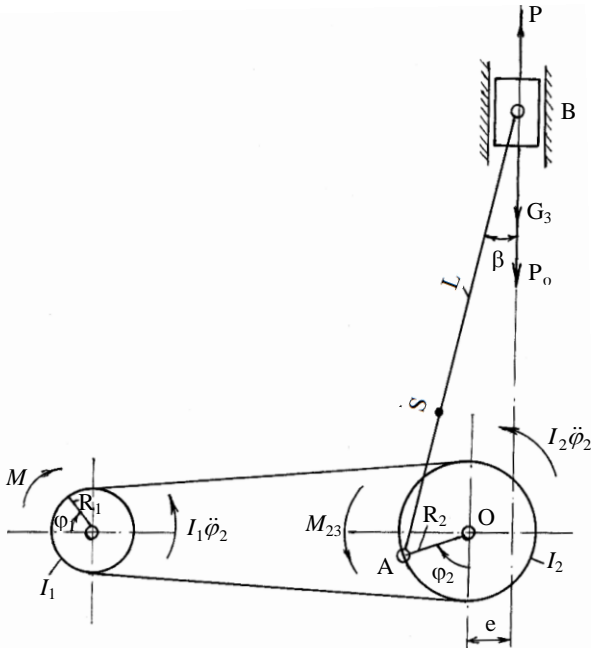
3.2. ჩარჩოებების ზრის მიქანოზომის მოძრაობის

მათემატიკური მოდელის შედგენა ელექტრო- ძრავას მახასიათებლების გათვალისწინებით

როგორც აღვნიშნეთ, ვერტიკალური ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმი მრუდმხარა ცოცია მექანიზმია. ჭრის მექანიზმში მიმდინარე დინამიკური მოვლენები დამოკიდებულია არა მარტო წინსვლით-უკუსვლითი მოძრავი მასების ინერციის ძალებზე, არამედ ელექტროძრავას მომენტის ცვლილების კანონზეც.

განვიხილოთ ჭრის მექანიზმის ელექტრომექანიკური სისტემა, რომელშიც მრუდმხარა ჩავთვალოთ ხისტად, ბარბაცა განვიხილოთ როგორც დრეკადი (გრძივი დეფორმაცია), მხედველობაში მიიღება დრეკადი გადაცემის (ღვედური გადაცემა) მახასიათებლები და ელექტროძრავას მომენტის ცვლილება.

იმისათვის რომ შევადგინოთ აღნიშნული მექანიზმის მათემატიკური მოდელი, განვიხილოთ სამმასიანი საანგარიშო სქემა (ნახ. 3.8).



**ნახ. 3.8. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის სამმასიანი
საანგარიშო სქემა**

ელექტროძრავას ელექტრომაგნიტური მბრუნავი მომენტის როტორის კუთხურ სინქარეზე დამოკიდებულება გამოისახება შემდეგი დიფერენციალური განტოლებით [1]:

$$T \frac{dM}{dt} + M + \frac{1}{v\omega_0} (\dot{\phi}_1 - \omega_0) = 0 \quad (3.18)$$

ანუ

$$\dot{M} = \frac{\omega_0 - \dot{\phi}_1}{v\omega_0 T} - \frac{M}{T}, \quad (3.19)$$

სადაც T დროის ელექტრომაგნიტური მუდმივაა

$$T = \frac{1}{\omega_0 S_{\text{გრ}}}, \quad (3.20)$$

$\dot{\phi}_1$ - ელექტროძრავას როტორის კუთხური სინქარე; v - სტატიკური მახასიათებლის სიმრუდის პირობითი კოეფიციენტი; ω_0 - სინქრონული კუთხური სინქარე.

$$v = \frac{S_{\text{გრ}}}{2M_{\text{გრ}}}, \quad (3.21)$$

$M_{\text{გრ}}$ კრიტიკული მაქსიმალური მომენტი.

კრიტიკული სრიალი

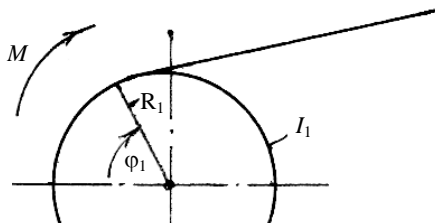
$$S_{\text{გრ}} = S_6 (K + \sqrt{K^2 - 1}), \quad (3.22)$$

სადაც S_6 - არის ნომინალური სრიალი.

$$S_6 = \frac{n_1 - n}{n}; \quad (3.23)$$

$$K = \frac{M_{\text{მაქს}}}{M_{\text{ნომ}}},$$

n_1 - სინქრონულ ბრუნთა რიცხვი; n - ნომინალურ ბრუნთა რიცხვი.



ნახ. 3.9. ელექტროძრავას როტორის დინამიკური
წონასწორობის სქემა

ელექტროძრავას როტორის მოძრაობის დიფერენციალური განტოლება (ნახ. 2.9) ასე ჩაიწერება:

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 = M - (C_1 + C_2)(R_1^2 \varphi_1 - R_1 R_2 \varphi_2), \quad (3.24)$$

სადაც

$$C_1 = \frac{F}{\frac{l}{E} + \frac{R_2}{\mu_0 E} (1 - e^{-\mu_0 \varphi_0})}; \quad (3.25)$$

$$C_2 = \frac{F}{\frac{l}{E} + \frac{R_1}{\mu_0 E} (e^{-\mu_0 \varphi_0} - 1)}, \quad (3.26)$$

C_1 და C_2 მნიშვნელობები აღებულია [2], [3]-დან.

R_1 – დრეკადი გადაცემის წამყვანი ბორბლის რადიუსია; R_2 – დრეკადი გადაცემის ამყოლი ბორბლის რადიუსი; E – დრეკადი კავშირის (დრეკადი გადაცემის) მასალის დრეკადობის მოდული; φ_0 – დრეკადი კავშირის ბორბალზე დრეკადი ასრიალების კუთხე; μ_0 – ბორბალზე დრეკადი კავშირის ხახუნის კოეფიციენტი; l – დრეკადი კავშირის სიგრძე; F – დრეკადი კავშირის განივკვეთის ფართობი; φ_1 – დრეკადი კავშირის წამყვანი რგოლის (ელექტროძრავას როტორის) მობრუნების კუთხე.

მრუდმხარაზე დაყვანილი მასების მოძრაობის განტოლების შესადგენად განვიხილოთ მრუდმხარას დინამიკური წონასწორობის განტოლება (ნახ. 10):

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 = (C_1 + C_2)(R_1 R_2 \varphi_1 - R_2^2 \varphi_2) - M_{23}, \quad (3.27)$$

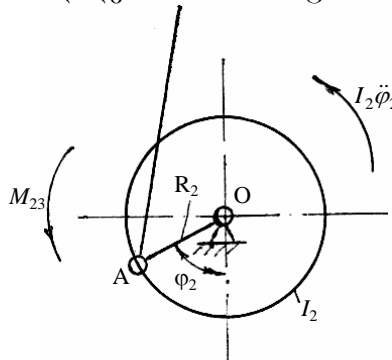
სადაც I_2 მრუდმხარაზე დაყვანილი მასების ინერციის მომენტი; M_{23} - დრეკადობის ძალა, რომელიც მოდებულია მრუდმხარაზე ბარბაცას მხრიდან. განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$M_{23} = \frac{C_{23} \varepsilon R_2 f_1(\varphi_2)}{\cos \beta}, \quad (3.28)$$

სადაც C_{23} ბარბაცას სიხისტეა გაჭიმვა-კუმშვაზე; ε - ბარბაცას დრეკადი დეფორმაცია; β - ბარბაცას მობრუნების კუთხე ვერტიკალური მდებარეობიდან

$$\beta = \arcsin \frac{R_2 \sin \varphi_2 + e}{L}, \quad (3.29)$$

e - დეზაქსიალის სიდიდე; L - ბარბაცას სიგრძე.



ნახ. 3.10. მრუდმხარას დინამიკური წონასწორობის სქემა

ფუნქცია $f_1(\varphi_2)$ განისაზღვრება ფორმულით:

$$f_1(\varphi_2) = \sin \varphi_2 - \frac{R_2 \sin 2\varphi_2 + 2e \cos \varphi_2}{2\sqrt{L^2 - (R_2 \sin \varphi_2 + e)^2}}. \quad (3.30)$$

ჩარჩოს მოძრაობის დიფერენციალური განტოლების შესადგენად განვიხილოთ მისი დინამიკური წონასწორობა (ნახ. 3.8).

a_6 – ჩარჩოს აჩქარება ბარბაცას დრეკადი დეფორმაციის გაუთვალისწინებლად, რომელიც ჩარჩოს გადაადგილების მეორე რიგის წარმოებულა დროით:

$$a_6 = R_2[\ddot{\phi}_2 f_1(\phi_2) + \dot{\phi}_2^2 f_2(\phi_2)], \quad (3.31)$$

სადაც R_2 არის მრუდმხარას რადიუსი; $\dot{\phi}_2$ – მრუდმხარას კუთხური სიჩქარე; $\ddot{\phi}_2$ – მრუდმხარას კუთხური აჩქარება.

$f_2(\phi_2)$ ფუნქცია განისაზღვრება შემდეგი დამოკიდებულებით [4]:

$$f_2(\phi_2) = \cos \phi_2 + \frac{R_2 \sin^2 \phi_2 + 2e \sin \phi_2}{\sqrt{L^2 - (R_2 \sin \phi_2 + e)^2}} - \frac{L^2 R_2 \cos^2 \phi_2}{[L^2 - (R_2 \sin \phi_2 + e)^2] \sqrt{L^2 - (R_2 \sin \phi_2 + e)^2}}, \quad (3.32)$$

სადაც e არის დეზაქსიალის სიდიდე.

ბარბაცას დრეკადი ძალის გეგმილი z ღერძზე გამოითვლება (3.7) ფორმულით.

მოცემულ შემთხვევაში (3.12) გამოსახულება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$m_{\text{დაყ}} \ddot{x}_1 = m_{\text{დაყ}} [R_2 f_2(\phi_2) \dot{\phi}_2 + R_2 f_1(\phi_2) \ddot{\phi}_2] - C_{23} \varepsilon_1 \cos \beta + P. \quad (3.33)$$

განტოლებები (3.19), (3.24), (3.27) და (3.33) ქმნის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, რომელიც ჩარჩოს ხერხის ჭრის მექანიზმში მიმდინარე დინამიკური პროცესების ამსახველი მათემატიკური მოდელია. მასში გათვალისწინებულია ბარბაცას დრეკადობა, ღვედური გადაცემის (დრეკადი კავშირის) დრეკადობა და ელექტროძრავას დინამიკური მახასიათებლები.

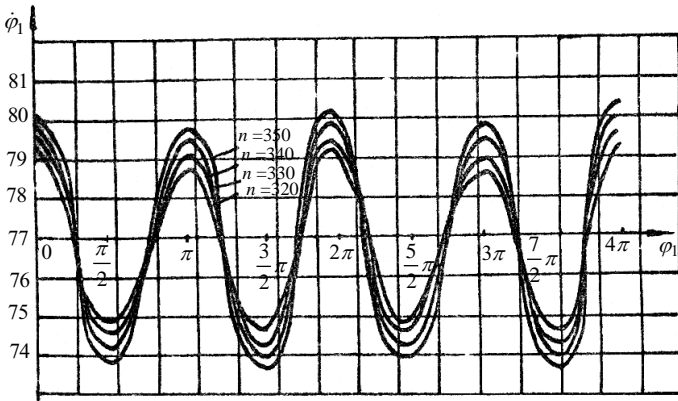
ამრიგად, მივიღეთ შემდეგი განტოლებათა სისტემა:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{M} &= \frac{\omega_0 - \dot{\phi}_1}{v\omega_0 T} - \frac{M}{T}; \\ \ddot{\phi}_1 &= \frac{M}{I_1} - \frac{C_1 + C_2}{I_1} (R_1^2 \phi_1 - R_1 R_2 \phi_2); \\ \ddot{\phi}_2 &= \frac{C_1 + C_2}{I_2} (R_1 R_2 \phi_2 - R_2^2 \phi_2) - \frac{C_{23} \varepsilon R_2 f_1(\phi_2)}{I_2 \cos \beta}, \\ \ddot{\varepsilon} &= R_2 f_2(\phi_2) \dot{\phi}_2^2 + R_2 f_1(\phi_2) \ddot{\phi}_2 - \frac{1}{m_{\text{ლაყ}}} (C_{23} \varepsilon - P). \end{aligned} \right. \quad (3.34)$$

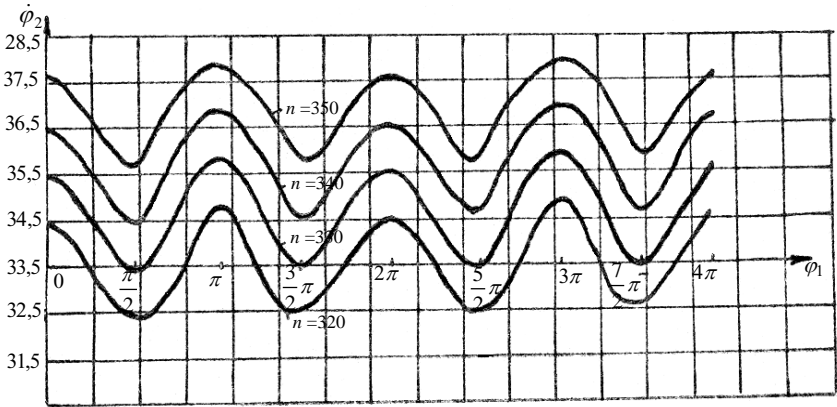
ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის ამძრავის (წამყვანი ლილვის) სიჩქარის ცვლილების გრაფიკი ნაჩვენებია 3.11 ნახაზზე, ხოლო ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის მრუდმხარას ბრუნვის სიჩქარის ცვლილების გრაფიკი - 3.12 ნახაზზე.

ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დრეკადი ბარბაცას დეფორმაციის ცვლილების გრაფიკი ნაჩვენებია 3.13 ნახაზზე. ჭრის მექანიზმის ამძრავი ელექტროძრავას მბრუნავი მომენტის ცვლილების გრაფიკი - 3.14 ნახაზზე.

გრაფიკებიდან ჩანს, რომ ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის ბარბაცას დრეკადი დეფორმაციის ამპლიტუდები, მუხლა ლილვის კუთხური სიჩქარეები, ელექტროძრავას კუთხური

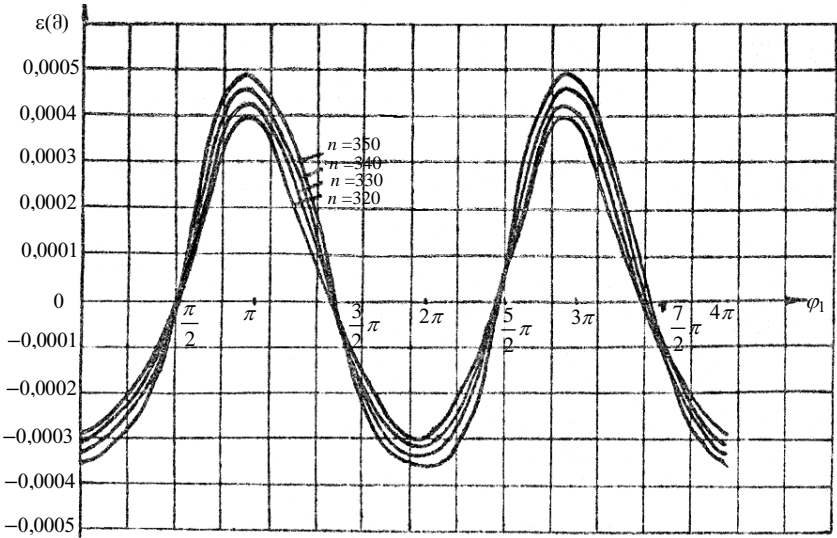


ნახ. 3.11. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის წამყვანი ლილვის სიჩქარის ცვლილების გრაფიკი

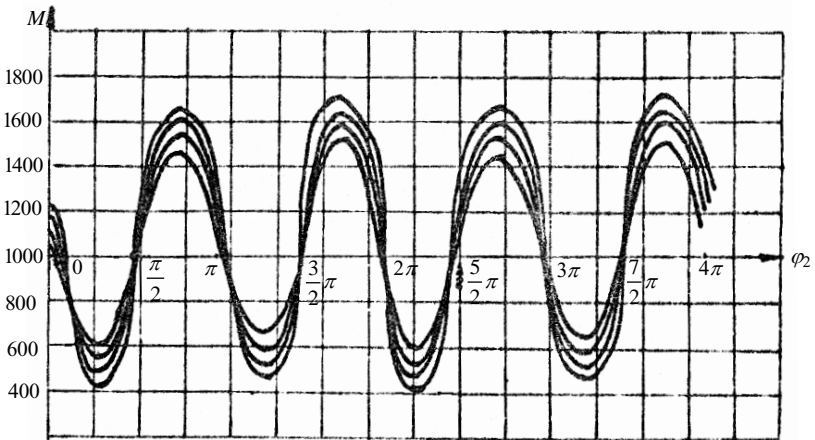


ნახ. 3.12. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის მრუდმხარას ბრუნვის კუთხური სიჩქარის ცვლილების გრაფიკი

სიჩქარეები და მბრუნავი მომენტები მნიშვნელოვნად იზრდება მუხლა ლილვის კუთხური სიჩქარეების ზრდისას, წინსვლით-უკუსვლით მოძრავი მასების ინერციის ძალების მკვეთი მატების გამო.



ნახ. 3.13. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დრეკადი ბარბაცას დეფორმაციის ცვლილების გრაფიკი



ნახ. 3.14. ელექტროძრავას მბრუნავი მომენტის ცვლილების გრაფიკი

(3.34) განტოლებათა სისტემიდან შეიძლება განისაზღვროს ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის მახასიათებელი პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობები.

3.3. ტორსული საწრეზავი ჩარჩოს მათემატიკური მოდელის შედგენა

ჩარჩოს შემადგენელი ნაწილების დრეკადობა მასში დრეკად რხევებს იწვევს. ამ რხევებმა შეიძლება გამოიწვიოს ისეთი გადატვირთვა, რომელიც მნიშვნელოვნად მოქმედებს დეტალების სიმტკიცესა და ხანგამძლეობაზე. ამიტომ, დინამიკურ კვლევას, რგოლების დრეკადობის გათვალისწინებით, დიდი მნიშვნელობა აქვს.

ჩარჩოს ძირითად მჭრელ მექანიზმში, რომელიც არის როტორული ტიპის მანქანა (ნახ. 3.15), მიმდინარე დინამიკური მოვლენები დამოკიდებულია არა მარტო მექანიკურ პარამეტრებზე, არამედ ელექტრომექანიკურ პარამეტრებზეც.

ამ მანქანის მათემატიკური მოდელის შესადგენად განვიხილოთ საანგარიშო სქემა (ნახ. 3.15, ა) დისკოსა და ლილვის დაყვანილი მასა m -ით აღვნიშნოთ. დისკოს დამაგრების წერტილში ლილვს მივანიჭოთ ნებისმიერი გადაადგილება განივი მიმართულებით (ნახ. 3.15, ბ). O_1 არის კვეთის ცენტრი, s - დისკოს და ლილვის დაყვანილი მასების ცენტრი.

უძრავი კოორდინატთა სისტემის სათავე იყოს O წერტილში, ამავე წერტილში მოვათავსოთ მოძრავი x_1, y_1 სისტემის ცენტრი (ნახ. 3.15, გ).

ლილვის მოძრაობის განტოლება გამოვიყენოთ xoy კოორდინატთა სისტემაში. O_1 წერტილის კოორდინატები აღვნიშნოთ (x_0, y_0) -ით, დისკოს დამაგრების წერტილის კოორდინატები - $O(x_0, y_0)$.

დისკოს მასის ცენტრის კოორდინატებია

$$x = x_0 + e \cos \varphi ; \quad (3.35)$$

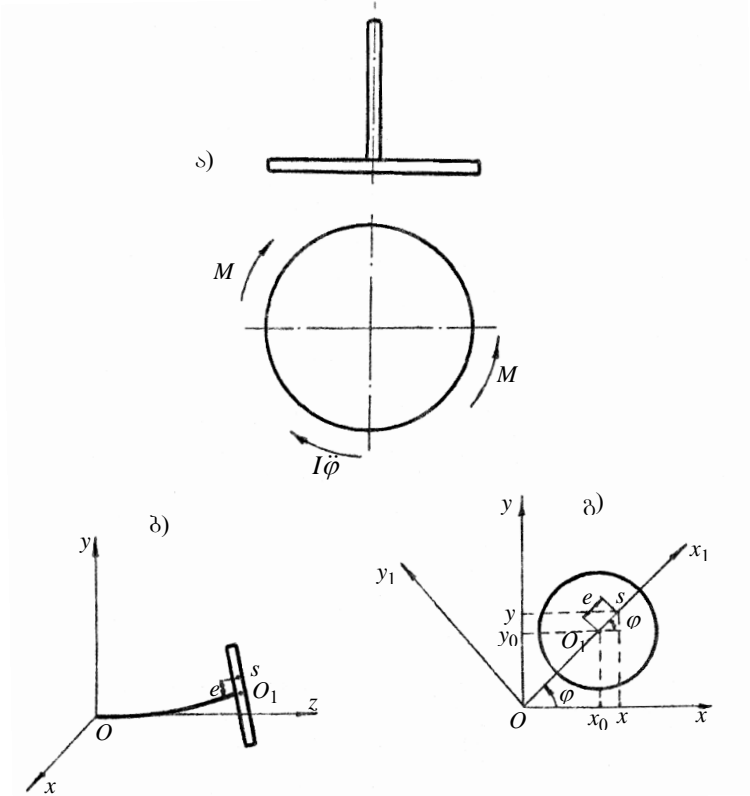
$$y = y_0 + e \sin \varphi . \quad (3.36)$$

დისკოს კინეტიკური ენერჯია

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \dot{\varphi}^2. \quad (3.37)$$

გადუხული ლილვის პოტენციური ენერგია

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 (x - e \cos \varphi)^2 + \frac{1}{2} c_2 (y - e \sin \varphi)^2, \quad (3.38)$$



ნახ. 3.15. როტორული მექანიზმი

სადაც c_1 და c_2 არის ლილვის სიხისტე ორი ურთიერთ-პერპენდიკულარული ox და oy მიმართულებით; r – დისკოს რადიუსი.

ლაგრანჟის ფუნქცია

$$L = T - \Pi = \frac{1}{2} [m \dot{x}^2 + m \dot{y}^2 + m r^2 \dot{\varphi}^2 - c_1 (x - e \cos \varphi)^2 - c_2 (y - e \sin \varphi)^2]. \quad (3.39)$$

დისკოს მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებებს შევადგენთ ლაგრანჟის მეორე რიგის განტოლების საფუძველზე, რომელიც ასე ჩაიწერება:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} &= Q_x, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} &= Q_y, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} &= M_{\text{სმ.}} - M_{\text{წიბ.}}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

სადაც $M_{\text{სმ.}}$ ელექტროძრავას ამძრავი მომენტი; $M_{\text{წიბ.}}$ - წინა-ღობის ძალების მომენტი.

მოვახდინოთ (3.40) განტოლებათა სისტემის დიფერენცირება:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= m\dot{x}; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) &= m\ddot{x}; \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} &= m\dot{y}; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) &= m\ddot{y}; \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= mr^2 \dot{\phi}; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) &= mr^2 \ddot{\phi}; \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= c_1 x + c_1 e \cos \phi; \\ \frac{\partial L}{\partial y} &= -c_2 y + c_2 e \sin \phi; \\ \frac{\partial L}{\partial \phi} &= e(c_2 y \cos \phi - c_1 x \sin \phi) + \frac{c_1 - c_2}{2} e^2 \sin 2\phi. \end{aligned}$$

თუ მიღებულ მნიშვნელობებს შევიტანთ (3.40) განტოლებათა სისტემაში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_1 x &= c_1 e \cos \phi + Q_x; \\ m\ddot{y} + c_2 y &= c_2 e \sin \phi + Q_y, \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$mr^2 \ddot{\phi} + e(c_1 x \sin \phi - c_2 y \cos \phi) + \frac{c_1 - c_2}{2} e^2 \sin 2\phi = M_{\text{სმ.}} - M_{\text{წიბ.}}$$

რადგან მექანიკური და ელექტრული პარამეტრები ერთმანეთთან არის დაკავშირებული, ამიტომ მხედველობაში მიიღება ელექტროძრავას მახასიათებლები. ასინქრონულ ელექტროძრავაში მბრუნავი მომენტი გამოისახება შემდეგი ინტეგრალური დამოკიდებულებით:

$$M(t_1) = 2M_j \int_0^{t_1} \exp[-S_j(t_1 - \tau)] s(\tau) d\tau, \quad (3.42)$$

სადაც $M(t_1)$ ელექტრომაგნიტური მბრუნავი მომენტი; M_j – კრიტიკული მბრუნავი მომენტი; S_j – ასინქრონული ძრავას კრიტიკული სრიალი; t_1 – სრიალი.

t უგანზომილებო დრო

$$t_1 = \omega_b t, \quad (3.43)$$

სადაც ω_b ქსელის წრიული სიხშირეა

$$\omega_b = 2\pi f, \quad (3.44)$$

f – პირველადი წრედის დენის სიხშირე.

განსაზღვრული ინტეგრალის t_1 პარამეტრით დიფერენცირებით მიღებულ (3.42) დამოკიდებულებას ასე გადავწერთ:

$$\frac{dM(t_1)}{dt_1} = 2M_j \left[s(t_1) - \frac{S_j}{2M_j} M(t_1) \right]. \quad (3.45)$$

გადავიდეთ აბსოლუტურ დროზე, s გამოსახულებისათვის მივიღებთ:

$$S = 1 - \phi \omega_b^2, \quad (3.46)$$

სადაც ϕ ელექტროძრავას როტორის კუთხური სინქარე;

ω_b – მაგნიტური ველის ბრუნვის კუთხური სინქარე

$$\omega_b = \omega_b P^{-1}, \quad (3.47)$$

სადაც P ელექტროძრავას წყვილ პოლუსთა რიცხვია.

დიფერენციალურ განტოლებას, რომლითაც გამოისახება ასინქრონული ელექტროძრავას ელექტრომაგნიტური მბრუნავი მომენტის დამოკიდებულება როტორის კუთხური სინქარეზე აქვს (3.18) და (3.19) სახე.

(3.23)-ში შემაჯავალ $M_{\text{წიბ}}$ მომენტს, რომელიც შეესაბამება ნომინალურ სიჩქარეს, ეწოდება ნომინალური და განისაზღვრება, საპასპორტო მონაცემებიდან, ფორმულით:

$$M_{\text{წიბ}} = 975 \frac{P}{n}, \quad (3.48)$$

სადაც P ელექტროძრავას მომენტი; n – ბრუნვის სიჩქარე. კრიტიკული მაქსიმალური მომენტი

$$M_{\text{კრ}} = K_{\text{გ}} \cdot M_{\text{გ}}. \quad (3.49)$$

ელექტროძრავას მიერ განვითარებული მომენტი განისაზღვრება (3.18) განტოლებით და როტორის ბრუნვის განტოლებით.

ამრიგად, ტორსული საფრეზავი ჩარხის ჭრის მექანიზმის მათემატიკური მოდელი, ელექტროძრავას მახასიათებელი პარამეტრების გათვალისწინებით, ასე ჩაიწერება:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c_1\dot{x} = c_1 e \cos\varphi + Q_x, \\ m\ddot{y} + c_2\dot{y} = c_2 e \sin\varphi + Q_y, \\ mr^2\ddot{\varphi} + e(c_1 x \sin\varphi - c_2 y \cos\varphi) + \frac{c_2 - c_1}{2} e^2 \sin 2\varphi = M_{\text{საბ}} - M_{\text{წიბ}}, \\ \dot{M}_{\text{საბ}} = \frac{\omega_0 - \dot{\varphi}}{\gamma\omega_0 R} - \frac{M_{\text{საბ}}}{Y}, \end{cases} \quad (3.50)$$

სადაც Q_x , Q_y , $M_{\text{წიბ}} = Q_{\varphi}$ განზოგადებული ძალებია.

განზოგადებული ძალები გამოითვლება ფორმულით:

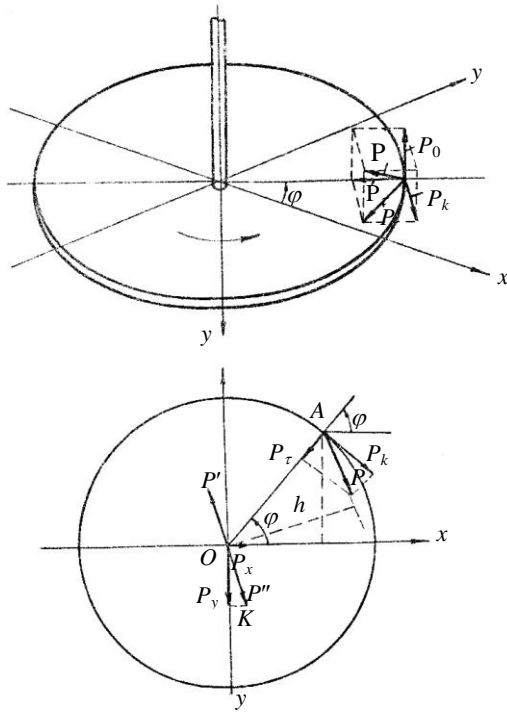
$$Q_j = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial q_j} \quad (j=1,2,\dots,k)$$

ან საკოორდინატო ფორმულით:

$$Q_j = \sum_{i=1}^n \left(X_i \frac{\partial x_i}{\partial q_j} + Y_i \frac{\partial y_i}{\partial q_j} + Z_i \frac{\partial z_i}{\partial q_j} \right), \quad (3.51)$$

სადაც X_i , Y_i , Z_i არის F_i -ური ძალის გეგმილები დეკარტის კოორდინატთა ღერძებზე.

x_i , y_i , z_i არის r_i -ური რადიუსის გეგმილები კოორდინატთა ღერძებზე. ტორსული ფრეზვის დროს ფრეზზე მოქმედებს გარკვეული ძალები (ნახ. 3.16).



ნახ. 3.16. ტორსულ ფრეზზე მოქმედი ძალები

ფრეზზე მოქმედი P ძალა განისაზღვრება ფორმულით:

$$P = \sqrt{P_\rho^2 + P_\tau^2 + P_\phi^2}, \quad (3.52)$$

სადაც P_ρ რადიალური ძალაა; P_τ - მხები ძალა; P_ϕ - ვერტიკალური ძალა.

3.16, ბ ნახაზიდან ჩანს, რომ

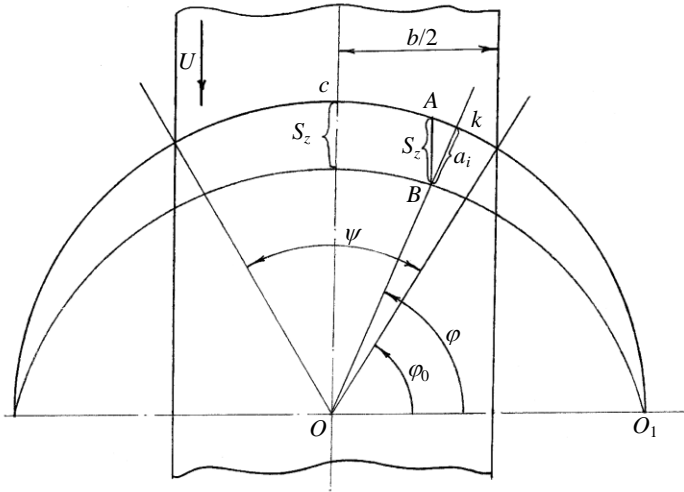
$$M_{\text{წიბ}} = P_\tau \cdot r, \quad (3.53)$$

$$P_x = P_\tau \sin \varphi - P_\rho \cos \varphi, \quad (3.54)$$

$$P_y = -(P_\tau \cos \varphi + P_\rho \sin \varphi). \quad (3.55)$$

ჭრის ძალები ფრეზის დროს

დავუშვათ, თითოეული მჭრელი წიბოს მიერ აღწერილი ტრაექტორია ნაკეთობის მიმართ არის ციკლოიდური მრუდი (ნახ. 3.17). ფრეზის თითოეული კბილით მოიხსნება a_i სისქის ცვალებადი სისქის ბურბუშელა, რომელიც 0-დან a_{\max} -მდე იცვლება.



ნახ. 3.17. ჭრის ძალები ფრეზისას

საკითხის გამარტივების მიზნით O_1c მრუდი ჩავთვალოთ O ცენტრიდან ფრეზის რადიუსით შემოწერილი წრეწირების მომვლებად. O ცენტრი დამუშავების პროცესში გადაადგილდება. ასევე მივიღოთ, რომ OB წრფე, რომელიც გავლებულია O ცენტრსა და k წერტილზე O_1c მრუდისადმი ნორმალის მიმართულებით k წერტილში. a ბურბუშელას სისქე სხვაობაა Ok ნორმალსა და ფრეზის რადიუსს შორის. დავუშვათ, რაღაც მომენტში კბილების კონტაქტის ψ კუთხის დროს ხსნის a_i სისქის მქონე ბურბუშელას. შევცვალოთ AK მრუდი k წერტილში გავლებული მხებით, მაშინ საკმარისი სიზუსტით ΔAKB -დან

$$a_i = S_z \sin \varphi . \quad (3.56)$$

კონტაქტის კუთხე

$$\psi = 2 \arcsin \frac{b}{D} , \quad (3.57)$$

$$\psi_0 = 90^\circ - \arcsin \frac{b}{D} , \quad (3.58)$$

სადაც b დასამუშავებელი მასალის სიგანეა; D – ფრეზის დიამეტრი.

ბურბუშელას სისქე

$$a_i = S_z \sin \varphi , \quad (3.59)$$

$$a_{\max} = S_z . \quad (3.60)$$

ჭრის ძალა დამოკიდებულია მოსხნილი ბურბუშელას სისქეზე და ერთი კბილისათვის განისაზღვრება შემდეგი ფორმულით:

$$P_i = P_{\text{ბკ}} \sin \varphi , \quad \text{როდესაც} \quad (3.61)$$

$$\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b}{D} \right) + 2\pi k < \varphi - (n-1)\psi_0 < \left(\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{b}{D} \right) + 2\pi k .$$

ყველა სხვა φ -თვის $P_i = 0$.

მიწოდება ერთ კბილზე

$$S_z = \frac{S}{z} ,$$

სადაც S ერთ ბრუნზე მიწოდების სიჩქარეა; z – ფრეზის კბილთა რიცხვი.

ფრეზის ერთდროულად მომუშავე კბილთა რიცხვი, რომელიც დამოკიდებულია ფრეზის კონტაქტის რკალზე დასამუშავებელ მასალასთან, გამოისახება შემდეგი ფორმულით:

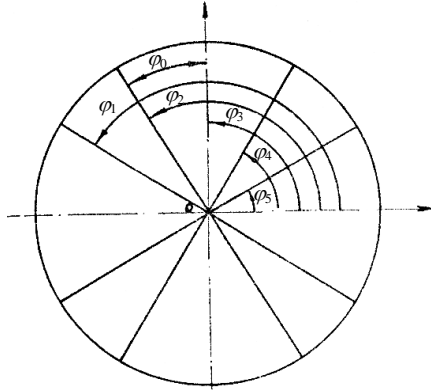
$$i_z = \frac{\psi}{\psi_0} ,$$

სადაც ψ კონტაქტის კუთხეა; φ_0 – ცენტრალური კუთხე, რომელიც შეესაბამება ფრეზის წრიულ ბიჯს

$$\psi_0 = \frac{360}{z} .$$

კუთხე ერთდროულად მომუშავე კბილებისათვის განსაზღვრება შემდეგნაირად (ნახ. 3.18):

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \varphi, \\
 \varphi_2 &= \varphi - \psi_0, \\
 \varphi_3 &= \varphi - 2\psi_0, \\
 \varphi_n &= \varphi - (n-1)\psi_0.
 \end{aligned}
 \tag{3.62}$$



ნახ. 3.18. ერთდროულად მომუშავე კბილების განსაზღვრის სქემა

ჭრის ძალა

$$P = P_{ა,ბ} \sin[\varphi - (n-1)\psi_0]. \tag{3.63}$$

ჭრის ძალა, რომელიც მოქმედებს ერთდროულად მომუშავე კბილებზე

$$P = P_{ა,ბ} \sum_{n=1}^z \sin[\varphi - (n-1)\psi_0], \tag{3.64}$$

მხები ძალა

$$P_{ა} = P_{ა,ბ} \sum_{n=1}^z \sin[\varphi - (n-1)\psi_0], \tag{3.65}$$

რადიალური ძალა

$$P_{ბ} = P_{ა,ბ} \sum_{n=1}^z \sin[\varphi - (n-1)\psi_0], \tag{3.66}$$

ვერტიკალური მდგენელი

$$P_{\beta} = P_{\beta \text{ აბჯ}} \sum_{n=1}^z \sin[\varphi - (n-1)\psi_0]. \quad (3.67)$$

ჩვენ შემთხვევისათვის

$$\begin{aligned} X_i = P_x &= -P_{\beta} \sin \varphi - P_{\phi} \cos \varphi, \\ Y_i = P_y &= -(P_{\beta} \cos \varphi + P_{\phi} \sin \varphi), \end{aligned} \quad (3.68)$$

მაშინ

$$Q_x = \sum_{n=1}^z P_x, \quad (3.69)$$

$$Q_y = \sum_{n=1}^z P_y, \quad (3.70)$$

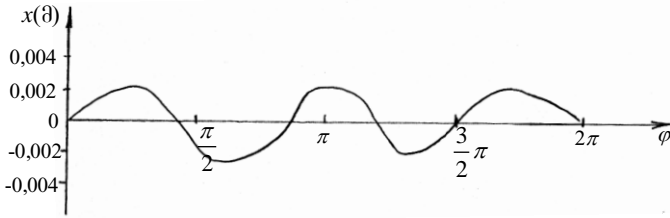
$$Q_{\varphi} = -r \sum_{n=1}^z P_{\beta \text{ აბჯ}} \sin[\varphi - (n-1)\psi_0]. \quad (3.71)$$

(3.69), (3.70), (3.71)-ის გათვალისწინებით (3.50) სისტემა მიიღებს სახეს:

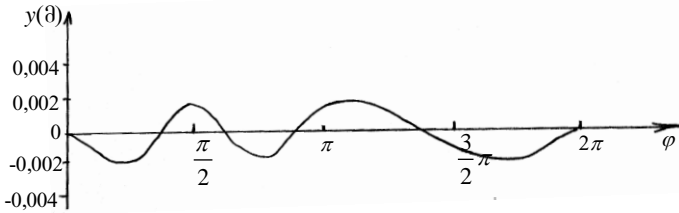
$$\left\{ \begin{aligned} m\ddot{x} + c_1 x &= c_1 e \cos \varphi + \sum_{n=1}^z P_x, \\ m\ddot{y} + c_2 y &= c_2 e \sin \varphi + \sum_{n=1}^z P_y, \\ mr^2 \ddot{\varphi} + e(c_1 x \sin \varphi - c_2 y \cos \varphi) + \frac{c_2 - c_1}{2} e^2 \sin 2\varphi &= \\ M_{\text{სმდ}} + r \sum_{n=1}^z P_{\beta \text{ აბჯ}} \sin[\varphi - (n-1)\psi_0], \\ \dot{M}_{\text{სმდ}} &= \frac{\omega_0 - \dot{\varphi}}{\gamma \omega_0 T} - \frac{M_{\text{სმდ}}}{T}. \end{aligned} \right. \quad (3.72)$$

(3.72) განტოლებათა სისტემა ტორსული საფრეზავი ჩარხის ძირითადი მექანიზმის მათემატიკური მოდელია ელექტროძრავას მახასიათებლების გათვალისწინებით.

x როტორის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატის ცვლილების გრაფიკი ნაჩვენებია 3.19 ნახაზზე; y როტორის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატის ცვლილების გრაფიკი კი— 3.20 ნახაზზე.



ნახ. 3.19. x როტორის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატის ცვლილების გრაფიკი



ნახ. 3.20. y როტორის სიმძიმის ცენტრის კოორდინატის ცვლილების გრაფიკი

3.4. სახარატო ჩარხის ამძრავის მათემატიკური მოდელი

სახარატო ჩარხის ამძრავის სქემა ნაჩვენებია 3.21 ნახაზზე.

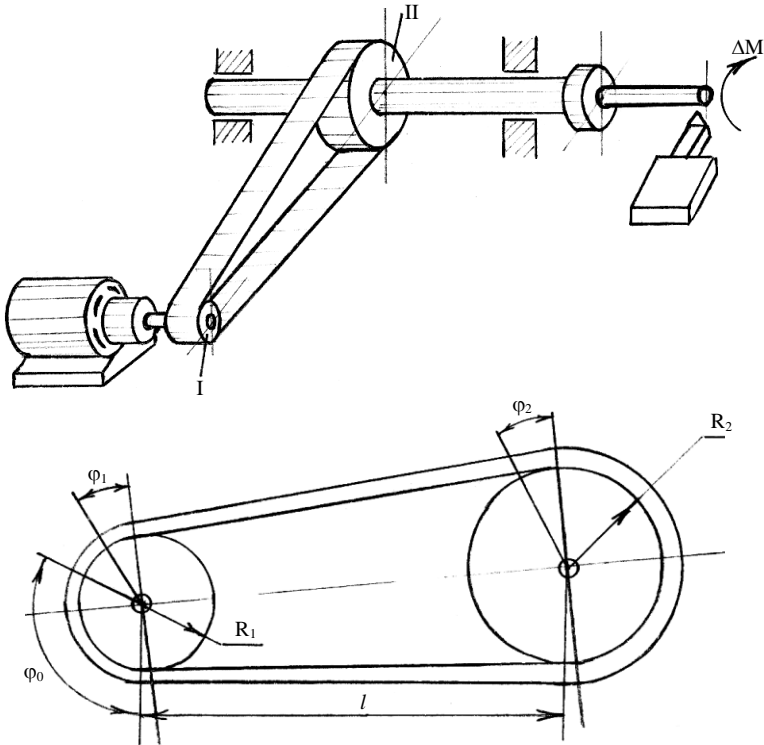
დამყარებულ რეჟიმში ელექტროძრავას მბრუნავი მომენტი გაწონასწორებულია ჭრის ძალის მომენტით. σ_{10} და σ_{20} ღვედური გადაცემის ტოტების შესაბამისი ძაბვებია.

საღვედე ბორბლების რხევით წარმოქმნილი დამატებითი ძაბვებით გამოწვეული ღვედის ტოტების წაგრძელება გამოითვლება შემდეგი ფორმულებით:

$$\Delta l_1 = \Delta \sigma_1 \left[\frac{l}{E} + \frac{R_2}{\mu_0 E} (1 - e^{-\mu_0 \rho_0}) \right] = a_1 \Delta \sigma_1 ; \quad (3.73)$$

$$\Delta l_2 = \Delta \sigma_2 \left[\frac{l}{E} + \frac{R_1}{\mu_0 E} (e^{\mu_0 \rho_0} - 1) \right] = a_2 \Delta \sigma_2 , \quad (3.74)$$

სადაც E დრეკადი კავშირის დრეკადობის მოდულია; l – საღვედე ბორბლის ცენტრებს შორის მანძილი; R_1 და R_2 – საღვედე ბორბლის რადიუსები; μ_0 – დრეკად კავშირსა და საღვედე ბორბალს შორის ხახუნის კოეფიციენტი; φ_0 – დრეკადი კავშირის საღვედე ბორბალზე დრეკადი სრიალის კუთხე; $\Delta\sigma_1$ – წამყვანი ტოტის ძაბვის ნაზარდი; $\Delta\sigma_2$ – ამყოლი ტოტის ძაბვის ნაზარდი.



ნახ. 321. სახარატო ჩარხის ამძრავის სქემა

მეორე მხრივ, დრეკადი გადაცემის ზედა და ქვედა ტოტების წაგრძელება საღვედე ბორბლების რხევისას

$$\Delta l_1 = R_1 \varphi_1 - R_2 \varphi_2; \quad (3.75)$$

$$\Delta l_2 = -R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2, \quad (3.76)$$

სადაც R_1 და R_2 საღვედე ბორბლის რადიუსებია; φ_1 და φ_2 საღვედე ბორბლის მობრუნების კუთხეებია.

რხევის დროს თითოეულ საღვედე ბორბალზე მოქმედებს ინერციის ძალის მომენტი ($-I\ddot{\varphi}$) და გადაცემის ტოტების დაჭიმულობის ძალის მომენტი.

საღვედე ბორბლების თავისუფალი რხევის დიფერენციალურ განტოლებებს აქვს სახე:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + R_1 F(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_2) = 0; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + R_2 F(\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_1) = 0, \end{cases} \quad (3.77)$$

$$(3.78)$$

სადაც I_1 და I_2 წამყვანი და ამყოლი საღვედე ბორბლის მასების ინერციის მომენტებია; F - ღრეკადი კავშირის (ღვედის) განიკვეთის ფართობი.

(3.77) და (3.78) განტოლებათა სისტემა (3.73), (3.74), (3.75) და (3.76) დამოკიდებულებების გათვალისწინებით მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \frac{R_1^2 F(a_1 + a_2)}{I_1 a_1 a_2} \varphi_1 - \frac{R_1 R_2 F(a_1 + a_2)}{I_1 a_1 a_2} \varphi_2 = 0; \\ \ddot{\varphi}_2 - \frac{R_1 R_2 F(a_1 + a_2)}{I_2 a_1 a_2} \varphi_1 + \frac{R_2^2 F(a_1 + a_2)}{I_2 a_1 a_2} \varphi_2 = 0, \end{cases} \quad (3.79)$$

$$(3.80)$$

$$\text{სადაც } a_1 = \frac{l}{E} + \frac{R_2}{\mu_0 E} (1 - e^{-\mu_0 \rho_0});$$

$$a_2 = \frac{l}{E} + \frac{R_1}{\mu_0 E} (e^{\mu_0 \rho_0} - 1).$$

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც ამყოლ საღვედე ბორბალზე მოქმედებს პერიოდული ამგზნები ჭრის ძალის მომენტი $\Delta M = M_0 \sin \omega t$. ამ შემთხვევაში მცირე იძულებითი რხევის განტოლებები ასე ჩაიწერება:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 + \frac{R_1^2 F(a_1 + a_2)}{I_1 a_1 a_2} \varphi_1 - \frac{R_1 R_2 F(a_1 + a_2)}{I_1 a_1 a_2} \varphi_2 = 0; \\ \ddot{\varphi}_2 - \frac{R_1 R_2 F(a_1 + a_2)}{I_2 a_1 a_2} \varphi_1 + \frac{R_2^2 F(a_1 + a_2)}{I_2 a_1 a_2} \varphi_2 = M_0 \sin \omega t, \end{cases} \quad (3.81)$$

$$(3.80)$$

ამ განტოლებათა სისტემის ამონახსნი ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\varphi_1 = \varphi_{10} \sin \omega t ; \quad (3.83)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{20} \sin \omega t . \quad (3.84)$$

თუ (3.83) და (3.84) გამოსახულებებს ჩავსვავთ (3.81) და (3.82)-ში, მაშინ გამარტივების შემდეგ მივიღებთ:

$$\varphi_{10} = \frac{M_0 R_1 R_2 F a_3}{I_1 I_2 \omega^2 \left[\omega^2 - \left(\frac{R_1^2 F}{I_1} + \frac{R_2^2 F}{I_2} \right) a_3 \right]} ; \quad (3.85)$$

$$\varphi_{20} = \frac{M_0 \left(\omega^2 - \frac{R_1^2 a_3}{I_1} \right)}{I_2 \omega^2 \left[\omega^2 - \left(\frac{R_1^2 F}{I_1} + \frac{R_2^2 F}{I_2} \right) a_3 \right]} , \quad (3.86)$$

სადაც $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{a_1 a_2}$.

გადაცემის ტოტების სრული ძაბვები:

$$\sigma_1 = \sigma_{10} + \Delta \sigma_{10} \sin \omega t ; \quad (3.87)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{20} + \Delta \sigma_{20} \sin \omega t , \quad (3.88)$$

სადაც σ_{10} და σ_{20} ძაბვებია გადაცემის ტოტების დამყარებულ რეჟიმში.

გადაცემის ტოტების ძაბვის ცვლილება:

$$\Delta \sigma_{10} = \frac{\Delta I_{10}}{a_1} = \frac{R_1 \varphi_{10} - R_2 \varphi_{20}}{a_1} ; \quad (3.89)$$

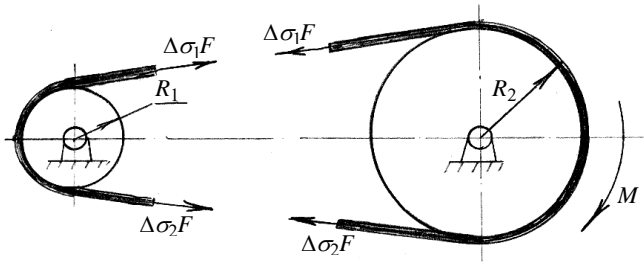
$$\Delta \sigma_{20} = \frac{\Delta I_{20}}{a_2} = \frac{R_2 \varphi_{20} - R_1 \varphi_{10}}{a_2} . \quad (3.90)$$

3.22 ნახაზზე ნაჩვენებია საღვედე ბორბლები, რომლებზეც მოქმედებს დამატებითი ძალები.

თუ a_1 და a_2 -ის მნიშვნელობებს ავიღებთ შემდეგი სახით:

$$a_1 = a_2 = \frac{l}{E} , \quad (3.91)$$

მაშინ (3.77) და (3.78) განტოლებები ასე ჩაიწერება:



ნახ. 3.22. საღვეფე ბორბლებზე მოქმედი ძალები

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\phi}_1 + R_1 F (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2) = 0; & (3.92) \\ I_2 \ddot{\phi}_2 + R_2 F (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_1) = M, & (3.93) \end{cases}$$

გარდაქმნის შემდეგ მივიღებთ:

$$\ddot{\phi}_1 + a_{11}\phi_1 + a_{12}\phi_2 = 0; \quad (3.94)$$

$$\ddot{\phi}_2 + a_{21}\phi_1 + a_{22}\phi_2 = \frac{M}{I_2}, \quad (3.95)$$

სადაც $a_{11} = \frac{2R_1^2 EF}{I_1 l}$; $a_{12} = -\frac{2R_1 R_2 EF}{I_1 l}$; $a_{22} = \frac{2R_2^2 EF}{I_2 l}$.

საკუთარი სიხშირეებია:

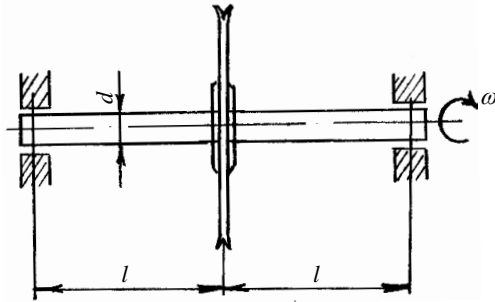
$$P_1 = 0;$$

$$P_2 = \sqrt{\frac{2EF}{l} \left(\frac{R_1^2}{I_1} + \frac{R_2^2}{I_2} \right)}. \quad (3.96)$$

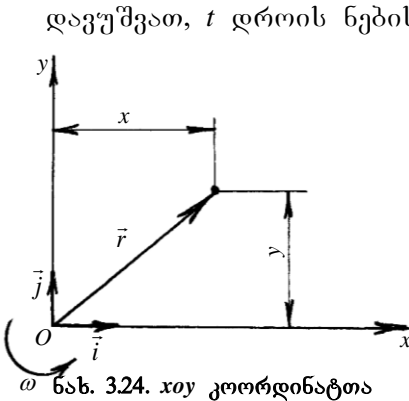
3.5. მრგვალხერხა ჩარხის ჭრის მემანიზმის მათემატიკური მოდელი

განვიხილოთ მრგვალხერხა ჩარხის ჭრის მემანიზმი, რომლის სქემა ნაჩვენებია 3.23 ნახაზზე.

ხერხის დისკოს ექსცენტრისიტეტი ლიღვის მიმართ ჩავთვალოთ ნულის ტოლად. განვიხილოთ დისკოს რხევითი მოძრაობა და შევადგინოთ მცირე რხევების დიფერენციალური განტოლებები xyz კოორდინატა სისტემაში, როდესაც იგი ბრუნავს ω კუთხური სიჩქარით (ნახ. 3.24).



ნახ. 3.23. მრგვალხერხა ჩარხის ჭრის მექანიზმი



ნახ. 3.24. xoy კოორდინატა სისტემა

დავუშვათ, t დროის ნებისმიერ მომენტში დისკოს ცენტრის მდებარეობა განისაზღვრება \vec{r} ვექტორით. მისი მოძრაობის აღწერისათვის გამოვიყენოთ მეორე რივის ლაგრანჟის განტოლება, რომელიც მოცემული შემთხვევისათვის ასე ჩაიწერება:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{dL}{dx} - \frac{\partial L}{\partial x} &= 0, \\ \frac{d}{dt} \frac{dL}{dy} - \frac{\partial L}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (3.97)$$

სადაც $L = T - \Pi$ ლაგრანჟის ფუნქციაა; T - დისკოს კინეტიკური ენერგია; Π - ლილვის ღუნვის პოტენციური ენერგია. დისკოს კინეტიკური ენერგია

$$T = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} + \frac{I_0 \omega^2}{2}, \quad (3.98)$$

სადაც v_x და v_y დისკოს სიმძიმის ცენტრის აბსოლუტური სიჩქარეების გეგმილება x და y ღერძებზე; I_0 - დისკოს მასის ინერციის მომენტი დისკოს სიბრტყის პერპენდიკულარული და დისკოს სიმძიმის ცენტრში (O_1 წერტილი) გამავალი ღერძის მიმართ. m - დისკოს მასა.

დისკოს სიმძიმის ცენტრის მოძრაობის აბსოლუტური სიჩქარე

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + [\vec{\omega} \times \vec{r}], \quad (3.99)$$

სადაც

$$[\vec{\omega} \times \vec{r}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ x & y & 0 \end{vmatrix}, \quad \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} - \text{ღერძების ორტები.}$$

სიჩქარის პროექციები x და y ღერძებზე განისაზღვრება, როგორც სკალარული ნამრავლები:

$$v_x = (\vec{v}\vec{i}) = \dot{x} - \omega y; \quad (3.100)$$

$$v_y = (\vec{v}\vec{j}) = \dot{y} + \omega x.$$

ღიღვის ღუნვის პოტენციური ენერგია

$$\Pi = \frac{cr^2}{2} = \frac{c}{2}(x^2 + y^2), \quad (3.101)$$

სადაც $C = \frac{6EI}{l^3}x$ - ღიღვის სიხისტია.

(3.100) ჩავსვათ, (3.98)-ში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \{m[(\dot{x} - \omega y)^2 + (\dot{y} + \omega x)^2] + I_0 \omega^2\} = \\ &= \frac{1}{2} \{m[\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 2\omega(\dot{y}x - \dot{x}y) + \omega^2(x^2 + y^2)] + I_0 \omega^2\}. \end{aligned} \quad (3.102)$$

ლაგრანჟის ფუნქცია

$$L = \frac{1}{2} \{m[\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 2\omega(\dot{y}x - \dot{x}y) + \omega^2(x^2 + y^2)] + I_0 \omega^2 - c(x^2 + y^2)\}. \quad (3.103)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} - m\omega y; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = m\ddot{x} - m\omega \dot{y},$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} + m\omega x; \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} - m\omega x,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = m\omega \dot{y} + m\omega^2 x - cx,$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = -m\omega \dot{x} + m\omega^2 y - cy.$$

მიღებული მნიშვნელობები ჩავსვათ (3.97) გამოსახულებებში, გამარტივების შემდეგ მივიღებთ:

$$\begin{cases} \ddot{x} + (p_0^2 - \omega^2)x - 2\omega\dot{y} = 0; \\ \ddot{y} + (p_0^2 - \omega^2)y + 2\omega\dot{x} = 0, \end{cases} \quad (3.104)$$

სადაც $p_0^2 = \frac{c}{m}$.

(3.104) სისტემა ამოიხსნება შემდეგი სახით:

$$x = Ae^{ipt} \quad \text{და} \quad y = Be^{ipt}. \quad (3.105)$$

მივიღებთ სისშირის განტოლებას:

$$\begin{vmatrix} (p_0^2 - \omega^2) - p^2 & -2\omega ip \\ 2\omega ip & (p_0^2 - \omega^2) - p^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.106)$$

ანუ

$$[(p_0^2 - \omega^2) - p^2]^2 = 4\omega^2 p^2. \quad (3.107)$$

(3.107)-დან ვღებულობთ

$$p_1 = p_0 - \omega_0,$$

$$p_2 = p_0 + \omega_0.$$

ე.ი. მივიღეთ დისკოს რხევის ორი სისშირე.

თუ მხედველობაში მივიღებთ დისკოს წონას (დისკოს მასაა m), მაშინ დისკოს მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებებს აქვს სახე:

$$\begin{cases} \ddot{x} + (p_0^2 - \omega^2)x - 2\omega\dot{y} = -g \sin \omega t; \\ \ddot{y} + (p_0^2 - \omega^2)y + 2\omega\dot{x} = -g \cos \omega t, \end{cases} \quad (3.108)$$

ამოხსნა ჩავატაროთ შემდეგი ფორმულებით $x = A \sin \omega t$, $y = B \cos \omega t$, მაშინ დამყარებული რხევის ამპლიტუდებია:

$$A = -g \frac{p_0^2 - 4\omega^2}{p_0^4 - 4p_0^2\omega^2}; \quad B = -g \frac{p_0^2 - 4\omega^2}{p_0^4 - 4p_0^2\omega^2}.$$

ღიღვის კრიტიკული კუთხური სიჩქარე

$$\omega = \sqrt{4p_0^6} = 2p_0^3.$$

3.6. ხერხის დისკოს რხევები

შევათავსოთ ხერხის დისკო xy სიბრტყესთან. ხერხის დისკი განვიხილოთ, როგორც მემბრანა.

შემოვიტანოთ შემდეგი აღნიშვნები:

ν – მემბრანის ნებისმიერი წერტილის ჩაღუნვა xy სიბრტის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში;

S – კონტურის სიგრძის ერთეულზე თანაბარი დაჭიმულობა;

ω – მემბრანის ერთეული ფართობის წონა.

მემბრანის ღუნვისას პოტენციური ენერგიის ნაზარდი გამოითვლება s თანაბარი დაჭიმულობის გამრავლებით მემბრანის ზედაპირის ფართობზე. მემბრანის ზედაპირის ფართობი დაღუნულ მდგომარეობაში:

$$A = \iint \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial y}\right)^2} dx dy. \quad (3.109)$$

თუ მივიღებთ, რომ რხევის დროს ჩაღუნვის სიდიდე მცირეა, მაშინ

$$A = \iint \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \nu}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \nu}{\partial y}\right)^2 \right\} dx dy. \quad (3.110)$$

მაშინ პოტენციური ენერგიის ნაზარდი

$$V = \frac{s}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial \nu}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial y}\right)^2 \right\} dx dy. \quad (3.111)$$

რხევის დროს მემბრანის კინეტიკური ენერგია

$$T = \frac{\omega}{2g} \iint v^2 dx dy. \quad (3.112)$$

მემბრანის საკუთარი რხევის სიხშირეების განსაზღვრისათვის სასარგებლოა რელეი-რიტცის მეთოდი. ამ მეთოდის მიხედვით რხევის დროს მემბრანის ჩაღუნვა აღიწერება განტოლებით:

$$\nu = \nu_0 \cos pt, \quad (3.113)$$

სადაც ν_0 არის მემბრანის ღუნვის ფორმის განმსაზღვრელი ფუნქცია x, y კოორდინატებში.

ჩავსვათ (3.113) გამოსახულება (3.111)-ში, მივიღებთ:

$$V_{\text{ას.ქს}} = \frac{s}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy. \quad (3.114)$$

(3.112)-დან მივიღებთ უდიდეს კინეტიკურ ენერგიას:

$$T_{\text{ას.ქს}} = \frac{\omega}{2g} P^2 \iint v_0^2 dx dy. \quad (3.115)$$

(3.114) და (3.115) განტოლებებიდან, მივიღებთ:

$$P^2 = \frac{Sg}{\omega} \frac{\iint \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy}{\iint v_0^2 dx dy}. \quad (3.116)$$

თუ გამოვიყენებთ რეღვი-რიტცის მეთოდს, მივიღებთ v_0 მემბრანის გაღუნული ზედაპირის გამოსახულებას მწკრივის სახით:

$$v_0 = a_1 \varphi_1(x, y) + a_2 \varphi_2(x, y) + a_3 \varphi_3(x, y) + \dots, \quad (3.117)$$

რომლის თითოეული წევრი აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობებს. მემბრანის კონტურზე ჩაღუნვები უნდა იყოს ნულის ტოლი. a_1, a_2, a_3, \dots კოეფიციენტები ისე უნდა შევარჩიოთ, რომ (3.116) გამოსახულება იყოს მინიმალური, ე.ი. დააკმაყოფილოს შემდეგი განტოლებები:

$$\frac{\partial}{\partial a_n} \frac{\iint \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy}{\iint v_0^2 dx dy} = 0 \quad (3.118)$$

ანუ

$$\begin{aligned} & \iint v_0^2 dx dy \frac{\partial}{\partial a_n} \iint \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy - \\ & \iint \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \frac{\partial}{\partial a_n} \iint v_0^2 dx dy = 0. \end{aligned} \quad (3.119)$$

(3.119) გამოსახულება (3.117) გათვალისწინებით მიიღებს სახეს:

$$\frac{\partial}{\partial a_n} \iint \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 - \frac{p^2 \omega}{gs} v_0^2 \right\} dx dy = 0. \quad (3.120)$$

ამრიგად, მიიღება (3.120) ტიპის იმდენი განტოლება, რამდენი კოეფიციენტიც არის (3.117) მწკრივში. ყველა ეს განტოლებები წრფივია a_1, a_2, a_3, \dots . ამ განტოლებებით შედგენილი სისტემის დეტერმინანტის ნულთან გატოლებით მივიღებთ მემბრანის სისშირულ განტოლებებს.

განვიხილოთ ხერხის დისკოს რხევის მარტივი შემთხვევა, როდესაც გაღუნული ზედაპირი ცენტრის მიმართ სიმეტრიულია. ამ შემთხვევაში ჩაღუნვები დამოკიდებულია მხოლოდ a რადიალურ მანძილზე და სასაზღვრო პირობები დაკმაყოფილდება, თუ

$$v_0 = a_1 \cos \frac{\pi a}{2r} + a_2 \cos \frac{3\pi a}{2r} + \dots, \quad (3.121)$$

სადაც r არის კონტურის რადიუსი.

რადგან ვსარგებლობთ პოლარული კოორდინატებით, ამიტომ (3.114) განტოლება ამ შემთხვევაში შევცვალოთ შემდეგი განტოლებით:

$$V_{\text{ბ.ჟ.}} = \frac{s}{2} \int_0^r \left(\frac{\partial v_0}{\partial a} \right)^2 2\pi a da. \quad (3.122)$$

(3.115)-ის ნაცვლად გვექნება:

$$T_{\text{ბ.ჟ.}} = \frac{\omega}{2g} p^2 \int_0^r v_0^2 2\pi a da. \quad (3.123)$$

(3.120) განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\frac{\partial}{\partial a_n} \int_0^r \left\{ \left(\frac{\partial v_0}{\partial a} \right)^2 - \frac{p^2 \omega}{gs} v_0^2 \right\} 2\pi a da = 0. \quad (3.124)$$

ავილოთ (3.121) მწკრივის მხოლოდ პირველი წევრი და ჩავსვათ (3.124)-ში, მივიღებთ:

$$\frac{\pi}{4r^2} \int_0^r \sin^2 \frac{\pi a}{2r} a da = \frac{p^2 \omega}{gs} \int_0^r \cos^2 \frac{\pi a}{2r} a da,$$

საიდანაც

$$\frac{\pi^2}{4r^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi^2} \right) = \frac{p^2 \omega}{gs} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi^2} \right)$$

ანუ

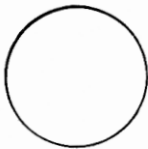
$$P = \frac{2,415}{r} \sqrt{\frac{gs}{\omega}} \quad (3.125)$$

ზუსტი ამონახსნი ამ შემთხვევაში შემდეგია:

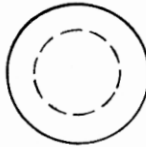
$$P = \frac{2,404}{r} \sqrt{\frac{gs}{\omega}} \quad (3.126)$$

ცდომილება პირველ მიახლოებასთან $\frac{1}{2}\%$ -ზე ნაკლებია.

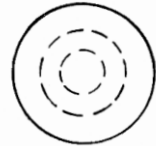
იმისათვის, რომ მივიღოთ უფრო ზუსტი მიახლოება რხევის ძირითად ფორმებსა და რხევის ფორმის სიხშირეებისათვის, (3.121) მწკრივში უნდა ავიღოთ მეტი რაოდენობის წევრი. რხევების უმაღლეს ფორმებს ექნება ერთი, ორი, სამი, ... საკვანძო წრეწირები, რომელ-ზედაც ν რხევისას გადაადგილება ნულის ტოლია. ცენტრის მიმართ სიმეტრიული რხევის ფორმების გარდა ხერხის დისკს შეიძლება ჰქონდეს ერთი, ორი, სამი, ... დიამეტრიანი ფორმის რხევები, რომლებსაც ეწოდება საკვანძო ხაზები და რომელთა გასწვრივ ჩაღუნვები ნულის ტოლია.



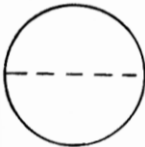
$n=1 \ S=1$



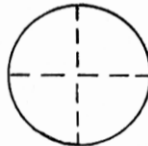
$n=0 \ S=2$



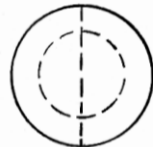
$n=0 \ S=3$



$n=1 \ S=1$



$n=2 \ S=1$



$n=1 \ S=2$

ნახ. 3.25

n - საკვანძო დიამეტრების რიცხვი;

S - საკვანძო წრეწირების რიცხვი (კონტურის წრეწირის ჩათვლით)

3.25 ნახაზზე ნაჩვენებია ხერხის დისკოს რხევის რამდენიმე ფორმა, სადაც წვეტილი წირებით ნაჩვენებია საკვანძო წრეწირები და დიამეტრები.

ყველა შემთხვევაში რხევის სისშირე P გამოითვლება ფორმულით:

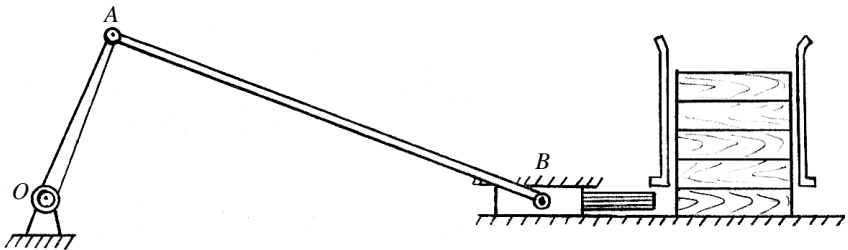
$$P_{ns} = \frac{\alpha_{ns}}{r} \sqrt{\frac{ds}{\omega}} \quad (3.127)$$

α_{ns} მუდმივას მნიშვნელობების ცხრილი

$S \backslash n$	0	1	2	3	4	5
1	2,404	3,832	5,135	6,379	7,586	8,780
2	5,520	7,016	8,417	9,760	11,064	12,339
3	8,654	10,173	11,620	13,017	14,373	15,700
4	11,792	13,323	14,796	16,224	17,616	18,982
5	14,931	16,470	17,960	19,410	20,827	22,220
6	18,071	19,616	21,117	22,583	24,018	25,431
7	21,212	22,760	24,270	25,749	27,200	28,628
8	24,353	25,903	27,421	28,909	30,371	31,813

3.7. ჩასატვირთი მოწყობილობის მიმწოდ მიმდანიზმის მათემატიკური მოდელი

ჩასატვირთი მოწყობილობის მიმწოდი მექანიზმის (მრუდმხარა-ბარბაცა მექანიზმი) სქემა ნაჩვენებია 3.26 ნახაზზე.

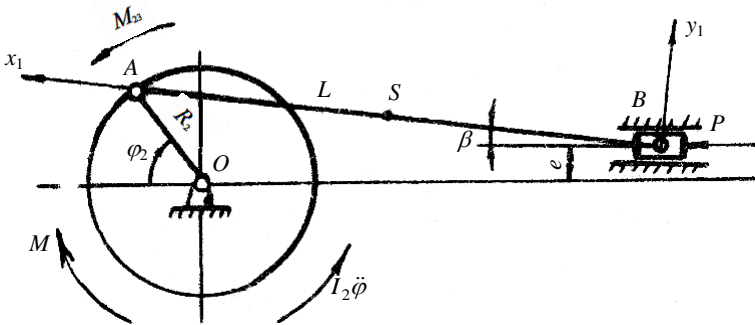


ნახ. 3.26. მიმწოდი მექანიზმის სქემა

განვიხილოთ მრუდმხარა OAB მექანიზმის მოძრაობა ბარბაცას (AB) გრძივი და განივი დეფორმაციების ერთდროული მოქმედებით. ასეთი მოძრაობის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა მიიღება მცოცის მოძრაობის, ბარბაცას გრძივი და განივი რხევების განტოლებებისაგან. ამ მიზნით განვიხილოთ ორმასოვანი საანგარიშო სქემა (ნახ.3. 27).

მრუდმხარაზე დაყვანილი მასის მოძრაობის განტოლებას აქვს სახე:

$$I\ddot{\varphi} = M - M_{23}, \quad (3.128)$$



ნახ. 3.27. ორმასოვანი საანგარიშო სქემა

სადაც I არის მრუდმხარაზე დაყვანილი მასების ინერციის მომენტი; φ - მრუდმხარას მობრუნების კუთხე; $M - M$ ამძრავი მომენტი; M_{23} - მრუდმხარაზე მოდებული დრეკადი ძალის მომენტი ბარბაცას მხრიდან

$$M_{23} = \frac{C_{23}U_1 R f_1(\varphi)}{\cos \beta}, \quad (3.129)$$

C_{23} არის ბარბაცას სიხისტე კუმშვა-გაჭიმვაზე; U_1 - ბარბაცას დრეკადი დეფორმაციის გეგმილი ox ღერძზე.

$$f_1(\varphi) = \sin \varphi - \frac{R \sin 2\varphi + 2e \cos \varphi}{R\sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}}, \quad (3.130)$$

β - ვერტიკალური მდგომარეობიდან ბარბაცას მობრუნების კუთხე

$$\beta = \arcsin \frac{R \sin \varphi + e}{L}, \quad (3.131)$$

L ბარბაცას სიგრძეა, e – დეზაქსიალის სიდიდე.

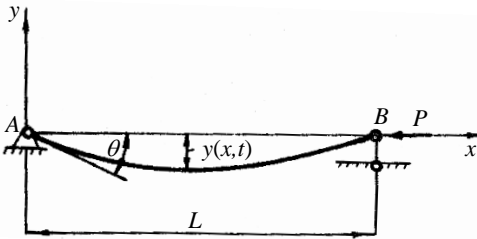
(3.128) გამოსახულება (3.129)-ის გათვალისწინებით მიიღებს სახეს:

$$\ddot{\phi} = \frac{M}{I} - \frac{C_{23} U_1 R f_1(\varphi)}{I \cos \beta}. \quad (3.132)$$

ბარბაცას დრეკადი დეფორმაცია

$$\bar{U}_1 = \frac{U_1}{\cos \beta}. \quad (3.133)$$

განვიხილოთ ბარბაცა, როგორც სახსრულად დაყრდნობილი ღერო, რომელზედაც მოქმედებს P გრძივი ძალა (მცოცხე მოქმედი ძალა დეტალების გადაადგილების დროს) (ნახ. 3.28).



ნახ. 3.18. ბარბაცას საანგარიშო სქემა

რეზულია არაწრფივად და განისაზღვრება, როგორც სხვაობა L საწყის სიგრძესა და მოღუნულ ღერძის გეგმილს შორის:

$$U_2 = L - \int_0^L \cos \theta dx = L - \int_0^L \sqrt{1 - \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx. \quad (3.135)$$

რადიკალის მწკრივად დაშლით და წევრ-წევრად ინტეგრებით, მივიღებთ

$$U_2 = L - \int_0^L \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + \dots \right] dx + \frac{1}{8} \int_0^L \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 dx + \dots \quad (3.136)$$

ბარბაცას მოძრავი ბოლოს სრული გრძივი გადაადგილება

$$U = U_1 + U_2, \quad (3.134)$$

სადაც U_2 განივი ღუნვით გამოწვეული დამოკლებაა.

გრძივი გადაადგილება U_2 ღერძის განივ ხაღუნვასთან დაკავშირებულია

დრეკადი წირი მიიღება როგორც სინუსოიდის ნახევარი

$$y(x,t) = V(t) \sin \frac{\pi x}{L}, \quad (3.137)$$

სადაც $V(t)$ უცნობი ფუნქციაა (დროის).

(3.137) -ის (3.136)-ში ჩასმით და ინტეგრირებით მივიღებთ:

$$U_2 = \frac{\pi^2 V^2}{4L} + \frac{3}{64} \frac{\pi^4 V^4}{L^3} + \dots \quad (3.138)$$

მაშინ

$$U \approx U_1 + \frac{\pi^2 V^2}{4L} + \frac{3\pi^4 V^4}{64L^3}. \quad (3.139)$$

ბარბაცას გრძივი რხევის განტოლებას ექნება სახე:

$$m\ddot{u} = P = P_{23}, \quad (3.140)$$

სადაც $P = P_o + P_\phi$, (3.141)

P_o მცოცის ინერციის ძალაა; P_ϕ – ტექნოლოგიური წინაღობის ძალა; m – მცოცის მასა.

$$P_o = -mR[\ddot{\phi}'_1(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_2(\varphi)]. \quad (3.142)$$

ბარბაცას დრეკადი ძალა

$$P_{23} = C_{23} \bar{U} \cos \beta. \quad (3.143)$$

შევადგინოთ ბარბაცას განივი რხევის დიფერენციალური განტოლება.

განვიხილოთ ბარბაცას ელემენტი $A_1 A_2 B_2 B_1$ (ნახ. 3.29) და შევადგინოთ ამ ელემენტის მოძრაობის განტოლება დალამბერის პრინციპის საფუძველზე.

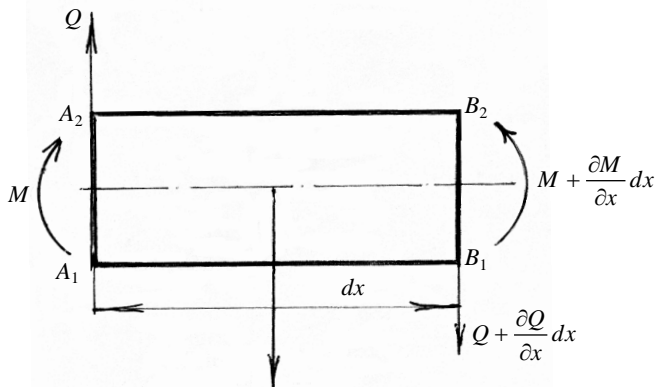
$B_1 B_2$ კვეთზე მოქმედებს გრძივი ძალა $Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$ და

მომენტი $M + \frac{\partial M}{\partial x} dx$.

$X_1 B Y_1$ კოორდინატთა სისტემის მოძრაობა შედგება B ცენტრთან ერთად წინსვლითი მოძრაობისა და ამავე წერტილის გარშემო ბრუნვისაგან.

B წერტილის მოძრაობის განტოლება

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{L^2 - (R \sin \varphi - e)^2} - R \cos \varphi, \\ y &= 0 \end{aligned} \quad (3.144)$$



ნახ. 3.22. ბარბაცას ელემენტი

B წერტილის გარშემო ბრუნვა გამოისახება (3.131) კანონით.

$A_1A_2B_2B_1$ ელემენტის გადატანითი და ბრუნვითი მოძრაობის ინერციის ძალების გეგმილები y_1 ღერძზე:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\gamma F_1}{g} dx \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \sin \beta, \\
 & -\frac{\gamma F_1}{g} dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \cos \beta, \\
 & -\frac{\gamma F_1}{g} dx \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} (L-x),
 \end{aligned} \tag{3.145}$$

სადაც F_1 ბარბაცას განივი კვეთის ფართობია; γ – ბარბაცას მასალის კუთრი წონა.

$dx - A_1A_2B_2B_1$ ელემენტის სიგრძე

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = R[\ddot{\phi}_3(\varphi) + \dot{\phi}^2 f_4(\varphi)], \tag{3.146}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \tag{3.147}$$

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} = R[\ddot{\phi}_5(\varphi) + \dot{\phi}^2 f_6(\varphi)], \tag{3.148}$$

სადაც

$$f_2(\varphi) = \cos \varphi + \frac{R \sin^2 \varphi + e \sin \varphi}{\sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}} - \frac{L^2 R^2 \cos^2 \varphi}{[L^2 - (R \sin \varphi + e)^2 \sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}]} ; \quad (3.149)$$

$$f_3(\varphi) = \sin \varphi - \frac{R \sin 2\varphi + 2e \sin \varphi}{2\sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}} ; \quad (3.150)$$

$$f_4(\varphi) = \cos \varphi - \frac{L^2 R \cos^2 \varphi}{[L^2 - (R \sin \varphi + e)^2 \sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}] - \frac{R \sin^2 \varphi + e \sin \varphi}{\sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}} ; \quad (3.151)$$

$$f_5(\varphi) = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}} ; \quad (3.152)$$

$$f_6(\varphi) = \frac{R \cos^2 \varphi (r \sin \varphi + e)}{[L^2 - (R \sin \varphi + e)^2 \sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}] - \frac{\cos \varphi}{\sqrt{L^2 - (R \sin \varphi + e)^2}}} . \quad (3.153)$$

ჩავსვათ (3.146), (3.147), (3.148) მნიშვნელობები (3.145)-ში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} & -\frac{\gamma F_1}{g} dx R [\ddot{\varphi} f_3(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_4(\varphi)] \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{e}{L} \right), \quad (3.154) \\ & -\frac{\gamma F_1}{g} dx R [\ddot{\varphi} f_5(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_6(\varphi)] (L - x). \end{aligned}$$

მოძრაობის განტოლების შესაღებნად ვიყენებთ დალაშქრის პრინციპს.

ელემენტზე მოქმედი ძალების გეგმილების ჯამი ვერტიკალურ ღერძზე:

$$\begin{aligned} Q - Q - \frac{\partial Q}{\partial x} dx - \frac{\gamma F_1}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dx - \frac{\gamma F_1}{g} dx R [\ddot{\varphi} f_3(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_4(\varphi)] \times \\ \times \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{e}{L} \right) - \frac{\gamma F_1}{g} dx R [\ddot{\varphi} f_5(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_6(\varphi)] (L - x) - \\ - \gamma F_1 dx \cos \beta = 0 \quad (3.155) \end{aligned}$$

ანუ

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x} = & -\frac{\gamma F_1}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\gamma F_1}{g} R[\ddot{\phi} f_5(\varphi) + \dot{\phi}^2 f_4(\varphi)] \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{e}{L} \right) - \\ & - \frac{\gamma F_1}{g} R[\ddot{\phi} f_5(\varphi) + \dot{\phi}^2 f_6(\varphi)](L-x) - \gamma F_1 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{l}{L} \right)^2}. \end{aligned} \quad (3.156)$$

თუ ღერო რხევითი მოძრაობასთან ერთად განიცდის P ღერძული ძალის მოქმედებას, მაშინ ღეროს ღუნვის წირის განტოლება მიიღებს სახეს:

$$E_1 I \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M \pm py. \quad (3.157)$$

(3.157) ფორმულაში „+“ შეესაბამება მკუმშავ ძალას, „-“ გამჭიმავ ძალას. (3.157) განტოლება ორჯერ გავაწარმოთ, მივიღებთ:

$$E_1 I = \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \pm p \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2}, \quad (3.158)$$

სადაც E_1 ბარბაცას მასალის დრეკადობის მოდულია; $E_1 I$ – ბარბაცას სიხისტე ღუნვაზე.

მასალათა გამძლეობის კურსიდან ცნობილია, რომ

$$\frac{dM}{dx} = Q. \quad (3.159)$$

თუ გავითვალისწინებთ (3.159)-ს და (3.158) გამოსახულებაში ჩავსვათ $\frac{\partial Q}{\partial x}$ -ის მნიშვნელობას (3.156)-დან მივიღებთ:

$$\begin{aligned} E_1 I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \pm p \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\gamma F_1}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = & -\frac{\gamma F_1}{g} R[\ddot{\phi} f_5(\varphi) + \\ & + \dot{\phi}^2 f_4(\varphi)] \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{e}{L} \right) - \frac{\gamma F_1}{g} R[\ddot{\phi} f_5(\varphi) + \dot{\phi}^2 f_4(\varphi)](L-x) - \\ & - \gamma F_1 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{e}{L} \right)^2}. \end{aligned} \quad (3.160)$$

(3.160) განტოლება ამოიხსნება გალერკინის ვარიაციული მეთოდით.

ამრიგად (3.132), (3.140) და (3.160) განტოლებებიდან გარკვეული გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, რომლითაც აღიწერება დინამიკური პროცესები მოცემულ მექანიზმში და ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \frac{M}{I} - \frac{C_{23}U_1 R f_1(\varphi)}{I \cos \beta}; \\ \ddot{U}_1 = \frac{P}{m} - \omega_1^2 u_1 - \frac{\pi^2}{2L} (V^2 + V\ddot{V}); \\ \ddot{V} = k(\varphi, t) - \omega_1^2 \left(1 + \frac{\omega_1^2 m}{P_1} u_1 \right) V, \end{cases} \quad (3.161)$$

სადაც

$$\begin{aligned} K(\varphi, t) = & -\frac{\gamma F_1}{g} [\ddot{\varphi} f_3(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_4(\varphi)] \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{e}{L} \right) - \\ & - \frac{\gamma F_1}{g} R [\ddot{\varphi} f_5(\varphi) + \dot{\varphi}^2 f_6(\varphi)] (L-x) - \gamma F_1 \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \sin \varphi - \frac{e}{L} \right)^2}, \end{aligned}$$

ω_1 გრძივი რხევების საკუთარი სიხშირეა

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{C_{23}}{m}}, \quad (3.162)$$

$P_1 - p$ ძალის კრიტიკული მნიშვნელობა

$$P_1 = \frac{k^2 \pi^2 E I}{L^2}, \quad (k=1,2,3,\dots). \quad (3.163)$$

**IV თაზი. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური
კვლევა კინემატიკურ წყვილში ღრეოსა და
ღარტყმების გათვალისწინებით**

**4.1. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური
კვლევა კინემატიკურ წყვილში ღრეოს
გათვალისწინებით**

თანამედროვე პირობებში მექანიზმების მუშაობის სიზუსტის ზრდა და საიმედოობის საკითხი საკმაოდ აქტუალურია.

ექსპლუატაციის პროცესში სხვადასხვა მექანიზმები უნდა ასრულებდეს გარკვეულ ტექნიკურ მახასიათებლებს, რომელთა გადახრა გარკვეულ ზღვარზე მეტად იწვევს მუშაუნარიანობის დრღვევას. ექსპლუატაციის პროცესში შეერთებებში ადგილი აქვს ცვეთას, რომელიც ცვლის რგოლის გომეტრიულ ზომებს და კონფიგურაციას იწვევს ღრეოს გადიდებას.

კინემატიკურ წყვილში ღრეოს არსებობა იწვევს მექანიზმის თავისუფლების ხარისხის ზრდას და დგება საკითხი ცვალებადი სტრუქტურის მექანიზმების კვლევისა.

ღრეოს გავლენის მიზნით მექანიზმის კინემატიკასა და დინამიკაზე ადგენენ მათემატიკურ მოდელს ლაგრანჟის II გვარის განტოლებათა გამოყენებით.

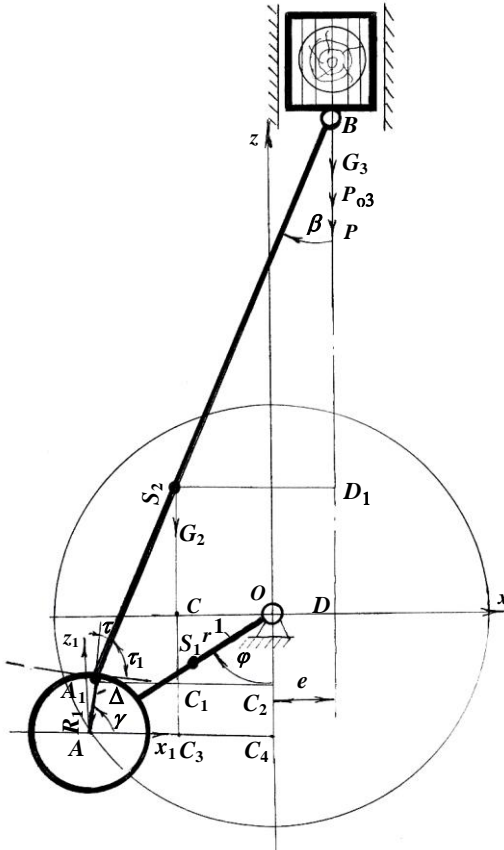
გამოთვლითი მათემატიკის განვითარება და გამოთვლითი ტექნიკის სრულყოფა იძლევა მექანიზმების სიზუსტისა და საიმედოობის საკითხების კვლევის წარმატებით განხორციელების შესაძლებლობას.

ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის ბარბაცა-მრუდმხარა კინემატიკურ წყვილში ღრეოს არსებობა მნიშვნელოვან გავლენას ახდენს მექანიზმის დინამიკაზე მასზე მოქმედი დიდი დინამიკური დატვირთვების გამო.

იდეალურ (ღრეოს გარეშე) მექანიზმს აქვს ერთი თავისუფლების ხარისხი. ყველა რგოლის მდებარეობა განისაზღვრება θ კუთხის საშუალებით. რეალურ (ღრეოიან) მექანიზმში ღრეოს არსებობა საკმაოდ ართულებს მოძრაობის ანალიზს.

როგორც აღენიშნეთ ჭრის მექანიზმის წინსვლით-უკუსვლით მოძრავი მასების ინერციის ძალები საკმაოდ დიდია. ამ ძალების

მოქმედების გამო ყველაზე დატვირთულია ბარბაცას ქვედა საკისარი. ამის გამო ვიხილავთ ჭრის მექანიზმს ღრეხოთი „ბარბაცა-მრუდმხარა“ კინემატიკურ წყვილში (ნახ. 4.1).



ნახ. 4.1. ჩარხოხერხის ჭრის მექანიზმის სქემა ღრეხოთი „ბარბაცა-მრუდმხარა“ კინემატიკურ წყვილში

ღრეხოს არსებობის გამო ღრეხოს ველში ადგილი აქვს დამატებით მოძრაობას. ამ შემთხვევაში გვაქვს მოძრაობის ორ სახეს:

1. კინემატიკურ წყვილში კონტაქტი. ამ შემთხვევაში დამატებითი მოძრაობა განისაზღვრება კოორდინატით χ

2. კინემატიკურ წყვილში ადგილი აქვს მოძრაობის წყვეტას. ამ შემთხვევაში დამატებითი მოძრაობა განისაზღვრება კოორდინატებით x_1 ; z_1 -ით.

მოძრაობის ერთი სახიდან მეორეში გადასვლისას აუცილებელია განისაზღვროს საწყისი პირობები თითოეული მოძრაობის განტოლების ამოსახსნელად.

როდესაც კინემატიკურ წყვილში კონტაქტი ირღვევა ამ შემთხვევაში რეაქციის ძალის ნორმალური მდგენელი ნულის ტოლია. საწყისი პირობები ღრეხოს ველში Δ თავისუფალი მოძრაობისას განისაზღვრება ფორმულებით

$$\begin{aligned} x_1 &= \Delta \cos \gamma; \\ z_1 &= \Delta \sin \gamma. \end{aligned} \quad (4.1)$$

(4.1) ფორმულების გადიფერენციალებით დროით, მივიღებთ

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\Delta \dot{\gamma} \sin \gamma; \\ \dot{z}_1 &= \Delta \dot{\gamma} \cos \gamma. \end{aligned} \quad (4.2)$$

$\dot{\gamma}$ არის დამატებითი მოძრაობის კუთხური სიჩქარე მუხლალიღვის საკისრის ზედაპირზე კონტაქტის წყვეტის მომენტში. ღრეხოს ველში თავისუფალი მოძრაობის გადასვლისას კონტაქტურ მოძრაობაში კუთხური კოორდინატის საწყისი მნიშვნელობა განისაზღვრება ფორმულით

$$\gamma = \begin{cases} \arccos \frac{x_1}{\Delta}, & \text{როდესაც } z_1 \geq 0, \\ 2\pi - \arccos \frac{x_1}{\Delta}, & \text{როდესაც } z_1 < 0. \end{cases} \quad (4.3)$$

x_1 და z_1 არის საკისრის წერტილის კოორდინატები, რომლის დროსაც აღდგება კონტაქტი ღრეხოს ველში.

კუთხური სიჩქარის საწყისი მნიშვნელობა $\dot{\gamma}$ განისაზღვრება (4.1) ფორმულების გამოყენებით პოლარული (ρ , γ) კოორდინატებიდან დეკარტის (x_1 , y_1) კოორდინატებზე გადასვლისას

$$\begin{aligned} x_1 &= \rho \cos \gamma; \\ z_1 &= \rho \sin \gamma. \end{aligned} \quad (4.4)$$

გავითვალისწინოთ, რომ $\sin \gamma = \frac{y_1}{\rho}$, $\cos \gamma = \frac{z_1}{\rho}$, მაშინ

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= (\dot{z}_1 x_1 - \dot{x}_1 z_1) / \rho^2, \\ \dot{\rho} &= (\dot{x}_1 x_1 + \dot{z}_1 z_1) / \rho.\end{aligned}\tag{4.5}$$

$\dot{\rho}$ არის ბარბაცას თითის მოძრაობის სიჩქარე წრეწირის მიმართ ნორმალური მიმართულებით.

ჭრის მექანიზმში დინამიკური პროცესები განისაზღვრება (3.18), (3.34), და განტოლებათა სისტემებით. ღრეწოს ველში დამატებითი მოძრაობის განტოლებების მისაღებად გამოვიყენოთ ლაგრანჟის მეორე გვარის განტოლება

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i,\tag{4.6}$$

სადაც T არის ხერხი ჩარჩოს და ბარბაცას კინეტიკური ენერგია, რომელიც გამოსახულია განზოგადებული q_i კოორდინატით; Q_i – განზოგადებული ძალა.

$$T_3 = \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\beta}^2}{2},\tag{4.7}$$

სადაც m_2 არის ბარბაცას მასა, V_{S_2} – ბარბაცას სიმძიმის ცენტრის წინსვლით მოძრაობის სიჩქარე xoy სისტემაში; I_{S_2} – ბარბაცას ინერციის მომენტი მასების ცენტრის მიმართ; $\dot{\beta}$ – ბარბაცას ბრუნვის კუთხური სიჩქარე.

$$V_{S_2}^2 = \dot{x}_{S_2}^2 + \dot{z}_{S_2}^2,\tag{4.8}$$

სადაც $\dot{x}_{S_2}^2$ და $\dot{z}_{S_2}^2$ უძრავი კოორდინატთა xoy სისტემის ღერძებზე V_{S_2} სიჩქარის გვერდილები

$$X_{S_2} = r \sin \varphi - x_1 - AS_2 \sin \beta,\tag{4.9}$$

$$Z_{S_2} = AS_2 \cos \beta + z_1 - r \cos \varphi.\tag{4.10}$$

გავადიფერენციროთ (4.9) და (4.10) დროით, მივიღებთ

$$\dot{X}_{S_2} = r \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{x}_1 - AS_2 \dot{\beta} \cos \beta,\tag{4.11}$$

$$\dot{Z}_{S_2} = -AS_2 \dot{\beta} \sin \beta + \dot{z}_1 + r \dot{\varphi} \sin \varphi.\tag{4.12}$$

(4.11) და (4.12)-ის გადიფერენცირებით დროით, მივიღებთ:

$$\ddot{X}_{S_1} = r(\ddot{\phi} \cos \varphi - \dot{\phi}^2 \sin \varphi) - \ddot{x}_1 - AS_2(\ddot{\beta} \cos \beta - \dot{\beta}^2 \sin \beta); \quad (4.13)$$

$$\ddot{Z}_{S_2} = -AS_2(\ddot{\beta} \sin \beta + \dot{\beta}^2 \cos \beta) + \ddot{z}_1 + r(\ddot{\phi} \sin \varphi + \dot{\phi}^2 \cos \varphi). \quad (4.14)$$

გავიგოთ β .

$$S_2 D_1 = S_2 B \sin \beta$$

მეორეს მხრივ

$$S_2 D_1 = OD + CO = e + C_1 C_2 = e + (AC_4 - AC_3) = e + AC_4 - (x_1 + A_1 S_2 \sin \beta) = e + r \sin \varphi - x_1 - A_1 S_2 \sin \beta.$$

აქედან

$$S_2 B \sin \beta = e + r \sin \varphi - x_1 - A_1 S_2 \sin \beta. \quad (4.15)$$

გავადიფერენციალოთ (4.15) დროით, მივიღებთ

$$S_2 B \dot{\beta} \cos \beta = r \dot{\phi} \cos \varphi - \dot{x}_1 - A_1 S_2 \dot{\beta} \cos \beta,$$

აქედან

$$\dot{\beta} = \frac{r \dot{\phi} \cos \varphi - \dot{x}_1}{L \cos \beta} = \frac{r \dot{\phi} \cos \varphi + \Delta \dot{\gamma} \sin \gamma}{L \cos \beta}, \quad (4.16)$$

$$V_{S_2}^2 = \dot{X}_{S_2}^2 + Z_{S_2}^2 = M_1 + M_2 - M_3 + M_4 + M_5, \quad (4.17)$$

სადაც $M_1 = r^2 \dot{\phi}^2 + A_1 S_2^2 \dot{\beta}^2;$

$$M_2 = \dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2;$$

$$M_3 = 2A_1 S_2 r \dot{\beta} \dot{\phi} \cos(\varphi - \beta);$$

$$M_4 = 2r \dot{\phi} (\dot{z}_1 \sin \varphi - \dot{x}_1 \cos \varphi);$$

$$M_5 = 2A_1 S_2 \dot{\beta} (\dot{x}_1 \cos \beta - \dot{z}_1 \sin \beta).$$

ჩავსვათ (4.7)-ში (4.16) და (4.17). მივიღებთ

$$T_\gamma = \frac{m_2 V_{S_2}^2}{2} + \frac{I_2 \dot{\beta}^2}{2} = \frac{m^2}{2} (M_1 + M_2 - M_3 + M_4 + M_5) + \frac{I_2}{2} \left(\frac{M_6}{M_7} \right)^2, \quad (4.18)$$

სადაც $M_6 = r \dot{\phi} \cos \varphi - \dot{x}_1;$

$$M_7 = L \cos \beta.$$

სახერხი ხარისხის კინეტიკური ენერჯია

$$T_{\text{ბ}} = m_3 \frac{V_B^2}{2}, \quad (4.19)$$

სადაც m_3 – სახერხის ჩარჩოს მასა; V_B – სახერხის ჩარჩოს მასების ცენტრის სიქარე.

$$Z_B L \cos \beta - r \cos \varphi + z_1;$$

აქედან ვღებულობთ

$$V_B = \dot{Z}_B = -L\dot{\beta} \sin \beta + r\dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{z}_1. \quad (4.20)$$

სახერხის ჩარჩოს კინეტიკური ენერგია

$$T_{\text{ბ}} = \frac{m_3 M_2}{2}, \quad (4.21)$$

სადაც $M_8^2 = \dot{Z}_1 + r\dot{\varphi} \sin \varphi - L\dot{\beta} \sin \beta$.

კინეტიკური ენერგია

$$T = T_8 + T_{\text{ბ}} = \frac{m_2}{2} (M_1 + M_2 - M_3 + M_4 + M_5) + \frac{m_3}{2} M_8^2 + \frac{I_2}{2} \left(\frac{M_6}{M_7} \right)^2. \quad (4.22)$$

პოლარულ კოორდინატთა სისტემაში კინეტიკური ენერგიის გამოსათვლელად საჭიროა გავითვადისწინოთ შემდეგი თანაფარდობანი.

(4.1) და (4.2) გამოსახულებათა გათვალისწინებით კინეტიკური ენერგია ტოლია

$$T = \frac{m_2}{2} (M_1 + M_9 - M_3 + M_{10} + M_{11}) + \frac{m_3}{2} M_{13}^2 + \frac{I_2}{2} \left(\frac{M_{12}}{M_7} \right)^2, \quad (4.23)$$

სადაც

$$M_9 = \Delta^2 \dot{\gamma}^2 \sin^2 \gamma + \Delta^2 \dot{\gamma}^2 \cos^2 \gamma = \Delta^2 \dot{\gamma}^2;$$

$$M_{10} = 2r\Delta\dot{\varphi}\dot{\gamma} \sin(\gamma + \varphi);$$

$$M_{11} = -2A_1 S_2 \Delta \dot{\beta} \dot{\gamma} \sin(\gamma + \beta);$$

$$M_{12} = r\dot{\varphi} \cos \varphi + \Delta \dot{\gamma} \sin \gamma;$$

$$M_{13} = \Delta \dot{\gamma} \cos \gamma + r\dot{\varphi} \sin \varphi - L\dot{\beta} \sin \beta.$$

დრეწიან კინემატიკურ წყვილში რეაქციის განსაზღვრისათვის რეაქციის ძალა უნდა დაეშალოთ ნორმალურ და მხეხ მდგენებად. ნორმალური მდგენი მიმართულია შემხები წრეწირების საერთო ნორმალის გასწვრივ, ხოლო მხეხი მდგენი ხახუნის ძალა მიმართულია შემხები წრეწირის საერთო მხეხის მიმართულეებით.

ნორმალური მდგენის განსაზღვრისათვის დაღამბერის პრინციპის თანახმად ყველა ძალების მომენტების ჯამი B წერტილის მიმართ გაუტოლოთ ნულს. დადებით მიმართულეებად მივიღოთ B კუთხის ზრდის მიმართულეება

$$\sum M_B = 0, \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} -RL \sin \tau + F_b L \sin \tau_1 + M_o + P_{o2x} S_2 B \cos \beta + \\ + P_{o2z} S_2 B \sin \beta - G_2 = 0. \end{aligned} \quad (4.25)$$

სადაც P_{o2x} და P_{o2z} ბარბაცას ინერციის ძალების გეგმილები x და z დერძებზე, რომელიც მოდებულია მასების ცენტრში; G_2 - ბარბაცას წონა; M_o - ბარბაცას ინერციის ძალის მომენტი B წერტილის მიმართ.

$$M_o = -\frac{m_2 L}{12} \ddot{\beta}; \quad (4.26)$$

$$P_{o2x} = -m_2 \ddot{x}_{S_2}; \quad (4.27)$$

$$P_{o2z} = -m_2 \ddot{z}_{S_2}; \quad (4.28)$$

$$\ddot{\beta} = \left(\frac{M_6}{M_7} \right)' = \frac{\dot{M}_6 M_7 - \dot{M}_7 M_6}{M_7^2}; \quad (4.29)$$

$$\dot{M}_6 = r(\dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) - \ddot{x}_1; \quad (4.30)$$

$$\dot{M}_7 = -L \dot{\beta} \sin \beta; \quad (4.31)$$

$$\tau = \beta + \gamma - 90^\circ, \quad (4.32)$$

$$\tau_1 = 90^\circ - \tau = 180^\circ - (\beta + \gamma). \quad (4.33)$$

(4.25)-ში ჩავსვათ სათანადო მნიშვნელობები. გამარტივების შემდეგ

$$R = \frac{1}{L \cos(\beta + \gamma)} \left[m_2 S_2 B r \cos(\varphi - \beta) \ddot{\varphi} - m_2 S_2 B \cos \beta \ddot{x}_1 + m_2 S_2 B \sin \beta \ddot{x}_1 - \right. \\ \left. - \left(m_2 S_2 B A S_2 - \frac{m_2 L}{12} \right) \ddot{\beta} - m_2 S_2 B \sin(\varphi - \beta) \varphi^2 - F_6 L \sin(\beta + \gamma) + G_2 \right]. \quad (4.34)$$

განვიხილოთ I სახის მოძრაობა. მოძრაობა კონტაქტით. ამ შემთხვევაში დამატებითი მოძრაობა განისაზღვრება γ კოორდინატით. აქტიური ძალების ელემენტარული მუშაობა $\delta\gamma$ ვირტუალურ გადაადგილებაზე

$$Q_\gamma \delta\gamma = -G_2 \delta z_{S_2} - (G_3 + P) \delta z_B + F'_6 \Delta \delta\gamma. \quad (4.35)$$

(4.9) და (4.10), (4.1)-ის გათვალისწინებით მიიღებს სახეს

$$X_{S_2} = r \sin \varphi - \Delta \cos \gamma - A S_2 \sin \beta, \quad (4.36)$$

$$Z_{S_2} = A S_2 \cos \beta + \Delta \sin \gamma - r \cos \varphi. \quad (4.37)$$

(4.36) და (4.37)-დან ვღებულობთ

$$\delta X_{S_2} = \Delta \sin \gamma \delta\gamma - A S_2 \cos \beta \delta\beta, \quad (4.38)$$

$$\delta Z_{S_2} = -A S_2 \sin \beta \delta\beta + \Delta \cos \gamma \delta\gamma. \quad (4.39)$$

$\delta\beta$ -ს გასაგებად (4.15) ასე გადავწეროთ

$$L \sin \beta = e + r \sin \varphi - \Delta \cos \gamma,$$

აქედან

$$L \cos \beta \delta\beta = \Delta \sin \gamma \delta\gamma,$$

აქედან

$$\delta\beta = \frac{\Delta \sin \gamma}{L \cos \beta} \delta\gamma, \quad (4.40)$$

ე.ი.

$$\delta Z_{S_2} = -\frac{A S_2 \Delta \sin \gamma \sin \beta}{L \cos \beta} \delta\gamma + \Delta \cos \gamma \delta\gamma, \quad (4.41)$$

$$Z_B = L \cos \beta - r \cos \varphi + \Delta \sin \gamma,$$

აქედან

$$\delta Z_B = -L \sin \beta \delta\beta + \Delta \cos \gamma \delta\gamma = \Delta \cos \gamma \delta\gamma - \frac{\Delta L \sin \beta \sin \gamma}{L \cos \beta} \delta\gamma =$$

$$= (\Delta \cos \gamma - \Delta \sin \mu g \beta) \delta \gamma . \quad (4.42)$$

(4.35) მიიღებს სახეს

$$Q_\gamma \delta \gamma = -G_2 \left(\Delta \cos \gamma - \frac{AS_2 \Delta \sin \gamma \sin \beta}{L \cos \beta} \right) \delta \gamma - \\ - (G_3 + P)(\Delta \cos \gamma - \Delta \sin \mu g \beta) \delta \gamma + \Delta F_b \delta \gamma ,$$

საიდანაც

$$Q_\gamma = \Delta \left[G_2 \left(\frac{AS_2 \sin \mu g \beta}{L} - \cos \gamma \right) - (G_3 + P)(\cos \gamma - \sin \mu g \beta) + F_b \right] . \quad (4.43)$$

განვიხილოთ II სახის მოძრაობა. მოძრაობა წყვეტით. ამ შემთხვევაში დამატებითი მოძრაობა განისაზღვრება x_1 და z_1 კოორდინატით.

აქტიური ძალების ელემენტარული მუშაობა δx_1 , ვირტუალურ გადაადგილებაზე

$$Q_{x_1} \delta x_1 = -G_2 \delta y_{s_2} - (G_3 + P_\delta) \delta y_B = -G_2 (AS_2 \sin \beta \delta \beta) + \\ + (G_3 + P)(-L \sin \beta \delta \beta) = [AS_2 G_2 \sin \beta - (G_3 + P)L \sin \beta] \delta \beta . \quad (4.44)$$

მაგრამ $r \sin \varphi - x_1 = L \sin \beta$, საიდანაც

$$\delta \beta = -\frac{\delta x_1}{L \cos \beta} . \quad (4.45)$$

(4.44), (4.45)-ის გათვალისწინებით ასე ჩაიწერება

$$Q_{x_1} \delta x_1 = \frac{(G_3 + P)L - AS_2 G_2}{L} \operatorname{tg} \beta \delta x_1 ,$$

საიდანაც

$$Q_{x_1} = \frac{(G_3 + P)L - AS_2 G_2}{L} \operatorname{tg} \beta . \quad (4.46)$$

ანალოგიურად მივიღებთ

$$Q_{z_1} = -G_2 - G_3 - P . \quad (4.47)$$

ღრეხოს ველში დამატებითი მოძრაობის განტოლებებს ვადგენთ ლაგრანჟის II გვარის განტოლებების (4.6) სახით.

კონტაქტით მოძრაობის განტოლება ასე ჩაიწერება

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma} = Q_{\gamma}. \quad (4.48)$$

კინემატიკურ წყვილში წვევტის შემთხვევაში მოძრაობის განტოლებას აქვს სახე

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_{x_1}, \quad (4.49)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial z_1} = Q_{z_1}. \quad (4.50)$$

ქვემოთ მოცემულია (4.22) და (4.23) გამოსახულებებში შემავალი ელემენტების მნიშვნელობები (4.48), (4.49) და (4.50) განტოლებების შესაბამისად.

$$\frac{\partial M_1}{\partial \dot{\gamma}} = \frac{2\Delta A_1 S_2^2 \dot{\beta} \sin \gamma}{L \cos \beta}; \quad \frac{\partial M_3}{\partial \dot{\gamma}} = \frac{2\Delta A_1 S_2 \dot{\phi} \cos(\varphi - \beta) \sin \gamma}{L \cos \beta};$$

$$\frac{\partial M_9}{\partial \dot{\gamma}} = 2\Delta^2 \dot{\gamma};$$

$$\frac{\partial M_{10}}{\partial \dot{\gamma}} = 2r\dot{\phi}\Delta \sin(\varphi + \gamma);$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial \dot{\gamma}} = -2A_1 S_2 \Delta \sin(\gamma + \beta) \left(\frac{\dot{\gamma} \Delta \sin \gamma}{L \cos \beta} + \dot{\beta} \right);$$

$$\frac{\partial M_{13}^2}{\partial \dot{\gamma}} = -2\Delta (\Delta \dot{\gamma} \cos \gamma + r\dot{\phi} \sin \varphi - L\dot{\beta} \sin \beta) (\cos \gamma - \operatorname{tg} \beta \sin \gamma);$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\gamma}} \left(\frac{M_{12}}{M_7} \right)^2 = 2 \frac{M_{12}}{M_7} \cdot \frac{\Delta \sin \gamma}{L \cos \beta};$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \dot{\gamma}} \right) = \frac{2\Delta A_1 S_2^2}{L} \frac{(\ddot{\beta} \sin \gamma + \dot{\gamma} \dot{\beta} \cos \gamma) \cos \beta + \dot{\beta}^2 \sin \beta \sin \gamma}{\cos^2 \beta};$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_9}{\partial \dot{\gamma}} \right) = 2\Delta^2 \ddot{\gamma};$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_{10}}{\partial \dot{\gamma}} \right) = 2r\Delta (\ddot{\phi} \sin(\varphi + \gamma) + (\dot{\phi}^2 + \dot{\phi} \dot{\gamma}) \cos(\varphi + \gamma));$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_{11}}{\partial \dot{\gamma}} \right) &= -2A_1 S_2 \Delta \left[\left(\ddot{\beta} \sin(\gamma + \beta) \right) + \left(\dot{\beta} \dot{\gamma} + \dot{\beta}^2 \right) \cos(\gamma + \beta) \right]; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_3}{\partial \dot{\gamma}} \right) &= \frac{2\Delta A_1 S_2}{L \cos^2 \beta} \left[\ddot{\varphi} \cos(\varphi - \beta) \sin \gamma \cos \beta - \left(\dot{\varphi}^2 - \dot{\varphi} \dot{\beta} \right) \sin(\varphi - \beta) \cos \beta + \right. \\ &\quad \left. + \dot{\gamma} \dot{\varphi} \cos(\varphi - \beta) \cos \beta + \dot{\varphi} \dot{\beta} \sin \beta \sin \gamma \cos(\varphi - \beta) \right]; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_{13}^2}{\partial \dot{\gamma}} \right) &= -2\Delta \left[\dot{\gamma} \cos \gamma - \dot{\gamma}^2 \sin \gamma + r \left(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi \right) - \right. \\ &\quad \left. - L \left(\ddot{\beta} \sin \beta + \dot{\beta}^2 \cos \beta \right) \right] \cos \gamma - \frac{\Delta}{2} \dot{\gamma}^2 \sin 2\gamma - \\ &\quad \left. - r \dot{\gamma} \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \gamma + L \dot{\beta} \dot{\gamma} \sin \gamma \sin \beta \right\}; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\gamma}} \left(\frac{M_{12}}{M_7} \right)^2 \right) &= \frac{2\Delta}{LM_7^2 \cos^2 \beta} \left[r \ddot{\varphi} \cos \varphi - r \dot{\varphi}^2 \sin \varphi + \Delta \dot{\gamma} \sin \gamma + \right. \\ &\quad \left. + \Delta \dot{\gamma}^2 \cos \gamma \right] M_7 \cos \beta - \left(\frac{L \dot{\beta} \sin 2\beta}{2} + \dot{\beta} \sin \beta \cdot M_7 \right) M_{12} \sin \gamma \Big]; \\ \frac{\partial M_1}{\partial \gamma} &= \frac{2\Delta A_1 S_2^2 \dot{\beta} \dot{\gamma} \cos \gamma}{L \cos \beta}; \\ \frac{\partial M_9}{\partial \gamma} &= 0; \\ \frac{\partial M_3}{\partial \gamma} &= \frac{2\Delta A_1 S_2 \dot{\varphi} \dot{\gamma} \cos \gamma \cos(\varphi - \beta)}{L \cos \beta}; \\ \frac{\partial M_{10}}{\partial \gamma} &= 2r \Delta \dot{\varphi} \dot{\gamma} \cos(\gamma + \varphi); \\ \frac{\partial M_{11}}{\partial \gamma} &= -2A_1 S_2 \Delta \dot{\gamma} \left[\Delta \dot{\gamma} \cos \gamma \sin(\gamma + \beta) + \dot{\beta} \cos(\gamma + \beta) \right]; \\ \frac{\partial M_{13}^2}{\partial \gamma} &= -2M_{13} (\Delta \dot{\gamma} \sin \gamma + \Delta \dot{\gamma}^2 \cos \gamma \tan \beta); \\ \frac{\partial \left(\frac{M_{12}}{M_7} \right)^2}{\partial \gamma} &= 2 \frac{\Delta \dot{\gamma}_{12} \cos \gamma}{M_7^2}; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial \dot{x}_1} = -\frac{2A_1 S_2^2 \dot{\beta}}{L \cos \beta};$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \dot{x}_1} = 2\dot{x}_1;$$

$$\frac{\partial M_3}{\partial \dot{x}_1} = -\frac{2A_1 S_2 r \dot{\varphi} \cos(\varphi - \beta)}{L \cos \beta};$$

$$\frac{\partial M_4}{\partial \dot{x}_1} = -2r \dot{\varphi} \cos \varphi;$$

$$\frac{\partial M_5}{\partial \dot{x}_1} = 2A_1 S_2 \left(\dot{\beta} \cos \beta - \frac{\dot{x}_1 \cos \beta - \dot{z}_1 \sin \beta}{L \cos \beta} \right);$$

$$\frac{\partial M_6}{\partial \dot{x}_1} = -1;$$

$$\frac{\partial M_7}{\partial \dot{x}_1} = 0;$$

$$\frac{\partial M_8}{\partial \dot{x}_1} = tg \beta;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \dot{x}_1} = -\frac{2A_1 S_2^2 (\ddot{\beta} \cos \beta + \dot{\beta}^2 \sin \beta)}{L \cos^2 \beta} \right);$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \dot{x}_1} \right) = 2\ddot{x}_1;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_3}{\partial \dot{x}_1} \right) = \frac{2A_1 S_2 r}{L \cos^2 \beta} [\ddot{\varphi} \cos(\varphi - \beta) \cos \beta + \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi - \beta) \cos \beta - \dot{\varphi} \dot{\beta} \sin(\varphi - 2\beta)];$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_4}{\partial \dot{x}_1} \right) = -2r(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi);$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_5}{\partial \dot{x}_1} \right) = 2A_1 S_2 \left(\ddot{\beta} \cos \beta - \dot{\beta}^2 \sin \beta - \frac{\ddot{x}_1 \cos^2 \beta - \ddot{z}_1 \sin \beta \cos \beta - 1}{L \cos^2 \beta} \right);$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_6}{\partial \dot{x}_1} \right) = 0;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_7}{\partial \dot{x}_1} \right) = 0;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_8}{\partial \dot{x}_1} \right) = \frac{\dot{\beta}}{\cos^2 \beta};$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial M_2}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial M_3}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial M_4}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial M_5}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial M_6}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial M_7}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial M_8}{\partial x_1} = 0;$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial \dot{z}_1} = 0;$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial \dot{z}_1} = 2\dot{z}_1;$$

$$\frac{\partial M_3}{\partial \dot{z}_1} = 0;$$

$$\frac{\partial M_4}{\partial \dot{z}_1} = 2r\dot{\varphi} \sin \varphi;$$

$$\frac{\partial M_5}{\partial \dot{z}_1} = -2A_1 S_2 \dot{\beta} \sin \beta;$$

$$\frac{\partial M_6}{\partial \dot{z}_1} = 0;$$

$$\frac{\partial M_7}{\partial \dot{z}_1} = 0; \quad \frac{\partial M_8^2}{\partial \dot{z}_1} = 2M_8;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \dot{z}_1} \right) = 0;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \dot{z}_1} \right) = 2\ddot{z};$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_3}{\partial \dot{z}_1} \right) = 0 ;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_4}{\partial \dot{z}_1} \right) = 2r(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) ;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_5}{\partial \dot{z}_1} \right) = -2A_1 S_2 (\ddot{\beta} \sin \beta + \dot{\beta}^2 \cos \beta) ;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_6}{\partial \dot{z}_1} \right) = 0 ; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_7}{\partial \dot{z}_1} \right) = 0 ;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial M_8}{\partial \dot{z}_1} \right) = 2(\ddot{z}_1 + r\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 r \cos \varphi - \ddot{\beta} L \sin \beta - \dot{\beta}^2 L \cos \beta) .$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial z_1} = \frac{\partial M_2}{\partial z_1} = \frac{\partial M_3}{\partial z_1} = \frac{\partial M_4}{\partial z_1} = \frac{\partial M_5}{\partial z_1} = \frac{\partial M_6}{\partial z_1} = \frac{\partial M_7}{\partial z_1} = \frac{\partial M_8}{\partial z_1} = 0 .$$

(150)-ში სათანადო მნიშვნელობათა ჩასმით და გამარტივების შემდეგ (170)-ის გათვალისწინებით (175) განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს

$$\begin{aligned} & \ddot{\varphi} \left[2r\Delta \sin(\varphi + \gamma) - \frac{2\Delta A_1 S_2}{L \cos^2 \beta} \cos(\varphi - \beta) \sin \gamma \cos \beta - r m_3 \Delta \cos \gamma \sin \varphi \right] - \\ & - \ddot{m}_3 \Delta \cos^2 \gamma + \ddot{\beta} \left[\frac{2\Delta A_1 S_2^2 \sin \gamma \cos \beta}{L \cos^2 \beta} - 2A_1 S_2 \Delta \sin(\gamma + \beta) + \right. \\ & \left. + m_3 \Delta L \cos \gamma \sin \beta \right] + \dot{\beta}^2 \left[\frac{2\Delta A_1 S_2^2 \sin \beta \sin \gamma}{L \cos^2 \beta} - 2A_1 S_2 \Delta \cos(\gamma + \beta) + \right. \\ & \left. + m_3 \Delta \cos \gamma \cos \beta \right] + \dot{\varphi}^2 \left[\frac{2\Delta A_1 S_2}{L \cos^2 \beta} \sin(\varphi - \beta) \cos \beta + 2r\Delta \cos(\varphi + \gamma) - \right. \\ & \left. + m_3 \Delta \cos \gamma \cos \varphi \right] + \dot{\gamma}^2 [m_3 \Delta \cos \gamma \sin \gamma + m_3 M_{13} \Delta \cos \gamma \beta] + \\ & + \dot{\beta} \left[\frac{2\Delta A_1 S_2^2}{L \cos^2 \beta} (\cos \cos \beta - \cos \gamma) - m_3 \Delta L \sin \alpha \sin \beta \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \dot{\varphi} \dot{\beta} \left[\frac{2\Delta A_1 S_2^2}{L \cos^2 \beta} \sin(\varphi - \beta) \cos \beta + \sin \beta \sin \gamma \cos(\varphi - \beta) \right] + \\
& + \dot{\gamma} \dot{\varphi} \left[\frac{2\Delta A_1 S_2 \cos(\varphi - \beta)}{L \cos^2 \beta} (r \cos \gamma - 1) + 2r\Delta \cos(\varphi + \gamma) + m_3 \Delta r \sin \varphi \sin \gamma + \right. \\
& \left. + 2r\Delta \cos(\gamma + \beta) \right] - \dot{\gamma} \left(M_3 M_{13} \Delta \sin \gamma - \frac{I_2 M_{12} \cos \gamma}{M_7^2} \right) = \\
& = \frac{2\Delta}{m_2} \left[G_2 \left(\frac{A_1 S_2 \sin \gamma t g \beta}{L} - \cos \gamma \right) - (G_3 + P)(\cos \gamma - \sin \gamma t g \beta) + F_6 \right]. \quad (4.51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2\ddot{x}_1 \left(1 - \frac{A_1 S_2}{L} \right) + \frac{2A_1 S_2 \sin \beta}{L \cos \beta} \ddot{z}_1 + 2A_1 S_2 \ddot{\beta} \left(\cos \beta - \frac{A_1 S_2}{L \cos \beta} \right) - \\
& - \ddot{\varphi} \left(2r \cos \varphi + \frac{2A_1 S_2 r \cos(\varphi - \beta)}{L \cos \beta} \right) - \dot{\beta}^2 \left(\frac{\sin \beta}{L \cos^2 \beta} + 2A_1 S_2 \sin \beta \right) + \\
& + \dot{\varphi}^2 \left(2r \sin \varphi - \frac{2A_1 S_2 r \sin(\varphi - \beta)}{L \cos \beta} \right) + \frac{2A_1 S_2 r \sin(\varphi - 2\beta)}{L \cos^2 \beta} \dot{\varphi} \dot{\beta} + \\
& + \dot{\beta} \frac{m^3}{2 \cos^2 \beta} + \frac{2A_1 S_2}{L \cos^2 \beta} = \frac{2[(G_3 + P)L - A_1 S_2 G_2]}{L m_2} t g \beta, \quad (4.52)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{z}_1 (2 + m_3) - \ddot{\beta} (2A_1 S_2 + m_3 L) \sin \beta + \ddot{\varphi} r \sin \varphi (2 + m_3) + \\
& + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi (1 + m_3 r) - \dot{\beta}^2 \cos \beta (2A_1 S_2 + m_3 L) = - \frac{2(G_2 + G_2 - P)}{m_2}. \quad (4.53)
\end{aligned}$$

ამრიგად, ღრეზოს ველში კონტაქტით მოძრაობის განტოლებას აქვს (4.51) სახე.

წვევების შემთხვევაში კი (4.52) და (4.53). (4.51), (4.52) და (4.53) განტოლებათა ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ადგილი აქვს განზოგადებული კოორდინატების მიმართ არაწრფივ დამოკიდებულებას. მათი ანალიზური ამოხსნა შეუძლებელია, ამიტომ აღნიშნული სისტემები ამოიხსნება კომპიუტერული ტექნიკის საშუალებით.

**4.2. ჩარჩოსერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური
კვლევა კინემატიკურ წყვილში დრეწობისა და
დარტყმების გათვალისწინებით**

დარტყმა არის მოძრაობა, რომლის დროსაც დროის მცირე მონაკვეთში სისტემის სიჩქარე დებულობს გარკვეულ მნიშვნელობას. დარტყმის შეფასება ხდება დარტყმითი იმპულსით

$$S = \int_0^{\tau} F(t) dt, \quad (4.54)$$

სადაც $F(x)$ არის დარტყმის ძალა; τ – დროის შუალედი, რომლის განმავლობაშიც მიმდინარეობს დარტყმა.

სიჩქარეთა მნიშვნელობები დარტყმის დასაწყისში აღვნიშნოთ i ინდექსით, ხოლო დარტყმის ბოლოს $i+1$ -ით. განსაზღვრულ მექანიზმში 1-2 კინემატიკურ წყვილშია დრეწო (ნახ. 66) 1 რგოლის მოძრაობის რაოდენობა დარტყმის დასაწყისში აღვნიშნოთ \bar{Q}_{1i} -ით, ხოლო დარტყმის ბოლოში \bar{Q}_{1i+1} -ით. მეორე რგოლის მოძრაობა დარტყმის დასაწყისში აღვნიშნოთ \bar{Q}_{2i} -ით, დარტყმის ბოლოს კი \bar{Q}_{2i+1} -ით.

დარტყმის დროს მოძრაობის რაოდენობის შენახვის თეორემის შესაბამისად ეწერთ

$$\bar{Q}_{1i+1} + \bar{Q}_{2i+1} = \bar{Q}_{1i} + \bar{Q}_{2i}, \quad (4.55)$$

სადაც

$$\bar{Q}_{1i} = m'_1 \bar{V}_{1i}; \quad (4.56)$$

$$\bar{Q}_{1i+1} = m'_1 \bar{V}_{1i+1}; \quad (4.57)$$

$$\bar{Q}_{2i} = m'_2 \bar{V}_{2i}; \quad (4.58)$$

$$\bar{Q}_{2i+1} = m'_2 \bar{V}_{2i+1}. \quad (4.59)$$

(4.56) და (4.57)-ის გათვალისწინებით (4.55) მიიღებს სახეს

$$m'_1 \bar{V}_{1i+1} + m'_2 \bar{V}_{2i+1} = m'_1 \bar{V}_{1i} + m'_2 \bar{V}_{2i}, \quad (4.60)$$

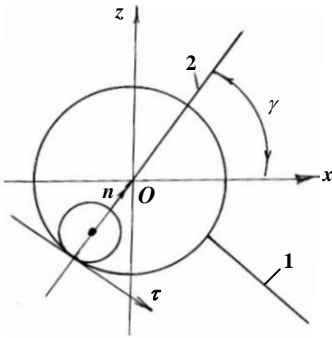
სადაც $m'_1 = m_1 \frac{OS_1}{OA}$, $m'_2 = m_2 \frac{A_1 S_2}{A_1 B}$ არის დარტყმაში მონაწილე

რგოლების მასები; \bar{V}_{1i} და \bar{V}_{1i+1} – 1 რგოლის სიჩქარეები

დარტყმამდე და დარტყმის შემდეგ; \vec{V}_{2i} და \vec{V}_{2i+1} – 2 რგოლის სიჩქარეები დარტყმამდე და დარტყმის შემდეგ. რადგან 2 რგოლის მოძრაობის რაოდენობა დარტყმის დასაწყისში ნულია (4.60) მიიღებს სახეს

$$m_1 \vec{V}_{1i+1} + m_2 \vec{V}_{2i+1} = m_1 \vec{V}_{1i}. \quad (14.61)$$

გამოვეოთ დარტყმის ორ ფაზას (ნახ. 4.2).



ნახ. 4.2. 1-2 კინემატიკურ წყვილში ღრეხოს სქემა

პირველი – დატვირთვის ფაზა შესების მომენტიდან მაქსიმალურ დეფორმაციამდე, როდესაც რგოლების ფარდობითი სიჩქარეები ნულია, ხოლო მათი საერთო აბსოლუტური სიჩქარეა \vec{V}_0 . მეორე ფაზა განტვირთვის მაქსიმალური დეფორმაციის მომენტიდან რგოლებს შორის კავშირს გაწყვეტამდე. შეჯახებაში მონაწილე რგოლების მასების ცენტრის სიჩქარე, ე.ი. ორივე საერთო სიჩქარე პირველი ფაზიდან მეორე

ფაზაში გადასვლის მომენტში

$$V_0 = \frac{m_1 V_{1i}^n}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 V_{1i+1}^n + m_2 V_{2i+1}^n}{m_1 + m_2}, \quad (14.62)$$

სადაც V_{1i}^n და V_{1i+1}^n არის 1 რგოლის სიჩქარის ნორმალური მდგენი შესაბამისად დარტყმამდე და დარტყმის შემდეგ.

V_{2i+2}^n – 2 რგოლის სიჩქარის ნორმალური მდგენი დარტყმის შემდეგ.

ნორმალური მიმართულების დადებით მნიშვნელობად აიღება თითოეული რგოლის ცენტრისკენ მიმართულება

$$V_{1i}^n = \dot{x}_{1i} \cos \gamma + \dot{z}_{1i} \sin \gamma; \quad (4.63)$$

$$V_{1i+1}^n = \dot{x}_{1i+1} \cos \gamma + \dot{z}_{1i+1} \sin \gamma, \quad (4.64)$$

$$V_{2i+1}^n = \dot{x}_{2i+1} \cos \gamma + \dot{z}_{2i+1} \sin \gamma. \quad (4.65)$$

პირველ ფაზაში 1 რგოლის მასის ცენტრის სიჩქარის ნორმალური მდგენი იცვლება V_{li}^n -დან V_0 -მდე, ამიტომ დარტყმის იმპულსი ამ ფაზაში არის S_1

$$m'_1(V_0 - V_{li}^n) = -S_1. \quad (4.66)$$

ჩავსვათ (4.66)-ში (4.62), მივიღებთ

$$S_1 = \frac{m'_1 \cdot m'_2}{m'_1 + m'_2} V_{li}^n. \quad (4.67)$$

მეორე ფაზაში 2 რგოლის მასების ცენტრის სიჩქარის ნორმალური მდგენი იცვლება V_0 -დან V_{2i+1}^n -მდე

$$m_2^1(V_{2i+1}^n - V_0) = S_2. \quad (4.68)$$

(4.62)-ის გათვალისწინებით (4.68) მიიღებს სახეს

$$S_2 = \frac{m'_1 m'_2}{m'_1 + m'_2} (V_{2i+1}^n - V_{li+1}^n). \quad (4.69)$$

განტვირთვისა და დატვირთვის ნორმალური იმპულსების სიდიდეთა შეფარდება წარმოადგენს ადღგენის კოეფიციენტს

$$R_0 = \frac{V_{2i+1}^n - V_{li+1}^n}{V_{li}^n}. \quad (4.70)$$

თუ რგოლები აბსოლუტურად დრეკადია, მაშინ $R_0 = 1$, ხოლო $R_0 = 0$ არადრეკადი რგოლებისათვის.

რეალურად $0 \leq R_0 \leq 1$.

(4.63), (4.64) და (4.65) ჩავსვათ (4.70)-ში მივიღებთ

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2i+1} \cos \gamma + \dot{z}_{2i+1} \sin \gamma - \dot{x}_{li+1} \cos \gamma - \dot{z}_{li+1} \sin \gamma = \\ = R_0 (\dot{x}_{li} \cos \gamma + \dot{z}_{li} \sin \gamma). \end{aligned} \quad (4.71)$$

სიჩქარეთა ტანგენციალური მდგენების შეფასება წარმოებს ან დარტყმაში, ან მყისა ხახუნის კოეფიციენტის შესახებ ჰიპოთეზით ან მშრალი ხახუნის ჰიპოთეზიდან.

დავაგეგმილოთ (4.61) xoz კოორდინატთა ღერძებზე, მივიღოთ

$$m'_1 \dot{x}_{li+1} + m'_2 \dot{x}_{2i+1} = m'_1 \dot{x}_{li}, \quad (4.72)$$

$$m'_1 \dot{z}_{li+1} + m'_2 \dot{z}_{2i+1} = m'_1 \dot{z}_{li}, \quad (4.73)$$

სადაც \dot{x}_{li} და $\dot{z}_{li} - 1$ რგოლის სინქარეთა გეგმილი ox და oz ღერძებზე დარტყმამდე; \dot{x}_{li+1} და $\dot{z}_{li+1} - 1$ რგოლის სინქარეთა გეგმილი ox და oz ღერძებზე დარტყმის შემდეგ; \dot{x}_{2i+1} და $\dot{z}_{2i+1} - 2$ რგოლის სინქარეთა გეგმილი ox და oz ღერძებზე დარტყმის შემდეგ; \dot{x}_{li} და \dot{z}_{li} მნიშვნელობები განისაზღვრება (4.51), (4.52) და (4.53) განტოლებათა სისტემიდან.

განვსაზღვროთ დარტყმის შემდეგ რგოლების სინქარეები აბსოლუტური სივსუვის ჰიპოთეზის მიხედვით. რადგან დატყმითი იმპულსის ამ შემთხვევაში მიმართულია ზედაპირის მიმართ საერთო ნორმალის გასწვრივ. მოძრაობის რაოდენობის გეგმილი მხებზე თითოეული რგოლისათვის არ იცვლება.

ამრიგად

$$m_1'V_{li}^r = m_1'V_{2i+1}^r$$

ანუ

$$\dot{x}_{li} \sin \gamma - \dot{z}_{li} \cos \gamma = \dot{x}_{li+1} \sin \gamma - \dot{z}_{li+1} \cos \gamma. \quad (24.74)$$

(4.71), (4.72), (4.73) და (4.74) წარმოადგენს განტოლებათა სისტემას, საიდანაც განისაზღვრება \dot{x}_{li+1} , \dot{z}_{li+1} , \dot{x}_{2i+1} და \dot{z}_{2i+1} .

$$\dot{x}_{li+1} = \frac{(1+\eta) - (1+R_0)\cos^2 \gamma}{1+\eta} \dot{x}_{li} - \frac{(1+R_0)\sin 2\gamma}{2(1+\eta)} \dot{z}_{li}; \quad (4.75)$$

$$\dot{z}_{li+1} = \frac{(1-R_0) + (1+R_0)\cos^2 \gamma}{1+\eta} \dot{z}_{li} - \frac{(1+R_0)\sin 2\gamma}{2(1+\eta)} \dot{x}_{li}; \quad (4.76)$$

$$\dot{x}_{2i+1} = \frac{(1+R_0)\eta \cos^2 \gamma}{1+\eta} \dot{x}_{li} + \frac{(1+R_0)\eta \sin 2\gamma}{2(1+\eta)} \dot{z}_{li}; \quad (4.77)$$

$$\dot{y}_{2i+1} = \frac{(1+R_0)\eta \sin 2\gamma}{2(1+\eta)} \dot{x}_{li} + \frac{(1+R_0)\eta \sin^2 \gamma}{1+\eta} \dot{z}_{li}. \quad (4.78)$$

სადაც $\eta = \frac{m_1'}{m_2'}$.

დარტყმის შემდეგ რგოლების სინქარეების განსაზღვრა მყისა (ბლანტი) ხახუნის კოეფიციენტის ჰიპოთეზის მიხედვით, რომლის თანახმად დარტყმის იმპულსის ტანგენციალური მდგენი არაა

დამოკიდებული მის ნორმალურ მდგენზე და განისაზღვრება ფიზიკური მუდმივათი λ , რომელიც დამოკიდებულია ზედაპირების თვისებებზე. ამ შემთხვევაში სინქარეთა ტანგენციალური მდგენები დარტყმამდე და დარტყმის შემდეგ დაკავშირებულია შემდეგი ტოლობით

$$V_{i+1}^r = (1 - \lambda)V_{i}^r, \quad (4.79)$$

სადაც λ არის მყისა ხახუნის კოეფიციენტი ($0 \leq \lambda \leq 1$);

$$V_{i}^r = \dot{x}_{i} \sin \gamma - \dot{z}_{i} \cos \gamma, \quad (4.80)$$

$$V_{i+1}^r = \dot{x}_{i+1} \sin \gamma - \dot{z}_{i+1} \cos \gamma. \quad (4.81)$$

(4.80) და (4.81)-ის გათვალისწინებით (4.79) მიიღებს სახეს:

$$\dot{x}_{i+1} \sin \gamma - \dot{z}_{i+1} \cos \gamma = (1 - \lambda)(\dot{x}_{i} \sin \gamma - \dot{z}_{i} \cos \gamma). \quad (4.82)$$

(4.71), (4.72), (4.73) და (4.82) განტოლებათა სისტემიდან ვღებულობთ:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i+1} = & \frac{(1 + \eta)(1 - \lambda \sin^2 \gamma) - (1 + R_0) \cos^2 \gamma}{1 + \eta} \dot{x}_{i} - \\ & - \frac{[1 + R - \lambda(1 + \eta)] \sin 2\gamma}{2(1 + \eta)} \dot{z}_{i}, \end{aligned} \quad (4.83)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i+1} = & \frac{(1 - R_0) + (1 + R_0 - \lambda - \lambda R_0) \cos^2 \gamma}{1 + \eta} \dot{z}_{i} - \\ & - \frac{(1 + R_0 - \lambda - \lambda \eta) \sin 2\gamma}{2(1 + \eta)} \dot{x}_{i}, \end{aligned} \quad (4.84)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2i+1} = & \frac{\lambda \eta (1 + \eta) \sin^2 \gamma + \eta (1 + R_0) \cos^2 \gamma}{1 + \eta} \dot{x}_{i} + \\ & + \frac{[1 + R_0 - \lambda(1 + \eta) \eta \sin 2\gamma]}{2(1 + \eta)} \dot{z}_{i}, \end{aligned} \quad (4.85)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_{2i+1} = & \frac{[\eta(1 + R_0) - \eta \lambda (1 + \eta)] \sin 2\gamma}{2(1 + \eta)} \dot{x}_{i} + \\ & + \frac{\eta \lambda (1 + \eta) + \eta(1 + R_0 - \lambda - \lambda \eta) \sin^2 \gamma}{(1 + \eta)} \dot{z}_{i}. \end{aligned} \quad (4.86)$$

დარტემის შემდეგ რგოლების სინქარეთა განსაზღვრა მშრალი ხახუნის ჰიპოთეზის მიხედვით.

ამ ჰიპოთეზის (რაუსის ჰიპოთეზა) მიხედვით დარტემის დროს ნორმალური და მხები იმპულსები დაკავშირებულია ტოლობით

$$S_\tau = fS_n. \quad (4.87)$$

ნორმალური და მხები იმპულსები ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$\begin{aligned} m'_1(V_{1i+1}^\tau - V_{1i}^\tau) &= S_\tau; \\ m'_2(V_{2i+1}^\tau - V_{2i}^\tau) &= -S_\tau; \\ m'_1(V_{1i+1}^n - V_{1i}^n) &= S_n, \\ m'_2(V_{2i+1}^n - V_{2i}^n) &= S_n. \end{aligned} \quad (4.88)$$

(4.87)-დან (4.88)-ის გათვალისწინებით ვღებულობთ

$$V_{1i+1}^\tau - V_{1i}^\tau = f(V_{1i+1}^n - V_{1i}^n); \quad (4.89)$$

$$V_{2i+1}^\tau - V_{2i}^\tau = f(V_{2i+1}^n - V_{2i}^n). \quad (4.90)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ $V_{2i}^\tau = V_{2i}^n = 0$, (4.89)-დან ვღებულობთ

$$V_{2i+1}^\tau = fV_{2i+1}^n. \quad (4.91)$$

სინქარეთა ნორმალური მდგენები V_{1i}^n , V_{1i+1}^n და V_{2i+1}^n დაკავშირებულია (4.70) ტოლობით, ამიტომ

$$V_{1i+1}^n = V_{2i+1}^n - R_0 V_{1i}^n. \quad (4.92)$$

(4.89)-ის გათვალისწინებით (219) მიიღებს სახეს:

$$V_{1i+1}^\tau - V_{1i}^\tau = f \left[V_{2i+1}^n - (1 + R_0) V_{1i}^n \right]. \quad (4.93)$$

(4.91) და (4.93)-დან ვღებულობთ

$$V_{1i+1}^\tau - V_{1i}^\tau = V_{2i+1}^\tau - f(1 + R_0) V_{1i}^n. \quad (4.94)$$

ჩავსვით (4.94)-ში (4.63), (4.80), (4.81) მივიღებთ

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1i+1} - \dot{x}_{2i+1} \sin \gamma - (\dot{z}_{1i+1} - \dot{z}_{2i+1}) \cos \gamma &= \\ = \dot{x}_{1i} [\sin \gamma - f(1 + R_0) \cos \gamma] - \dot{z}_{1i} [\cos \gamma + f(1 + R_0) \sin \gamma]. \end{aligned} \quad (4.95)$$

(4.71), (4.72), (4.73) და (4.95) განტოლებათა სისტემიდან ვღებულობთ

$$\dot{x}_{1i+1} = \frac{(1+\eta)(1-\lambda \sin^2 \gamma) - (1+R_0) \cos^2 \gamma}{1+\eta} \dot{x}_{1i} - \frac{[1+R-\lambda(1+\eta) \sin 2\gamma]}{2(1+\eta)} \dot{z}_{1i}; \quad (4.96)$$

$$\dot{z}_{1i+1} = \frac{(1-R_0) + (1+R_0 - \lambda - \lambda\eta) \cos^2 \gamma}{1+\eta} \dot{z}_{1i} - \frac{(1+R_0 - \eta - \lambda\eta) \sin 2\gamma}{2(1+\eta)} \dot{x}_{1i}, \quad (4.97)$$

$$\dot{x}_{2i+1} = \frac{\lambda\eta(1+\eta) \sin^2 \gamma + \eta(1+R_0) \cos^2 \gamma}{1+\eta} \dot{x}_{1i} + \frac{[1+R_0 - \lambda(1+\eta)\eta \sin 2\gamma]}{2(1+\eta)} \dot{z}_{1i}, \quad (4.98)$$

$$\dot{z}_{2i+1} = \frac{[\eta(1+R_0) - \eta(1+\lambda\eta)] \sin 2\gamma}{2(1+\eta)} \dot{x}_{1i} + \frac{\eta\lambda(1+\eta) + \eta(1+R_0 - \lambda - \lambda\eta) \sin^2 \gamma}{1+\eta} \dot{z}_{1i}. \quad (4.99)$$

(4.74)–(4.77), (4.82)–(4.85), (4.95)–(4.96) გამოსახულებიდან შეიძლება მივიღებთ რგოლების სინქარეები დარტყმის შემდეგ არადრეკადი და აბსოლუტურად დრეკადი დარტყმისათვის ამ გამოსახულებებში შესაბამისად $R_0 = 0$ და $R_0 = 1$ ჩასმით.

4.3. კინეტიკური ენერჯის ცვლილება ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დრეჩონიან კინემატიკურ წყვილში დარტყმების გათვალისწინებით

დარტყმის დროს ნარჩენი დეფორმაციისა და გახურების გამო ადგილი აქვს დარტყმაში მონაწილე რგოლების (ნახ. 4.3) საწყის კინეტიკური ენერჯის ცვლილებას, რომელიც დარტყმის დროს განისაზღვრება, როგორც კინეტიკური ენერჯის სხვაობა დარტყმის დასაწყისში და დარტყმის ბოლოში

$$\Delta T = T_1 - T_{i+1}, \quad (4.100)$$

სადაც

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1' V_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2' V_{2i}^2, \quad (4.101)$$

$$T_{i+1} = \frac{1}{2} m_1' V_{1i+1}^2 + \frac{1}{2} m_2' V_{2i+1}^2. \quad (4.102)$$

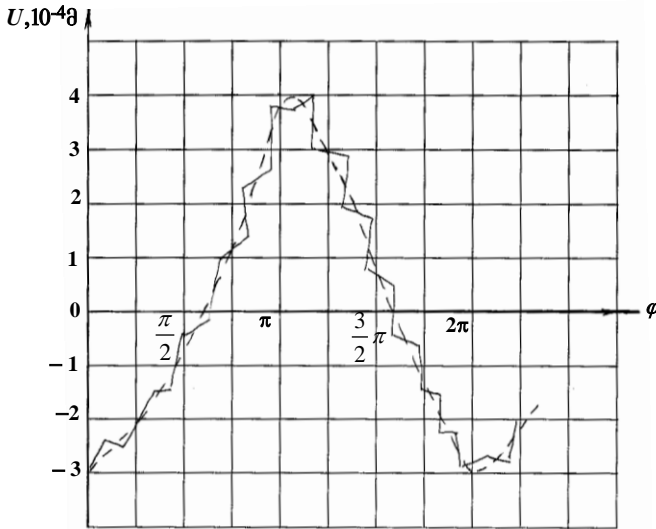
თავის მხრივ

$$V_{1i}^2 = \dot{x}_{1i}^2 + \dot{z}_{1i}^2, \quad (4.103)$$

$$V_{2i}^2 = 0, \quad (4.104)$$

$$V_{1i+1}^2 = \dot{x}_{1i+1}^2 + \dot{z}_{1i+1}^2, \quad (4.105)$$

$$V_{2i+1}^2 = \dot{x}_{2i+1}^2 + \dot{z}_{2i+1}^2. \quad (4.106)$$



ნახ. 4.3. ჭრის მექანიზმის დრეკადი დეფორმაციის გრაფიკი

i ინდექსი აღნიშნავს სიდიდეს დარტყამამდე, ხოლო $i+1$ დარტყმის შემდეგ (4.101), (4.102)-ის გათვალისწინებით (4.100) მიიღებს სახეს:

$$\Delta T = \frac{1}{2} m'_1 (V_{li}^2 - V_{li+1}^2) - \frac{1}{2} m'_2 V_{2i+1}^2, \quad (4.107)$$

სოლო (4.102)–(4.106) გამოსახულებების მხედველობაში მიღებით (4.107) ასე ჩაიწერება

$$\Delta T = \frac{1}{2} m'_1 (\dot{x}_{li}^2 + \dot{z}_{li}^2 - \dot{x}_{li+1}^2 - \dot{z}_{li+1}^2) - \frac{1}{2} m'_2 (\dot{x}_{2i+1}^2 + \dot{z}_{2i+1}^2). \quad (4.108)$$

\dot{x}_{li}^2 და \dot{z}_{li}^2 არის 1 რგოლის სინქარეთა გეგმილი ox და oz ღერძებამდე დარტყმამდე. მისი მნიშვნელობა განისაზღვრება (4.51), (4.52) და (4.53) სისტემიდან. (1) და (2) რგოლის სინქარეთა გეგმილი ox და oz ღერძებზე დარტყმის შემდეგ \dot{x}_{li+1} , \dot{z}_{li+1} , \dot{x}_{2i+1} და \dot{z}_{2i+1} მნიშვნელობები გამოითვლება (4.75)–(4.78), (4.83)–(4.86), (4.96)–(4.99) გამოსახულებებით.

განვსაზღვროთ კინეტიკური ენერჯიის ცვლილება დარტყმისას მასში მონაწილე რგოლების აბსოლუტური სიგლუვის ჰიპოთეზის მიხედვით. ამ მიზნით \dot{x}_{li+1}^2 , \dot{z}_{li+1}^2 , \dot{x}_{2i+1}^2 , \dot{z}_{2i+1}^2 მნიშვნელობები (4.75)–(4.78) ჩავსვათ (4.105) და (4.106)-ში, მაშინ გარკვეული გარდაქმნების შედეგად მივიღებთ:

$$\begin{aligned} \Delta T = & \left\{ \frac{m'_1}{2} \left(1 - \frac{1}{(1+\eta)^2} [(1+\eta)^2 + (1+R_0)(1+2\eta-R_0)\cos^2 \gamma] \right) - \right. \\ & \left. - \frac{m'_2}{2(1+\eta)^2} (1+R_0)^2 \eta^2 \cos^2 \gamma \right\} \dot{x}_{li}^2 + \left\{ \frac{m'_1}{(1+\eta)^2} [(1+2\eta+2\eta R_0-R_0)^2 \times \right. \\ & \left. \times \sin \gamma \cos \gamma] - \frac{m'_2}{(1+\eta)^2} [(1+R_0)^2 \eta^2 \cos \gamma \sin \gamma] \right\} \dot{x}_{li} \dot{z}_{li} + \\ & + \left\{ \frac{m'_1}{2} \left(1 - \frac{1}{(1+\eta)^2} [(\eta-R_0)^2 + (1+R_0)(1+2\eta-R_0\eta)\cos^2 \gamma] \right) - \right. \\ & \left. - \frac{m'_2}{2(1+\eta)^2} (1+R_0)^2 \eta^2 \sin^2 \gamma \right\} \dot{z}_{li}^2. \quad (4.109) \end{aligned}$$

დარტყმების დროს კინეტიკური ენერჯიის ცვლილება მყისა (ბლანტი) სახუნის ჰიპოთეზის მიხედვით განისაზღვრება ამ ჰიპოთეზის შესაბამისი \dot{x}_{li+1} , \dot{z}_{li+1} , \dot{x}_{2i+1} , \dot{z}_{2i+1} მნიშვნელობები

(4.83)–(4.86) ჩავსვათ (4.105) და (4.106)-ში. გარკვეული გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ

$$\begin{aligned}
 \Delta T = & \left\{ \frac{1}{2} m_1' \left(1 - \frac{1}{(1+\eta)^2} [(1+\eta)^2 (1+\lambda \sin^2 \gamma)^2 - 2(1+\eta)(1+R_0)] \times \right. \right. \\
 & \times (1-\lambda \sin^2 \gamma) \cos^2 \gamma + (1+R_0)^2 \cos^4 \gamma + (1+R_0 - \lambda - \lambda \eta)^2 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma \left. \right) - \\
 & - \frac{m_2'}{2(1+\eta)^2} (\eta^2 \lambda^2 (1+\eta)^2 \sin^4 \gamma + \eta^2 [2\lambda(1+R_0)(1+\eta) + (1+R_0 - \lambda - \eta)^2] \times \\
 & \times \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma + \eta^2 (1+R_0) \cos^4 \gamma \left. \right) \Big\} \dot{x}_{2i}^2 + \left\{ \frac{m_2' (1+R_0 - \eta - \eta \lambda)}{(1+\eta)^2} \times \right. \\
 & \times \left([(1+\eta)(1+\lambda \sin^2 \gamma) + \eta - R] \sin \gamma \cos \gamma - \lambda(1+\eta) \sin \gamma \cos^3 \gamma \right) - \\
 & - \frac{m_2'}{(1+\eta)^2} (\eta^2 (1+R_0 - \lambda - \lambda \eta) [\lambda(1+\eta) + \sin \gamma \cos \gamma] \Big\} \dot{x}_{1i} \dot{z}_{1i} + \\
 & + \left\{ \frac{m_1'}{2} \left(1 - \frac{1}{(1+\eta)^2} [1+R_0 - \lambda - \lambda \eta] (1-R_0 - \lambda - \lambda \eta) \cos^2 \gamma + (\eta - R_0)^2 - \right. \right. \\
 & - \frac{m_2'}{2(1+\eta)^2} (\eta^2 (1+R_0 - \lambda - \lambda \eta)^2 \sin^2 \gamma + 2\eta^2 \lambda(1+\eta)(1+R_0) - \\
 & \left. \left. - \lambda - \eta \lambda) \sin^2 \gamma + \eta^2 \lambda^2 (1+\eta)^2 \right) \right\} \dot{z}_{2i}^2. \tag{4.110}
 \end{aligned}$$

განვსაზღვროთ კინეტიკური ენერჯიის ცვლილება დარტყმის დროს მშრალი ხახუნის ჰიპოთეზის გამოყენებით. ამისათვის (4.105) და (4.106) გამოსახელებაში ჩავსვათ მშრალი ხახუნის ჰიპოთეზის მიხედვით \dot{x}_{i+1} , \dot{z}_{i+1} , \dot{x}_{2i+1} , \dot{z}_{2i+1} (4.96)–(4.99) მნიშვნელობები, მაშინ

$$\begin{aligned}
 \Delta T = & \left\{ \frac{m_1'}{2} \left[1 - \frac{1}{(1+\eta)^2} ((1+\eta)^2 + (1+R_0) [(1+R_0)(1+f^2) - 2(1+\eta)]) \cos^2 \gamma - \right. \right. \\
 & - 2f(1+\eta)(1+R_0) \sin \gamma \cos \gamma \left. \right] - \frac{m_2'}{2(1+\eta)^2} [\eta^2 (1+R_0)^2 (1+f^2) \cos^2 \gamma] \Big\} \dot{x}_{1i}^2 + \\
 & + \left\{ \frac{m_1'}{(1+\eta)^2} [(1-R_0)^2 + 2\eta(1+R_0) - f^2(1+R_0)^2] \sin \gamma \cos \gamma - \right.
 \end{aligned}$$

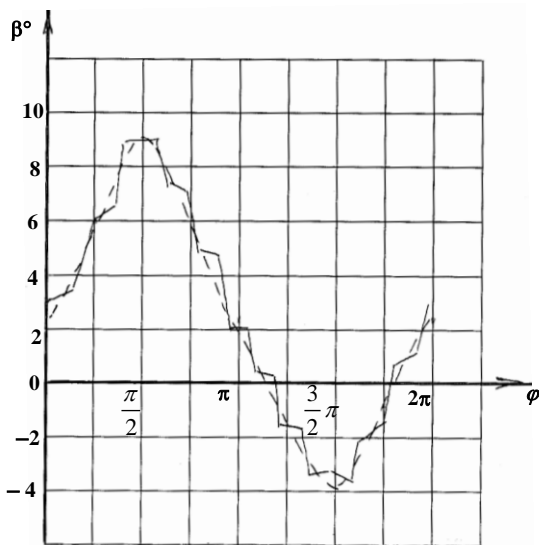
$$\begin{aligned}
& -f(1+\eta)(1+R_0)\cos 2\gamma \left] - \frac{m'_2}{(1+\eta)^2} \left[\eta^2(1+R_0)^2(1+f^2)\sin\gamma\cos\gamma \right] \right\} \dot{x}_{li}\dot{z}_{li} + \\
& + \left\{ \frac{m'_1}{2} \left[1 - \frac{1}{(1+\eta)^2} ((\eta-R_0) + 2f(1+R_0)(1+\eta)\sin\gamma\cos\gamma + \right. \right. \quad (4.111) \\
& + (1+R_0)^2(1+f^2)\sin^2\gamma\cos^2\gamma + f^2(1+R_0)^2\sin^4\gamma + (1+R_0)^2\cos^4\gamma + \\
& \left. \left. + 2(\eta-R_0)(1+R_0)\cos^2\gamma \right] \right\} - \frac{m'_2}{2(1+\eta)^2} \left[\eta^2(1+R_0)^2(1+f^2)\sin^2\gamma \right] \right\} \dot{z}_{li}^2,
\end{aligned}$$

სადაც $f = \frac{S_\tau}{S_n}$, S_τ და S_n შესაბამისად დარტყმის დროს

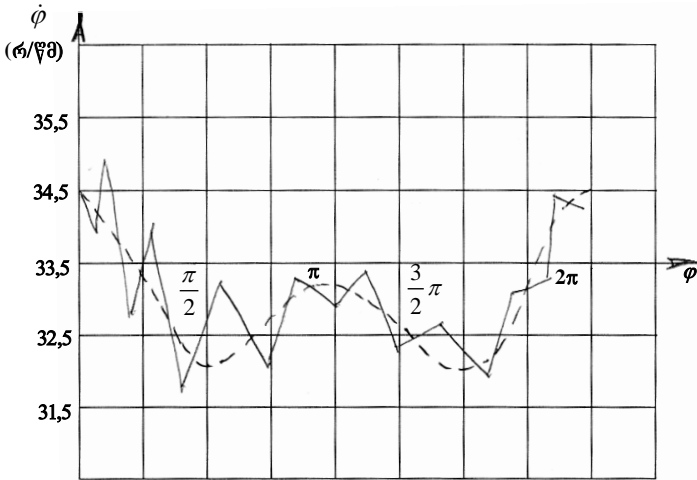
ნორმალური და მხები იმპულსებია.

ამრიგად, მიღებულია დარტყმაში მონაწილე რგოლების კინეტიკური ენერგიის ცვლილების გამოსახულებები, რომელიც გამოიყენება მარტივი ქმედების კოეფიციენტის განსაზღვრისათვის.

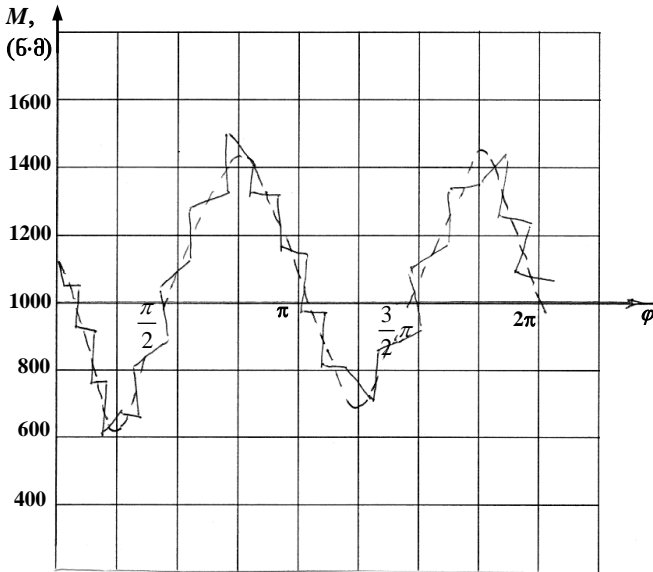
ნახ. 4.2-4.8-ზე მოცემულია ღრეზიანი ჭრის მექანიზმის დინამიკური პროცესების ამსახველი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემის ამონახნები.



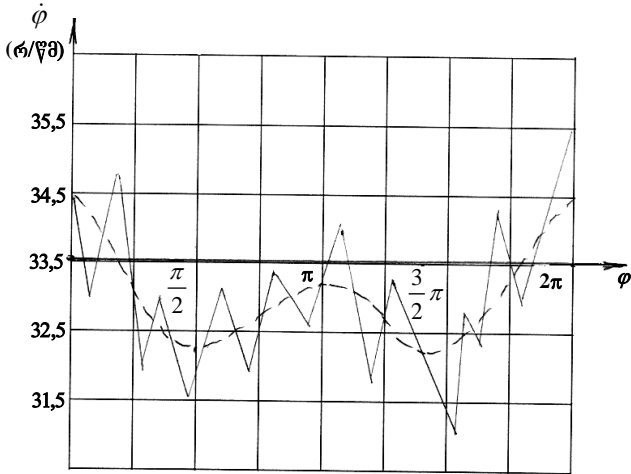
ნახ. 4.4 ჭრის მექანიზმის ბარბაცას მობრუნების კუთხის გრაფიკი



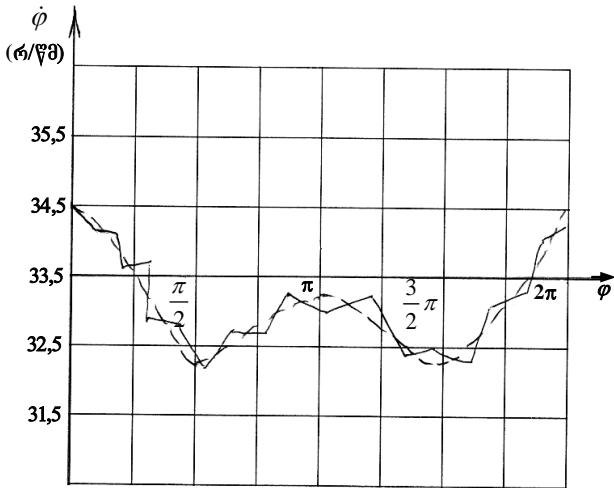
ნახ. 4.5. ჭრის მექანიზმის მუხლა ლილვის ბრუნვის კუთხური სიხის გრაფიკი ($n=320$ ბრ/წთ)



ნახ. 4.6. ჭრის მექანიზმის ელ. ძრავის ამძრავი მომენტის ცვლილების გრაფიკი



ნახ. 4.7. ჭრის მექანიზმის მუხლა ლილვის ბრუნვითი კუთხური სიჩქარის გრაფიკი ($n=330$ ბრ/წთ)



ნახ. 4.8. ჭრის მექანიზმის მუხლა ლილვის ბრუნვითი კუთხური სიჩქარის გრაფიკი ამორტიზაციის ძალის გათვალისწინებით

ნახაზებზე მთლიანი ხაზით ნაჩვენებია ჭრის მექანიზმის მახასიათებელი პარამეტრების ცვლილების გრაფიკები ღრეჩოს გათვალისწინებით, ხოლო წვეტილი ხაზით ნაჩვენებია იგივე მახასიათებელი პარამეტრების ცვლილების გრაფიკი კინემატიკურ წყვილში ღრეჩოს გარეშე.

გრაფიკებიდან ჩანს, რომ ღრეჩოიანი ჭრის მექანიზმის დინამიკური პროცესების მახასიათებელი პარამეტრების ცვლილების სახე საკმაოდ განსხვავდება ღრეჩოს გარეშე მექანიზმის მახასიათებელი პარამეტრებისაგან.

ზემოაღნიშნულიდან გამომდინარეობს, რომ ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევისას არსებითი მნიშვნელობა აქვს გათვალისწინებული იქნას დარტყმითი მოვლენები ღრეჩოს ველში.

$\Phi(t)$ ალბათობის ინტეგრალთა დამაკავშირებელი
სიდიდეები

t	$\Phi(t)$	$1-2\Phi(t)$	$1-P$	$t=t(P)$	P
2,5	0,49379	0,01242	0,05	1,960	0,95
2,6	0,49534	0,00932	0,04	2,054	0,96
2,7	0,49653	0,00693	0,03	2,170	0,97
2,8	0,49744	0,00511	0,02	2,326	0,98
2,9	0,49813	0,00373	0,01	2,576	0,99
3,0	0,49865	0,00270	0,009	2,612	0,991
3,1	0,49903	0,00194	0,008	2,652	0,992
3,2	0,49931	0,00137	0,007	2,697	0,993
3,3	0,49952	0,00097	0,006	2,748	0,994
3,4	0,49966	0,00067	0,005	2,807	0,995
3,5	0,499767	0,000465	0,004	2,878	0,996
3,6	0,499841	0,000318	0,003	2,968	0,997
3,7	0,499892	0,000216	0,002	3,090	0,998
3,8	0,499927	0,000145	0,001	3,291	0,999
3,9	0,499952	0,000096	0,0009	3,320	0,9991
4,0	0,499968	0,000063	0,0008	3,353	0,9992
4,1	0,499979	0,000041	0,0007	3,390	0,9993
4,2	0,499987	0,000027	0,0006	3,342	0,9994
4,3	0,499991	0,000017	0,0005	3,481	0,9995
4,4	0,499995	0,000011	0,0004	3,540	0,9996
4,5	0,499966	0,0000068	0,0003	3,615	0,9997
4,6	0,499979	0,0000041	0,0002	3,720	0,9998
4,7	0,499987	0,0000025	0,0001	3,891	0,9999
4,8	0,499992	0,0000016	10^{-5}	4,417	$1-10^{-5}$
4,9	0,499995	0,0000009	10^{-6}	4,892	$1-10^{-6}$
5,0	0,499997	0,0000006	10^{-7}	5,327	$1-10^{-7}$

$t_n(P)$ სიდიდის კრიტიკული მნიშვნელობები

$n \backslash P$	0,95	0,98	0,99	0,999	$n \backslash P$	0,95	0,98	0,99	0,999
5	3,04	4,11	5,04	9,43	20				
6	2,78	3,64	4,36	7,41	25				
7	2,62	3,36	3,96	6,37	30				
8	2,51	3,18	3,71	5,73	35				
9	2,43	3,05	3,54	5,31	40				
10	2,37	2,96	3,41	5,01	45				
11	2,33	2,89	3,31	4,79	50				
12	2,29	2,83	3,23	4,62	60				
13	2,26	2,78	3,17	4,48	70				
14	2,24	2,74	3,12	4,37	80				
15	2,22	2,71	3,08	4,28	90				
16	2,20	2,68	3,04	4,20	100				
17	2,18	2,66	3,01	4,13	∞				
18	2,17	2,64	2,98	4,07					

ლიტერატურა

1. ი. სხირტლაძე, თ. ტულუში, ა. ოსიძე, მ. ნადარეიშვილი. ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა. თბილისი, 1990. - 196 გვ.
2. მ. ხვინგია. მექანიკური რხევების გამოყენებითი თეორიის საფუძვლები და მანქანათა დინამიკა. თბილისი, 1981. - 456 გვ.
3. ი. ზედგინიძე. საინჟინრო ექსპერიმენტის ორგანიზაცია და დაგეგმვა. თბილისი, 2000. - 239 გვ.
4. ვ. აბაიშვილი. ვერტიკალური ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა პნევმოამორტიზატორის გათვალისწინებით. განათლება. 2016.
5. ვ. აბაიშვილი. ვერტიკალური ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა ბარბაცას დრეკადობისა და კინემატიკურ წყვილში დრეჩოს გათვალისწინებით. ტრანსპორტი და მანქანათმშენებლობა, 2(14), 2009.
6. ვ. აბაიშვილი. კინეტიკური ენერგიის ცვლილება ჩარჩო-ხერხის ჭრის მექანიზმის დრეჩოიან კინემატიკურ წყვილში დარტყმების გათვალისწინებით. განათლება. 2016.
7. Руминский. Математическая обработка результатов эксперимента. М., 1991. - 192 с.
8. Вейц В.Л. и др. Динамические расчеты приводов машин. Л., 1991. - 352 с.
9. Светлицкий В.А., Стасенко И.В. Сборник задач по теории колебаний. М., 1979. - 368 с.
10. Светлицкий В.А. Передачи с гибкой связью. М., 1987. - 156 с.
11. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М., 1987. - 560 с.
12. Абаишвили В.В. Динамическое исследование некоторых механизмов. Издательство Тбилисского университета. 1981.
13. Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин. М., «Наука», 1988. 639 с.
14. Бидерман В.Л. Теория удара. М., 1962.
15. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М., 1980.
16. Дубовский С., Гарднер. Расчет и анализ многозвенных механизмов с упругими звеньями и несколькими зазорами в соединениях. Труды американского общества инженеров и механиков, №1, 1987.
17. Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Вибродарные системы. М., 1973.
18. Кильчевский Н.А. Теория соударений твердых тел. Изд-во «Наукова думка», Киев, 1969.

19. Луканин В.И., Гаврилин В.В. К анализу ударных явлений в шатунном подширнике. Изд-во «Машиностроение». № 7.
20. Сергеев В.И., Юдин К.М. Исследование динамика плоских механизмов с зазорами. М., Изд-во «Нвука», 1974, 111 с.
21. Фролов К.В. и др. Теория механизмов и машин. М., «Высшая школа», 1987. 496 с.
22. Davitashvili N.S., Folmer Y. Analyse kinematischer parameter vielgliedriger einmaschiger spharischer und ebener Koppelgetriebe. "Maschinenbautechnik", n. 1, 1981.
23. Davitashvili N.S. Designing fine-link hinged mechanisms taking into account the angle drive. Mechanism and Maschine Mtheory. Vol. 18, n. 6, 1983.
24. Sieker K.H. Über Toleranzen bei Getrieben VDI, Getriebetechnik, 1953.
25. Kraner R. Das fünfgliedrige Zweikurbelgetriebe und sein Antrieb. Maschinenbautechnik, 14. 1965.
26. Kuba G. Druckwechsel und Stösse an Kolbenmaschinen mit Actubkurbelgetriebe, Wein, 1931. 210 с.
27. Reuleaux F. Theoretische Kinematik. Braunschweig. 1975. Bd. 1.

შინაარსი

შესავალი	3
თავი I. კომბინატორიკის, ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის ელემენტები	
1.1. კომბინატორიკის ელემენტები	7
1.2. ალბათობის თეორიის ელემენტები	8
1.3. დისკრეტული შემთხვევითი სიდიდეების მათემატიკური ლოდინი	11
1.4. საშუალო კვადრატული გადახრა	12
1.5. უწყვეტი ტიპის შემთხვევითი სიდიდის განაწილების ფუნქცია და სიმკვრივე	12
1.6. უწყვეტი შემთხვევითი სიდიდეების განაწილება ...	13
1.7. ნორმალური განაწილება	14
1.8. უხეში შეცდომების გამორიცხვის მეთოდები	16
1.9. საშუალო მნიშვნელობები, მათი გამოთვლის მეთოდები	17
1.10. საშუალოების გამოთვლა	18
1.11. გასახოში სიდიდის ნამდვილი მნიშვნელობის შეფასება	19
1.12. დაკვირვებათა შედეგების სტატისტიკური შეფასება	20
1.13. მათემატიკური ლოდინის ნდობის ინტერვალის გამოთვლა	24
1.14. შერჩევის აუცილებელი მოცულობის განსაზღვრა.	25
1.15. კორელაციის კოეფიციენტი	26
1.16. რანგული კორელაცია	27
თავი II. ტექნოლოგიური სისტემების ექსპერიმენტული კვლევის საპიოხები	
2.1. ტექნოლოგიური სისტემების ექსპერიმენტული კვლევის ძირითადი ცნებები და ამოცანები	29
2.2. ექსპერიმენტის დაგეგმვის ძირითადი ამოცანები ...	32
2.3. ხის მასალის დამუშავებაში გამოყენებული მათემატიკური მოდელების ძირითადი სახეები	33
2.4. ემპირიული ფორმულების პარამეტრების მოძებნა უძირკეს კვადრატთა მეთოდით	36

2.5. მრავალწევრის პარამეტრების გამოთვლა	38
2.6. მონაცემების აღების ინტერვალი და პასიური ექსპერიმენტის ხანგრძლივობა	41
2.7. სრული და წილადური ფაქტორული გეგმები	42
2.8. წრფივი მოდელის სიგრძის კოეფიციენტების გამოთვლა 2^k სრული ფაქტორული გეგმის შედეგების მიხედვით	44
2.9. წილადური ფაქტორული გეგმები	47
2.10. II რიგის ექსპერიმენტული გეგმების გამოყენება.....	48

თავი III. სამრეწველო საწარმოების ჩარხებისა და მოწყობილობების მათემატიკური მოდელის შედგენა

3.1. ჩარხოხერხის ჭრის მექანიზმის მოძრაობის მათემატიკური მოდელის შედგენა	52
3.2. ჩარხოხერხის ჭრის მექანიზმის მოძრაობის მათემატიკური მოდელის შედგენა ელექტრო ძრავას მახასიათებლების გათვალისწინებით	57
3.3. ტორსული საფრეხავი ჩარხის მათემატიკური მოდელის შედგენა	65
3.4. სახარატო ჩარხის ამძრავის მათემატიკური მოდელი	75
3.5. მრგვალხერხა ჩარხის ჭრის მექანიზმის მათემატიკური მოდელი	79
3.6. ხერხის დისკოს რხევები.....	83
3.7. ჩასატვირთი მოწყობილობის მიმწოდის მექანიზმის მათემატიკური მოდელი	87

თავი IV. ჩარხოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა კინემატიკურ წყვილში ღრეჩოს და დარტყმების ბათვალისწინებით

4.1. ჩარხოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა კინემატიკურ წყვილში ღრეჩოს გათვალისწინებით	95
4.2. ჩარხოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა კინემატიკურ წყვილში ღრეჩოებისა და დარტყმების გათვალისწინებით	110

4.3. კინეტიკური ენერჯის ცვლილება ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის ღრეჩოიან კინემატიკურ წყვილში დარტყმების გათვალისწინებით	116
დანართი 1	124
დანართი 2	125
ლიტერატურა	126

სარჩევი

IV თავი. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა კინემატიკურ ვშვილში ღრეჩოსა და დარტყმების გათვალისწინებით	96
4.1. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა კინემატიკურ წყვილში ღრეჩოს გათვალისწინებით	96
4.2. ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დინამიკური კვლევა კინემატიკურ წყვილში ღრეჩოებისა და დარტყმების გათვალისწინებით	111

4.3. კინეტიკური ენერჯის ცვლილება ჩარჩოხერხის ჭრის მექანიზმის დრეზიონ კინემატიკურ წყვილში დარტყმების გათვალისწინებით	117
ლიტერატურა	125