ნიკო მუსხელიშვილის სახელობის
გამოთვლითი მათემატიკის ინსტიტუტი

2017 წლის
სამეცნიერო ანგარიში

ინსტიტუტის დირექტორი: ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი,
პროფესორი ვახტანგ კვარაცხელია

პერსონალური შემადგენლობა		
ადმინისტრაცია		
1	კვარაცხელია ვახტანგი ვარლამის ძე	დირექტორი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	გიორგობიანი გიორგი ჯიმშერის ძე	დირექტორის მოადგილე, ფიზიკა-მათე-მატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
3	რაზმაძე მარინა ედუარდის ასული	სწავლული მდივანი, ინფორმატიკის ინჟინერიის აკადემიური დოქტორი
4	ექიზაშვილი მანანა გიორგის ასული	მთავარი სპეციალისტი (ბუღალტერი)
5	ლეჟანიძე დავითი თენგიზის ძე	უფროსი სპეციალისტი (ეკონომისტი)
6	ბოკუჩავა ნინო მურმანის ასული	კანცელარიის უფროსი
7	კაკაბაძე ლოზანა ვლადიმერის ასული	სპეციალისტი
8	ტუღუში მადონა გიორგის ასული	ბიბლიოთეკის გამგე
გამოთვლითი მეთოდების განყოფილება		
1	სანიკიძე ჯემალი გურის ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	აბრამიძე ედისონი აპოლონის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
3	ზაქრაძე მამული ვლადიმერის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
4	ჩადუნელი ალექსანდრე შალვას ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი
5	კურდღელაიძე დიმიტრი ფიდოს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
6	სანიკიძე ზაზა ჯემალის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი,

		ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	კუპატაძე კოტე რამაზის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
8	მირიანაშვილი მანანა გიორგის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
9	კობლიშვილი ნანული იოსების ასული	პროგრამისტი
10	ფეიქრიშვილი ნატა სერგოს ასული	ლაბორანტი
11	აბრამიძე ელენე აპოლონის ასული	ლაბორანტი
ალბათურ-სტატისტიკური მეთოდების განყოფილება		
1	ტარიელაძე ვაჟა იზეთის ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	ჩობანიანი სერგო აკოფის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
3	ლაშხი ალექსანდრე არსენას ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
4	მამფორია ბადრი ივლიანეს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
5	ბერიკაშვილი ვალერი გოდერძის ძე	ასისტენტ-მკვლევარი
6	კობახიძე პაატა აკაკის ძე	პროგრამისტი
მათემატიკური მოდელირების განყოფილება		
1	უგულავა დუგლასი კარლოს ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	გიორგობიანი ჯიმშერი ალექსანდრეს ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
3	ზარნაძე დავითი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
4	მენთეშაშვილი მარინე ზაურის ასული	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
5	ნაჭყებია მზიანა დავითის ასული	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი,

		ტექნიკურ მეცნიერებათა კანდიდატი
6	ჩანტლაძე თამაზი ლეონიდეს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	ბაღათურია გიორგი გურამის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათე-მატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
8	ნიკოლეიშვილი მიხეილი მიხეილის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ეკონომიკის აკადემიური დოქტორი
9	ხუროძე თამილა ვალერიანის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათე-მატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
10	ხაჭაპურიძე ლიანა ბარნაბის ასული	პროგრამისტი
11	მეტონიძე ნანული აკაკის ასული	ლაბორანტი
ინფორმატიკის განყოფილება		
1	მელაძე ჰამლეტი ვარლამის ძე	განყოფილების გამგე, მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
2	ყიფშიძე ზურაბი შალვას ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ტექნიკურ მეცნიერებათა კანდიდატი
3	ცერცვაძე გურამი ნიკოლოზის ძე	მთავარი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი
4	სილაგაძე გივი სერგოს ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
5	ფხოველიშვილი მერაბი გაიოზის ძე	უფროსი მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
6	პაპიაშვილი მაგული რომანის ასული	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
7	ღლონტი გიორგი გენადის ძე	მეცნიერ-თანამშრომელი, ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა კანდიდატი
8	კორჟი ვლადიმერი ივანეს ძე	მთავარი ინჟინერ-პროგრამისტი
9	ჩოგოვაძე ილია გივის ძე	მთავარი პროგრამისტი
10	ტუხაშვილი ჟუჟუნა	პროგრამისტი
11	ჩახუნაშვილი ელენე გიორგის ასული	ვებ-დიზაინერი
12	თიგიშვილი სვეტლანა ზაქარიას ასული	ლაბორანტი
13	კიკნაძე დიმიტრი ლევანის ძე	ლაბორანტი

I. 1. საქართველოს სახელმწიფო ბიუჯეტის მიერ დაფინანსებული 2017 წლის გეგმით შესრულებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები

№	შესრულებული პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
1	2	3	4
1	**მიმართულება 1.** გამოთვლითი მეთოდები მათემატიკური ფიზიკისა და საინჟინრო მექანიკის ამოცანებში / მათემატიკა; გამოთვლითი მათემატიკა.	ჯ. სანიკიძე	მ. ზაქრაძე, მ. მირიანაშვილი, დ. კურდღელაიძე, ზ. სანიკიძე, ედ. აბრამიძე, კ. კუპატაძე, ა. ჩადუნელი, ნ. კობლიშვილი, ნ. ფეიქრიშვილი, ელ. აბრამიძე
2	**მიმართულება 2.** სოციალურ-ეკონომიკური ამოცანების მათემატიკური მოდელების და ძლიერად ოპტიმალური ალგორითმების დამუშავება / მათემატიკა; მათემატიკური მოდელირება.	დ. უგულავა	ჯ. გიორგობიანი, მ. ნაჭყებია, თ. ჩანტლაძე, ზ. ყიფშიძე, დ. ზარნაძე, მ. ნიკოლეიშვილი, თ. ხუროძე, გ. ბაღათურია, მ. მენთეშაშვილი, ლ. ხაჭაპურიძე, ნ. მეტონიძე
3	**მიმართულება 3.** სტოქასტური ანალიზი ალგებრულ სტრუქტურებში. გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზში, სტატისტიკასა და დისკრეტულ ოპტიმიზაციაში / მათემატიკა; ალბათობის თეორია და მათემატიკური სტატისტიკა, ფუნქციონალური ანალიზი, დისკრეტული ოპტიმიზაცია.	ვ. ტარიელაძე	ს. ჩობანიანი, ა. ლაშხი, ზ. მამფორია, ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, ვ. ბერიკაშვილი, პ. კობახიძე.
4	**მიმართულება 4.** წრფივი და კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებებისა და განტოლებათა სისტემებისათ-	ჰ. მელაძე	მ. ფხოველიშვილი, გ. სილაგაძე, ზ. ყიფშიძე, გ. ცერცვაძე, გ. ღლონტი, ი. ჩოგოვაძე, მ. პაპიაშვილი

	ვის პარალელური თვლის ალ-გორითმების აგება, დამუ-შავება და შესაბამისი პროგრა-მული უზრუნველყოფის ვერიფიკაცია / მათემატიკა; გამოთვლითი მათემატიკა, მათემატიკური მოდელირება, ინფორმატიკა.		

დასრულებული კვლევითი პროექტის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

მიმდინარე 2017 წელი იყო ინსტიტუტის 3-წლიანი პროექტის - **„თანამედროვე გამოთვლითი და საინფორმაციო ტექნოლოგიების დამუშავება საინჟინრო და სოციალურ-ეკონომიკურ ამოცანებში"** ბოლო, შემაჯამებელი წელი. გრძელდებოდა მუშაობა პროექტით განსაზღვრული 4 სამეცნიერო მიმართულებით.

მიმართულება 1.

მიმდინარე წელს განხილული და შესწავლილი იქნა სამეცნიერო-კვლევითი გეგმით გათვალისწინებული შემდეგ ამოცანები:

ამოცანა 1.1. კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის პროცესებისა და მათი გამოყენების შესახებ ბრტყელი სასაზღვრო ამოცანების რიცხვით ამოხსნებში.

როგორც ცნობილია, ერთგანზომილებიან ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი წარმოადგენს ერთ-ერთ მნიშვნელოვან მეთოდს სიბრტყითი სასაზღვრო განტოლებების მიახლოებით ამოხსნისთვის. კარგად შესწავლილი ბადეთა მეთოდისგან განსხვავებით იგი ერთი ერთეულით ამცირებს დასმული სასაზღვრო ამოცანის განზომილებას.

კლასიკურ მათემატიკურ ლიტერატურაში ამ მეთოდის ქვეშ ფაქტობრივად მოიაზრება ფრედჰოლმის ინტეგრალური განტოლებების გამოყენება. მაგრამ, მეორე მხრივ, ირკვევა, რომ არაერთი თვალსაზრისით მნიშვნელოვნად მეტი უპირატესობით გამოირჩევა სინგულარულ ინ-ტეგრალურ განტოლებათა მეთოდი - ასეთი განტოლებების გული და მარჯვენა მხარე, როგორც წესი, გაცილებით უფრო მარტივად და ნაკლები მოთხოვნებით არიან დამოკიდებული საწყის მონაცემებზე. ეს გარემოება განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია მაშინ, როდესაც ეს მონაცემები მიღებულია ექსპერიმენტის გზით (რასაც, ბუნებრივია, უმეტეს შემთხვევებში ადგილი აქვს გამოყენებითი ხასიათის ამოცანათა განხილვის პროცესებში).

მაგრამ ასევე ცნობილია, რომ სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებებზე დაფუძნებული ალგებრული სისტემების ცალსახად ამოხსნადობას ყოველთვის არა აქვს ადგილი. მაგალითად, ლიტერატურაში ნაჩვენებია შემთხვევა, როდესაც აღნიშნულ საფუძველზე აგებული წრფივი ალგებრული სისტემის დეტერმინანტი ნულის ტოლია საძიებელ უცნობთა ნებისმიერი რიცხვი-სათვის. ასეთ შემთხვევებში გარკვეულ მნიშვნელობას იძენს შესაბამისი მააპროქსიმირებელი სის-ტემების ინდივიდუალური თვისებების განხილვა-შესწავლა, რასაც რიგ შემთხვევებში მივყავართ

დადებით შედეგებამდე.
ბუნებრივია, ზოგად შემთხვევებში არსებითი მნიშვნელობა ენიჭება კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების სააპროქსიმაციო სქემების კონსტრუქციულად აგების პრობლემატიკას მათზე დაფუძნებულ წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების უპირობოდ ამოხსნის კონტექსტში. უკანასკნელ პერიოდში გარკვეული შედეგები ამ მხრივ მიღებულია, მათ შორის ჩვენს მიერ, თუმცა აღნიშნული გამოთვლითი სქემები მოითხოვენ შემდგომში ისეთი საკითხების შესწავლას, როგორიცაა მათი სიზუსტე, მდგრადობა და ეფექტურად რეალიზებადობა.
საანგარიშო წელს სწორედ ამ მიმართულებით მიმდინარეობდა კვლევები, რომელთა საფუძველზე მიღებულია გარკვეული პოზიტიური შედეგები კოშის ტიპის სინგულარული ინტეგრალების აპროქსიმაციის პროცესების და მათი გამოყენების კუთხით ბრტყელი სასაზღვრო ამოცანების რიცხვით ამოხსნებში (იხ. დამატებითი ინფორმაცია, დასაბეჭდად მიღებული ნაშრომები, [1]).

ამოცანა 1. 2. ჰარმონიული ფუნქციისათვის დირიხლეს განზოგადებული სასაზღვრო ამოცანების მიახლოებითი ამოხსნა ერთი ზედაპირით შემოსაზღვრული სივრცითი სასრული არეების შემთხვევაში.
აქ კვლევის ობიექტს წარმოადგენს გარკვეული სახის დირიხლეს სივრცითი განზოგადებული ჰარმონიული ამოცანების (იგულისხმება შემთხვევა, როცა სასაზღვრო ფუნქციას აქვს პირველი გვარის წყვეტის წირთა სასრული რაოდენობა) კორექტულობის შესწავლა და მათი რიცხვითი ამოხსნისათვის მაღალი სიზუსტის და ეფექტურად რეალიზებადი გამოთვლითი ალგორითმების აგება. სიმარტივისათვის, აღნიშნული სახის ამოცანას ჩამოვაყალიბებთ მხოლოდ ერთი ჩაკეტილი უბან-უბან გლუვი S ზედაპირით შემოსაზღვრული D არისათვის.
D არის *S* ზედაპირზე მოცემულია *g(y)* ფუნქცია, რომელიც უწყვეტია ყველგან, გარდა სასრული რაოდენობა $l_k(k=\overline{1,n})$ წირებისა, რომლებიც *g(y)* ფუნქციისათვის წარმოადგენენ პირველი გვარის წყვეტის წირებს.
მოითხოვება ისეთი $u(x)=u(x_1,x_2,x_3)\in C^2(D)\bigcap C(\overline{D}\setminus\bigcup_{k=1}^{n}l_k)$ ფუნქციის პოვნა, რომელიც აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\Delta u(x)=0,\quad x\in D,$$

$$u(y)=g(y),\quad y\in S,\, y\notin l_k\,,\; u(y)=0,\, y\in l_k\quad (k=1,2,...,n),$$

$$|u(x)|<c,\quad y\in\overline{D},$$

სადაც Δ ლაპლასის ოპერატორია, ხოლო $c\in R$.
შენიშვნა. თუ *D* უსასრულო არეა მაშინ ამოცანის ამოხსნის ერთადერთობისათვის დამატებით მოითხოვება შემდეგი პირობის შესრულება - $\lim u(x)=0,\; x\to\infty.$

გარდა აღნიშნულისა, კვლევის მიზანს წარმოადგენს სათანადო პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების ანალიზი.
ამ კუთხით შესწავლილი იქნა აღნიშნული სახის ამოცანების კორექტულობის საკითხი ზოგად შემთხვევაში. კერძოდ, ერთი ან რამდენიმე ზედაპირით შემოსაზღვრული სივრცითი ჩაკეტილი არეების შემთხვევაში ნაჩვენები იქნა ამონახსნის არსებობა, ერთადერთობა და ამონახსნის სასაზღვრო პირობაზე უწყვეტად დამოკიდებულება. რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია ალბათური მეთოდი, რომელიც თავის მხრივ გულისხმობს ვინერის პროცესის კომპიუტერულ მოდელირებას. ეს უკანასკნელი განხორციელებული იქნა ჩვენს მიერ შექმნილი სქემით.
განხილული იქნა ტესტური ამოცანა. ჩატარებულმა გამოთვლებმა აჩვენა შემოთავაზებული ალგორითმის სიმარტივე და ეფექტურობა (იხ. პუბლიკაციები საქართველოში, სტატიები, [1]).

ამოცანა 1. 3. ფენოვანი ელიფსოიდალური გარსების არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნა დაზუსტებული თეორიის საფუძველზე.
დაზუსტებული თეორიის ერთი ვარიანტის საფუძველზე, ფენოვანი ელიფსოიდალური გარსების ღერძსიმეტრიული არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების ამოსახსნელად მიღებულია ამ კლასის ამოცანების ამომხსნელი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა. მოყვანილია ელიფსოიდალური გარსის დეფორმაციის კერძო მაგალითი. ამ მაგალითის რიცხვითი რეალიზაციით მიღებული შედეგების საფუძველზე ჩატარებულია გარკვეული ანალიზი, შეფასებულია სასაზღვრო პირობების ცვლილებით გამოწვეული ზეგავლენა გარსის დეფორმირებულ-დაძაბულ მდგომარეობაზე. აღნიშნული შედეგები მოხსენებული იყო საერთაშორისო კონფერენციაზე (იხ. სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში, [1]).
უნდა აღინიშნოს, აგრეთვე, რომ ჩატარებული კვლევების ფარგლებში აგებული სხვადასხვა ტიპის გამოთვლითი სქემების საფუძველზე შექმნილია სათვლელი პროგრამები, რომელთა საშუალებითაც შესაძლოა მიღებული იქნას მათემატიკური ფიზიკისა და საინჟინრო მექანიკის კონკრეტული გამოყენებითი ამოცანების რიცხვითი ამოხსნები.

მიმართულება 2.

მიმდინარე წელს განხილული და შესწავლილი იქნა სამეცნიერო-კვლევითი გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:
ამოცანა 2.1. მათემატიკური მოდელები საბაზრო და დარგობრივი ეკონომიკის ზოგიერთი მიკროეკონომიკური პრობლემისათვის.
კვლევა მიმდინარეობდა 3 ქვეამოცანის ირგვლივ:
ა) მარაგთა ოპტიმალური მართვის ერთი ამოცანის თამაშის ტიპის მოდელი.
წარმოების მართვის თეორიაში ერთ-ერთი მიმართულებაა შემთხვევით ნაკადთა მართვა (მომსახურება, გამოყენება) გარკვეული სამეწარმეო საქმიანობისათვის. ჩვენს მიერ განხილულ იქნა შემთხვევითი ნაკადის გამოყენების ერთი სქემა და იგი წარმოდგენილია ა. ვალდის გადამწყვეტ ფუნქციათა თეორიის თვალთახედვით. სქემა ეფუძნება პ. მორანის მოდელს, რომელიც დამუშავებულია როგორც მარაგთა ოპტიმალური მართვის ამოცანა. მოდელი პრინციპულად მარტივია – შემ-

თხვევით ნაკადს დროის თანაბარ მონაკვეთებში საწარმო იყენებს მაქსიმალური ინტენსივობით, დანარჩენი რესურსი ინახება გარკვეული მოცულობის საცავში მომდევნო ეტაპებზე გამოსაყენებლად. თუ საცავი სავსეა, მაშინ “ზედმეტი” რესურსი იკარგება. ეს მოდელი ადეკვატურია ჰიდროელექტროსადგურის ფუნქციონირების, როცა მიზანი ერთადერთია – მაქსიმალური ჯამური ენერგიის მიღება დაგეგმარების პერიოდში. დაგეგმვის ჰორიზონტი, როგორც წესი, ერთი წელია და შედგება ეტაპებისაგან. ჩვენი მიზანია აირჩეს საწარმოს სიმძლავრე და საცავის მოცულობა ისე, რომ ჯამური დანაკარგები იყოს მინიმალური. ჩვენ განვიხილავთ შემთხვევას, როცა შემთხვევითი ნაკადი ეტაპებზე ერთნაირადაა განაწილებული და მისი განაწილების სიმკვრივე ცნობილია, უცნობია მხოლოდ მასში შემავალი პარამეტრები.

შევხედოთ ამოცანას თამაშთა თეორიის თვალთახედვით: არსებობს ორი მოთამაშე – “ზუნება” და მკვლევარი. პირველი მოთამაშე - “ზუნება” ირჩევს ყოველ ეტაპზე განაწილების პარამეტრებს, მეორე მოთამაშე – მკვლევარი კი u და v სიდიდეების მნიშვნელობებს. თამაშის ფასი, ე.წ. რისკის ფუნქცია $L(\omega, d^t)$ იქნება ფინანსური დანახარჯებისა და დაკარგული რესურსის (ფულად ერთეულებში) ჯამის მათემატიკური ლოდინი. ამრიგად, გვაქვს ორი პირის თამაში $< \Omega, D^t, L(\omega, d^t) >$, სადაც Ω - ნაკადის განაწილების პარამეტრული ოჯახია, D^t - (u,v) წყვილთა სიმრავლე, რისკის ფუნქცია $L(\omega, d^t)$ – პირველი მოთამაშის მოგება.

მიდგომა ორგვარია: პირველი – განვიხილოთ “ზუნება” როგორც მტერი და თამაშს მივცეთ ანტაგონისტური ხასიათი, მეორე – ე.წ. ბაიესისებური მიდგომა – მკვლევარმა ნაკადის ყოფაქცევაზე დაგროვილი სტატისტიკური მასალის საფუძველზე დაადგინოს ω პარამეტრების, ე.ი. რისკის ფუნქციის სახე და მიიღოს შესაბამისი გადაწყვეტილება. პირველი მიდგომა ხორციელდება უკიდურეს შემთხვევებში, ბაიესური მიდგომისას კი Ω სივრცეში აიგება ε– ბადე ე.წ. ბუნებრივი მეტრიკით და მიიღება სასრულო რაოდენობა წერტილებისა. ასევე შეიძლება მოვიქცეთ D^t სივრცეში (თუ სტრატეგიათა სიმრავლე არაა სასრული) და ვიპოვოთ ოპტიმალური ამონახსნი მკვლევარისა წმინდა სტრატეგიებში. ეს ამონახსნი იქნება ε-ოპტიმალური.

ჩვენს მიერ აგებული იქნა ასეთი თამაში: შემომავალი ნაკადის განაწილების ფუნქციად ვიღებთ პირსონის I ტიპის განაწილებას, რომლის სიმკვრივეა $f(x) = A(x-a)^{m-1}(b-x)^{n-1}$, სადაც A მანორმირებელი კოეფიციენტია, a და b შემომავალი ნაკადის მოცულობის ზედა და ქვედა საზღვრებია, ხოლო m და n განაწილების პარამეტრებია. m და n პარამეტრების შეფასებები მიიღება სტატისტიკური მონაცემების მეშვეობით. D^t სიმრავლის ყოველი (u,v) წყვილისათვის (თუ მათი რაოდენობა სასრულია) ინტეგრალური განტოლებიდან განისაზღვრება საცავში რესურსის განაწილების ფუნქცია და შესაბამისად დაკარგული რესურსის განაწილება. (u,v) წყვილი იქნება ოპტიმალური, თუ ის ანიჭებს რისკის ფუნქციას მინიმალურ მნიშვნელობას.

მომავალში განზრახული გვაქვს ასეთი თამაშების შესწავლა სხვა ტიპის ოპერაციული ამოცანებისთვის.

ბ) ლექსიკოგრაფიული კოოპერატიული თამაშები.

კვლევა მიმდინარეობდა კოოპერატიულ თამაშებზე ვექტორული მოგებებით, როცა ვექტორულ სივრცეში შემოღებულია ლექსიკოგრაფიული დალაგება. ასეთ თამაშებს ლექსიკოგრაფიული თამაშები ეწოდებათ. კლასიკურ კოოპერატიულ თამაშთა თეორიაში ჯამური მოგების განწილვა (გა-

ნაწილება) კოოპერაციაში შემავალი მონაწილეებისთვის ხდება სხვადასხვაგვარი მიდგომით. მათ შორის ყველაზე პოპულარულია შეპლის პრინციპი, რომელიც დაფუძნებულია სამ ბუნებრივ აქსიომაზე. უკანასკნელ ათწლეულში მისი გამოყენების სფერო მნიშვნელოვნად გაიზარდა, ამიტომ დაისვა საკითხი – შესაძლებელია თუ არა შეპლის აქსიომატიკის გამოყენება ლექსიკოგრაფიულ თამაშებში.

m–განზომილებიანი ლექსიკოგრაფიული თამაში წარმოვადგინეთ შეპლის აქსიომატიკით, სამართლიანი განაწილების პრინციპით. როცა კრიტერიუმი მკაცრად რანჟირებულია, შეპლის პრინციპი ვრცელდება თამაშის ყოველ $v^1, v^2, \dots, v^m$ კომპონენტზე ერთდროულად და ცალ-ცალკე.

სკალარული ლექსიკოგრაფიული თამაშის შემთხვევაში შეპლის აქსიომატიკა გვაძლევს განწილვის ვექტორს, ხოლო ლექსიკოგრაფიულ კოოპერატიულ თამაშში მოიცემა მატრიცის ფორმით. ეს შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, როცა ამოცანა დასმულია რანჟირებული კრიტერიუმით.

გ) გადაწყვეტილებათა მარკოვის პროცესი რეგულირების ერთ ამოცანაში.

შემთხვევითი ნაკადის საცავით რეგულირების ამოცანას შეიძლება შევხედოთ როგორც მარაგთა მართვის თეორიის, ასევე მასობრივი მომსახურების თეორიის კუთხით.შემომავალი ნაკადი შემთხვევითი პროცესია. დაგროვება და მოხმარება ისე უნდა ვაწარმოოთ, რომ მივაღწიოთ სასურველ ეკონომიკურ ეფექტს. ამოცანა დინამიკურია. დაგეგმარების ჰორიზონტი(წელიწადი) იყოფა ეტაპებად. ცალკეულ ეტაპებზე შემომავალი ნაკადი (რესურსი) და მარაგი საცავში დისკრეტული სიდიდეებია და იზომება ერთიდაიგივე ერთეულებში. ნაკადის მოცულობები ეტაპებზე დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეებია, რომელთათვისაც მდიდარი სტატისტიკური მასალის საფუძველზე შესაძლებელია ემპირიული განაწილებების (ჰისტოგრამების ან ცხრილების სახით) მიღება. საცავში რესურსის მარაგის რაოდენობაც ეტაპობრივად შემთხვევითია და დამოკიდებულია როგორც შემომავალი ნაკადის მოცულობაზე, ასევე მის მოხმარებაზე. იგი ეტაპებზე შემონადენის დამოუკიდებლობის გამო წარმოადგენს მარკოვის ჯაჭვს, რომელიც კარგად აღიწერება გადასვლათა ალბათობის მატრიცით. ყოველ ეტაპზე მოხმარების ინტენსივობა ცალსახად განსაზღვრავს გადასვლათა მატრიცას. მატრიცის საშუალებით ყოველ ეტაპზე განისაზღვრება შემოსავლების და დანაკარგების მათემატიკური მოლოდინები.

ამოცანა მდგომარეობს ეტაპების მიხედვით მოხმარებათა ისეთი მიმდევრობის შერჩევაში, რომ მივიღოთ ჯამური მოგების მაქსიმუმი ან ჯამური დანაკარგების მინიმუმი.

საბოლოოდ, მათემატიკური მოდელი ყალიბდება გადაწყვეტილებათა მარკოვის პროცესების ჩარჩოებში და ადვილად რეალიზებადია.

ამოცანა 2.1-ის თემატიკასთან დაკაშირებით იხილეთ (სტატია [2], პუბლიკაციები საქართველოში/ ეს ნაშრომი გამოქვეყნდა 2016 წლის ბოლოს და არ შევიდა წინა წლის ანგარიშში) და ([1], სამეცნიერო ფორუმები საქრთველოში).

ამოცანა 2.2. წრფივი ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური)სპლაინური ალგორითმების კონსტრუირების საკითხი არაკორექტული ამოცანებისათვის განუზღვრელობის (ცდომილების) უარესად დასმის შემთხვევისათვის.

ჰილბერტის სივრცეში მოქმედი კომპაქტური, თვითშეუღლებული, დადებითი და მკვრივი ანასახის მქონე K ოპერატორისათვის აგებულია წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმები

$D(K^{-n})$ სივრცეში განხილული $Ku = f$ არაკორექტული განტოლებისათვის. მიღებული შედეგები გამოყენებულია პირველი რიგის ინტეგრალური განტოლებისათვის, ჰარმონიული ოსცილატორის ოპერატორის შებრუნებულის შემცველი განტოლებისათვის.

განხილულია $Au = f$ არაკორექტული განტოლება ჰილბერტის სივრცეში მოქმედი კომპაქტური A ოპერატორით, რომელიც უშვებს სინგულარულ დაშლას. მიღებული შედეგები გამოყენებულია ამ განტოლების მური-პენროუზის აზრით განზოგადებული ამონახსნების, ანუ $D((A^*A)^{-n})$ ჰილბერტის სივრცეში $A^*Au = f$ განტოლების ამონახსნების საპოვნელად. დამტკიცებულია, რომ თუ A^*A ოპერატორის ენერგეტიკულ სივრცეში არსებობს სასრულო ენერგიის მქონე განზოგადებული u_0 ამოხსნა, მაშინ ჩვენს მიერ აგებული ალგორითმის მიხედვით აგებულ მიახლოებით ამონახსნთა მიმდევრობა კრებადია u_0-საკენ E_{A^*A} ენერგეტიკულ სივრცეში სპეციალური ნორმით. ამ კონსტრუქციის გამოყენებით აგებულია წრფივი სპლაინური ცენტრალური ალგორითმი რადონის ოპერატორის შემცველი $Ru = f$ განტოლებისათვის $D((R^*R)^{-n})$ ჰილბერტის სივრცეში სპეციალური ნორმისათვის. გამოყენებულია სინგულარული დაშლები რადონის ოპერატორისათვის წონიან ჰილბერტის სივრცეებში, რომლებიც მიღებულია სასრულო და უსასრულო არეებისათვის ა. ლოუსის, რ. დიტცის და მ. დევისონის მიერ.

ანალოგიური თეორია დამუშავებული გვაქვს ჰილბერტის სივრცეში მოქმედი თვითშეუღლებული, დადებითად განსაზღვრული A ოპერატორის შემცველი განტოლებისათვის $D(A^n)$ სივრცეში. ეს თეორია ილუსტრირებული გვაქვს მრავალი დიფერენციალური ოპერატორისათვის, სახელდობრ, ძლიერად გადაგვარებული ელიფსური ოპერატორებისათვის, ლაპლას-ბელტრამის ოპერატორისათვის.

არაკორექტული ამოცანებისათვის წრფივი ძლიერად ოპტიმალური (ცენტრალური) სპლაინური ალგორითმების კონსტრუირების საკითხთან დაკავშირებით განხილულია ამოცანები უარესი დასმით, როდესაც ცდომილება გაზომილია მეტრიკის საშუალებით. კომპიუტერული ტომოგრაფიისათვის ახალი წრფივი განზოგადებული ცენტრალური სპლაინური ალგორითმის კონსტრუირების საკითხი ასახულია სტატიაში ([1], პუბლიკაციები უცხოეთში). შემოყვანილია ჰარმონიული ოსცილატორის მრავალგანზომილებიანი ანალოგი და გამოკვლეულია ამ ოპერატორის შემცველი განტოლება, რომელიც დაკავშირებულია ქვანტური მექანიკის ამოცანებთან. ამ განტოლების მიახლოებითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია უმცირეს კვადრატთა განზოგადებული მეთოდი. დამტკიცებულია მიახლოებითი ამოხსნების ზუსტისაკენ კრებადობა და მიღებულია კრებადობასთან დაკავშირებული გარკვეული უტოლობები. ერთი განზომილების შემთხვევისათვის ჩატარებულია რიცხვითი ექსპერიმენტი, ზოგიერთი შემთხვევისათვის გამოთვლილია გადახრათა რიცხვითი სიდიდეები. მიღებული შედეგები მომზადებულია გამოსაქვეყნებლად.

გრძელდებოდა სამუშაოები მონოგრაფიის "სპლაინური და ცენტრალური ალგორითმები კომპიუტერული ტომოგრაფიის ამოცანებისათვის" დასამთავრებლად.

ამოცანა 2.3. ახალი ტიპის სიმეტრიული და ასიმეტრიული კრიპტოსისტემები.

ჩატარებულია კვლევა მაღალი მდგრადობის კრიპტოგრაფიული სისტემის შესაქმნელად. ადრე მიღებულ გაზრდილი მედეგობის სიმეტრიული დაშიფვრის კრიპტოგრაფიულ სისტემაში, რომელ-

შიც მაღალი მედეგობა მიღწეულია დასაშიფრი ბლოკის და, შესაბამისად, გასაღების სიგრძის გაზრდით 128 ბიტამდე, ხოლო დაშიფვრის და გაშიფვრის პროცესები იდენტურია, შესწორებულია გარკვეული უზუსტობა. დასრულდა მუშაობა ამ სისტემის დაპროგრამებაზე MATLAB –ის პაკეტის გამოყენებით. გადალახულია პროგრამის შექმნისას კრიპტოსისტემაში არაწრფივი ბლოკის შემოყვანით გაჩენილი სირთულეები. გამოქვეყნებულია ამ საკითხების ამსახველი სტატია ([4], პუბლიკაციები საქართველოში), რომელშიც მოცემულია კრიპტოსისტემის გასაღებებისა და დაშიფვრის სქემები და MATLAB -ის გარემოში მათი პრაქტიკული რეალიზების რელევანტური ფრაგმენტები.

ამოცანა 2.4. საწყისი, მახასიათებელი და არაკლასიკური ამოცანების შესწავლა მეორე რიგის კვაზიწრფივი ჰიპერბოლური ტიპის პარაბოლურად გადაგვარებადი განტოლებებისათვის.

განხილულია კოშის ამოცანა კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების ერთი კლასისათვის, რომლის მთავარი ნაწილი წარმოადგენს მეორე რიგის არამკაცრად ჰიპერბოლურ დიფერენციალურ ოპერატორს. ზოგადი საწყისი მონაცემების შემთხვევაში აგებულია კოშის ამოცანის ამონახსნი არაცხადი სახით. აგებულია და გამოკვლეულია რიცხვითი ალგორითმი მიახლოებითი ამონახსნის საპოვნელად.

მეორე რიგის შერეული ტიპის კვაზიწრფივი დიფერენციალური განტოლებისთვის განხილულია კოშის ამოცანა, როდესაც ამოცანის პირობები მოცემულია შეკრულ წირზე. შესწავლილია ასევე კოშის შექცეული ამოცანა და დამტკიცებულია, რომ რეგულარობის გარკვეულ პირობებში შექცეულ ამოცანას აქვს ამოხსნა. განხილულია შექცეული ამოცანის რამდენიმე კონკრეტული მაგალითი, რა შემთხვევებშიც მახასიათებელ წირებს განსაკუთრებული წერტილები, ან საერთო მომვლებები აქვთ.

განხილულია მეორე რიგის კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლების კერძო შემთხვევები. ეს განტოლებები ჰიპერბოლური ტიპისაა, მაგრამ ახასიათებთ ტიპის გადაგვარება უცნობი ამონახსნის წარმოებულების გარკვეული მნიშვნელობებისათვის. ამ განტოლებებისათვის აგებულია ზოგადი ამოხსნები. ამ შედეგებზე დაყრნობით ხდება გურსას მახასიათებელი ამოცანების არაწრფივი ვერსიიის შესწავლა.

დადგენილია ამოცანის ამოხსნის არსებობისა და ერთადერთობის პირობები, ასევე ამოხსნის განსაზღვრის არე.

სხვა განხილული მახასიათებელი ამოცანა ე.წ. არალოკალური მახასიათებელი ამოცანების კლასიდანაა. ამ შემთხვევაშიც დამტკიცებულია რეგულარული ამონახსნის არსებობისა და ერთადერთობის თეორემა.

შედეგები ასახულია ([2, 3], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში) და ([2], სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში).

ამოცანა 2.5. მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის ზოგადი ამოცანა.

განხილულია მთელრიცხვა ოპტიმიზაციის შემდეგი ამოცანა. საძიებელია $\prod_{i=1}^{n}(x_i + s_i)$ ნამრავლის მაქსიმუმი ისეთი $x_1, \cdots, x_n$ ნატურალური რიცხვებისათვის, რომელთა ჯამი არის რომელიღაც ნატურალური რიცხვი L, ხოლო $x_i \geq k_i$ ყოველი $i = 1, \cdots, n$–სათვის, სადაც k_i მოცემული ნა-

ტურალური რიცხვებია. ეს ამოცანა განხილულია ორი შემთხვევისათვის, როდესაც $k_1 = \cdots = k_n$=0 და როდესაც $s_1 = \cdots = s_n$ =0 (იხ. [3], სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში).

მიმართულება 3

მიმდინარე წელს განხილული და შესწავლილი იქნა სამეცნიერო-კვლევითი გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

ამოცანა 3.1. ვექტორთა კომპაქტური შეჯამება. გამოყენებები ფუნქციონალურ ანალიზსა და განრიგების ამოცანებში.

განხილულია შესაკრებების გადანაცვლებების შემცველ მაქსიმალურ უტოლობებთან დაკავშირებული ფუნდამენტური და გამოყენებითი ამოცანები. ჩვენი ერთერთი ძირითადი ამოცანაა ვექტორთა კომპაქტური შეჯამების ამოცანა, რომელიც მდგომარეობს შტეინიცის ფუნქციონალისთვის ოპტიმალურთან ახლოს მყოფი გადანაცვლების პოვნაში. ახალი მაქსიმალური უტოლობების ვარიანტები გვაძლევენ შესაძლებლობას ავაგოთ ოპტიმალურთან ახლოს მყოფი გადანაცვლების მიღების პოლინომიალური ალგორითმი. მსგავსი მეთოდების გამოყენება შესაძლებელია ფურიეს მწკრივების კრებადობის საკითხებში, აგრეთვე დაგეგმვის თეორიაში, მანქანურ სწავლებაში, სახეთა ამოცნობაში, შეუსაბამობათა (discrepancy) თეორიაში და სხვა.

მიღებულია ახალი მაქსიმალურ უტოლობები (იხ. [4], სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში; [2], დამატებითი ინფორმაცია, დასაბეჭდად მიღებული ნაშრომები) ფუნქციებისთვის, რომლებიც დაგვეხმარება ეფექტურად გავაანალიზოთ გარსიას ჰიპოთეზა, კოლმოგოროვის ჰიპოთეზის ლოკალური ვერსია, რომელიც წარმოადგენს დიდი ხნის გადაუჭრელ პრობლემას ორთოგონალური მწკრივების თეორიაში. ეს უკანასკნელი მდგომარეობს იმაში, რომ ნებისმიერი ორთონორმირებული სისტემა გახდება კრებადობის სისტემა რომელიმე გადანაცვლების შემდეგ. ორთოგონალური მწკრივების მეორე ღია პრობლემა, რომელშიც აგრეთვე გამოიყენება მაქსიმალურ უტოლობების ტექნიკა არის ულიანოვის პრობლემა.

შესწავლილია ერთი სუსტი ტიპის მაქსიმალური უტოლობის სამართლიანობის საკითხი. აგებულია შესაბამისი კონტრმაგალითები, დამტკიცებულია მისი შესუსტებული ვარიანტი (იხ. [5], სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში).

მიღებულია მაქსიმალური უტოლობები ნიშნების დასმისთვის ვექტორთა ერთობლიობისთვის სასრულგანზომილებიანი ნორმირებული სივრციდან. მათი საშუალებით მიღებულია შეფასებები ადამარის მატრიცების რიცხვითი მახასიათებლებისთვის (იხ. [4], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში; [2], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში).

წაკითხული იქნა 2 მოხსენება სემინარზე მადრიდიში, კომპლუტენსეს უნივერსიტეტის მათემატიკის ფაკულტეტის გეომეტრიისა და ტოპოლოგიის დეპარტამენტში (იხ. [3, 11], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში). პირველი მოხსენება ეხებოდა ჯამთა სიმრავლეებს და უნივერსალურ მწკრივებს ტოპოლოგიურ ვექტორულ სივრცეებში. მიმოხილული იყო ჩვენი ჯგუფის მიერ მიღებული შედეგები. მეორე მოხსენებაში განხილული იყო LQC-Mackey პრობლემის ბოლოდროინდელ გადაწყვეტაში მახასიათებელი მიმდევრობების როლი. დასმული იქნა ახალი ამოცანები და დაისახა მომავალი თანამშრომლობის გეგმები ამ მიმართულებებით.

დამტკიცებულია შემდეგი დებულება: ბანახის სეპარაბელურ სივრცეში კრებადი მწკრივის ყველა შესაძლო ჯამთა სიმრავლე ანალიზურია (იხ. [4], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში).
ნაჩვენებია, რომ უსასრულო განზომილებიანი ნორმირებული სივრცისათვის თავსებადი ლოკალურად ამოზნექილი ტოპოლოგიების ოჯახის სიმძლავრე არაა კონტინუუმის სიმძლავრეზე ნაკლები (იხ. [5], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში).
განხილულია ვიწრო და ფართო აზრით პროტოდისკრეტული ტოპოლოგიური ჯგუფების ცნებები. ისინი საინტერესოა ჯგუფებში უპირობო კრებადობის შესასწავლად (იხ. [5], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში).
ამოცანა 3. 1 - თან დაკავშირებით იხილეთ აგრეთვე ([6, 7, 8], სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში).
გამოჩენილ მათემატიკოსს, სტეფან ბანახს მიეძღვნა მოხსენებათა ციკლი საერთაშორისო ფორუმებზე (იხ. [6], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში; [11], სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში). მოხსენებებში მოთხრობილია საქართველოში, 1941 წელს ბანახის ვიზიტის შესახებ და მიმოხილულია მის მიერ დასმული ორი ამოცანის გადაწყვეტაში საქართველოში მოღვაწე მათემატიკოსების წვლილის შესახებ.
ამოცანა 3. 1-ის ზოგიერთი ასპექტის შესწავლა ხდებოდა სსიპ შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის FR / 539/5-100/13 საგრანტო პროექტის - „ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის ვექტორთა კომპაქტურ შეჯამებაში: თეორია და გამოყენებები“ ფარგლებში. ვრცელი ანგარიში იხილეთ ქვემოთ

ამოცანა 3. 2. ოპერატორების ინდუცირებადობის პრობლემა ბანახის სივრცეში სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნადობის საკითხებში.
კვლევის ძირითადი მიმართულება იყო სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებებების შესწავლა ზოგად ბანახის სივრცეში. კერძოდ, საანგარიშო პერიოდში ვიხილავდით სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების ამონახსნის არსებობის და ერთადერთობის საკმარისი პირობების პოვნის ამოცანას იმ შემთხვევაში, როცა განტოლებაში შემავალი სტოქასტური ინტეგრალი აღებულია ცილინდრული ვინერის პროცესით, ინტეგრანდი კი ოპერატორული ჭვრეტადი პროცესია ჰილბერტის სივრციდან ბანახის სივრცეში (იხ. [6], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში).
საანგარიშო პერიოდში გამოქვეყნდა ასევე ნაშრომი, რომელიც ეძღვნება სტოქასტური დიფერენციალური განტოლების გამოყენებას ტურბულენტობის შესასწავლად (იხ. [7], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში). ტურბულენტური გარემოს ფიქსირებულ წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის იმპულსი შემთხვევითი სიდიდეა, დროის ინტერვალში სიჩქარის იმპულსების რაოდენობა დამოუკიდებელ ნაზრდებიანი პროცესია. განვითარებული მათემატიკური თეორია იძლევა წერტილში, დროის მოცემულ მომენტში სიჩქარის გამოსახულების მიღების საშუალებას, რომელიც წარმოიდგინება ფუნქციონალურ სივრცეში მნიშვნელობების მქონე შემთხვევითი პროცესის წრფივი ფუნქციონალის სახით. შესაბამისად იგება სტოქასტური დიფერენციალური განტოლება ტურბულენტური მოძრაობის აღსაწერად.
ამ თემატიკასთან დაკავშირებით იხილეთ აგრეთვე ([9, 10], სამეცნიერო ფორუმები საქართველო-

ში; [7], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში).

მიმართულება 4

მიმდინარე წელს განხილული და შესწავლილი იქნა სამეცნიერო-კვლევითი გეგმით გათვალისწინებული შემდეგი ამოცანები:

4.1. აგებულია და შესწავლილია არაწრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემების ამოხსნის პარალელური იტერაციული მეთოდების ერთი კლასი. განვიხილოთ არაწრფივ განტოლებათა სისტემა

$$F(X)=0\,, \tag{1}$$

სადაც $X=(x_1,\dots,x_n)\in R^n$, ხოლო $F:R^n\to R^n$, $F(X)=(f_1(X),\dots,f_n(X))$.

$F(X)$ ფუნქციის აპროქსიმაცია მოვახდინოთ აფინური ასახვით $L(X)=C+AX$, სადაც $C=(c_1,\dots,c_n)\in R^n$, ხოლო A მატრიცას აქვს სახე:

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & \cdots & a_n^1\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ a_1^n & a_2^n & \cdots & a_n^n\end{pmatrix}. \tag{2}$$

ამასთან, C ვექტორი და A მატრიცა უნდა შეირჩეს ისე, რომ შესრულდეს პირობები:

$$F(X^j)=L(X^j),\quad j=\overline{0,n},$$

სადაც $X^j=\left(x_1^j,\dots,x_n^j\right)$ მოცემული წერტილებია R^n სივრციდან.

განვიხილოთ ის შემთხვევა, როდესაც A დიაგონალური მატრიცაა:

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & a_n^n\end{pmatrix},\quad L(X)=\left(l_1(X),\dots,l_n(X)\right),$$

ამ შემთხვევაში თითოეული $f_i(X)$ ფუნქცია შეიცვლება წრფივი ფუნქციით $l_i(X)=c_i+a_i^i x_i$. ამასთან, c_i, a_i^i, $i=\overline{1,n}$, რიცხვები უნდა შეირჩეს პირობებიდან:

$$l_i(X^j)=f_i\left(X^j\right),\quad j=0{,}1;\ i=\overline{1,n}.$$

ან ვექტორული სახით: $L(X^j)=F(X^j),\quad j=0{,}1$.

მტკიცდება, რომ გარკვეულ პირობებში ასეთი აფინური ასახვა არსებობს და ერთადერთია (იხ. [8], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში).

ამის შემდეგ (1) განტოლებათა სისტემა იცვლება წრფივ ალგებრულ განტოლებათა სისტემით

$$L(X)=C+AX=0.$$

(1) განტოლებათა სისტემის ფესვი აღვნიშნოთ X^*-ით. ვთქვათ, ცნობილია ფესვის 2 მიახლოება $X^{(k-1)},X^{(k)}$. მაშინ C ვექტორსა და A მატრიცას განვსაზღვრავთ პირობებიდან $L(X^{(j)})=F(X^{(j)})$, $j=k-1,k$. მაშინ ამონახსნის (k+1)-ე მიახლოება გამოითვლება შემდეგი განტოლებიდან

$$A^{(k)}X^{(k+1)}+C^{(k)}=0.$$

გავითვალისწინოთ, რომ $A^{(k)}X^{(k)} + C^{(k)} = F\left(X^{(k)}\right)$. მაშინ მივიღებთ

$$A^{(k)}\left(X^{(k+1)} - X^{(k)}\right) = -F\left(X^{(k)}\right).$$

უკანასკნელი ტოლობიდან შეიძლება დავწეროთ იტერაციული ალგორითმი ცხადი სახით:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} - \frac{x_i^{(k-1)} - x_i^{(k)}}{f_i(X^{(k-1)}) - f_i(X^{(k)})} f_i(X^{(k)}), \quad i = 1,\dots,n, \quad k = 0,1,\dots. \qquad (2)$$

ცხადია, რომ (2) ალგორითმი წარმოადგენს პარალელურ იტერაციულ ალგორითმს.

გარკვეული პირობების შესრულების შემთხვევაში მტკიცდება (იხ. [8], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში), რომ (2) იტერაციული ალგორითმი კრებადია (1) განტოლების X^* ამონახსნისაკენ და ადგილი აქვს შეფასებას:

$$\left\| X^* - X^{(k)} \right\| \le \eta_0 \left(\frac{8}{9} h_0 \right)^{w_k - 1}, \quad k = 1,2,\dots,$$

სადაც $w_0 = 0,\ w_1 = w_2 = 1, \quad w_i = w_{i-1} + w_{i-2}, \quad i = 3,4,\dots,$ – ფიბონაჩის რიცხვებია, ხოლო η_0 და $h_0 < \dfrac{1}{4}$ გარკვეული მუდმივებია.

ჩატარებული იქნა რიცხვითი ექსპერიმენტები, რომლებმაც დაადასტურეს მოყვანილი ალგორითმის ეფექტურობა.

4. 2. განხილულია არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა ერთგანზომილებიანი სითბოგამტარებლობის (დიფუზიის) განტოლებისათვის: $\overline{D} = \{(x,t)\,|\,0 \le x \le l, \quad 0 \le t \le T\}$ არეში ვიპოვოთ ფუნქცია

$$u(x,t) = \begin{cases} u^-(x,t), & if \quad 0 \le x \le c, \quad 0 \le t \le T \\ u^+(x,t), & if \quad c \le x \le l, \quad 0 \le t \le T \end{cases} \qquad (1)$$

სადაც $0 < c < l$, $u^-(c,t) = u^+(c,t)$, $0 \le t \le T$. $u(x,t)$ აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\frac{\partial u^-}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 u^-}{\partial x^2} - q_1 u^- + f^-(x,t), \quad 0 < x < c,\ 0 < t \le T, \qquad (2_1)$$

$$\frac{\partial u^+}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u^+}{\partial x^2} - q_2 u^+ + f^+(x,t), \quad c < x < l,\ 0 < t \le T, \qquad (2_2)$$

$$\begin{aligned} &u^-(x,0) = u_0^-(x), \quad 0 \le x \le c, \\ &u^+(x,0) = u_0^+(x), \quad c \le x \le l, \end{aligned} \qquad (3)$$

$$u^-(0,t) = u_1^-(t),\ u^+(l,t) = u_1^+(t),\ 0 \le t \le T, \qquad (4)$$

და არალოკალურ საკონტაქტო პირობას

$$\begin{aligned} u^-(c,t) = u^+(c,t) = u_c(t) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i^- u^-\left(c_i^-, t\right) + \\ + \sum_{j=1}^{n} \alpha_j^+ u^+\left(c_j^+, t\right) + \varphi_0(t), \quad 0 \le t \le T, \end{aligned} \qquad (5)$$

სადაც $0 < c_m^- < \dots < c_1^- < c < c_1^+ < \dots c_n^+ < l$,

$$\alpha_i^- > 0,\ i = \overline{1,m}, \quad \alpha_j^+ > 0,\ j = \overline{1,n}, \quad \sum_{i=1}^{m} \alpha_i^- + \sum_{j=1}^{n} \alpha_j^+ \le 1; \qquad (6)$$

$f^-(x,t),\ f^+(x,t),\ u_0^-(x),\ u_0^+(x),\ u_1^-(t),\ u_1^+(t),\ \varphi_0(t)$ ცნობილი, საკმაოდ გლუვი ფუნქციებია. a_1^2, a_2^2

მუდმივები სითბოგამტარებლობის (დიფუზიის) კოეფიციენტებს წარმოადგენს, $q_1 = const > 0$, $q_2 = const > 0$.

(2)-(5) ამოცანას ვუწოდოთ არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა სითბოს განტოლებისათვის. ჩვენი მიზანია გამოვიკვლიოთ (2)-(5) ამოცანა და ავაგოთ მისი რიცხვითი ამოხსნის ალგორითმი.

გარკვეულ პირობებში მტკიცდება, რომ (2)-(5) ამოცანის ამონახსნი არსებობს, ერთადერთია და აგებულია იტერაციული პროცესი, რომელიც იკრიბება ამონახსნისკენ უსასრულოდ კრებადი გეომეტრიული პროგრესიის სიჩქარით. ამასთან აღნიშნულ ალგორითმს საწყისი არაკლასიკური ამოცანა დაყავს კლასიკური ამოცანების მიმდევრობის ამოხსნაზე.

თეორემა 1. თუ (2)-(5) ამოცანის რეგულარული ამონახსნი არსებობს და (6) პირობა სრულდება, მაშინ ეს ამონახსნი ერთადერთია.

(2)-(5) ამოცანის ამონახსენის საპოვნელად განვიხილოთ შემდეგი იტერაციული პროცესი:

$$\left[\frac{\partial u^-}{\partial t}\right]^{(k)} = a_1^2\left[\frac{\partial^2 u^-}{\partial x^2}\right]^{(k)} - q_1\left[u^-\right]^{(k)} + f^-(x,t),$$

$$0 < x < c,\ 0 < t \le T\ , \tag{7$_1$}$$

$$\left[\frac{\partial u^+}{\partial t}\right]^{(k)} = a_2^2\left[\frac{\partial^2 u^+}{\partial x^2}\right]^{(k)} - q_2\left[u^+\right]^{(k)} + f^+(x,t),$$

$$c < x < l,\ 0 < t \le T\ , \tag{7$_2$}$$

$$\begin{aligned}&\left[u^-(x,0)\right]^{(k)} = u_0^-(x), \quad 0 \le x \le c,\\ &\left[u^+(x,0)\right]^{(k)} = u_0^+(x), \quad c \le x \le l,\end{aligned} \tag{8}$$

$$\left[u^-(0,t)\right]^{(k)} = \left[u_1^-(t)\right]^{(k)}, \left[u^+(l,t)\right]^{(k)} = \left[u_1^+(t)\right]^{(k)},$$

$$0 \le t \le T\ , \tag{9}$$

და არალოკალური საკონტაქტო პირობა

$$\begin{aligned}&\left[u^-(c,t)\right]^{(k)} = \left[u^+(c,t)\right]^{(k)} = \left[u_c(t)\right]^{(k)} =\\ &= \sum_{i=1}^{m}\alpha_i^-\left[u^-\left(c_i^-,t\right)\right]^{(k-1)} + \sum_{j=1}^{n}\alpha_j^+\left[u^+\left(c_j^+,t\right)\right]^{(k-1)} +\\ &+ \varphi_0(t), \quad 0 \le t \le T,\end{aligned} \tag{10}$$

სადაც $k = 0,1,2,\ldots$ და

$$\begin{aligned}&\left[u^-\left(c_i^-,t\right)\right]^{(-1)} = 0, \quad i = \overline{1,m}.,\\ &\left[u^+\left(c_j^+,t\right)\right]^{(-1)} = 0, \quad j = \overline{1,n}.\end{aligned} \tag{11}$$

სამართლიანია შემდეგი თეორემა.

თეორემა 2. თუ არსებობს (2)-(5) ამოცანის რეგულარული ამონახსენი და (6) პირობა სრულდება, მაშინ (7)-(11) იტერაციული პროცესი კრებადიაამ ამონახსნისაკენ უსასრულოდ კრებადი გეომეტრიული პროგრესიის სიჩქარით.

შენიშვნა 1. (7)-(11) იტერაციულ ალგორითმი საშუალებას იძლევა (2)-(5) არაკლასიკური ამოცანის ამოხსნა დავიყვანოთ კოში-დირიხლეს კლასიკური ამოცანების მიმდევრობის ამოხსნაზე. ამ ალგორითმის რეალიზაცია შესაძლებელია პარალელურ პროცესორებიან გამოთვლით

სისტემებზე. შევნიშნოთ, რომ თავის მხრივ, მიღებული კლასიკური ამოცანებიც შეიძლება ამოხსნილ იქნეს პარალელური ალგორითმების მეშვეობით.

თორემა 3. თუ $f^{-}(x,t)\equiv 0$ და $f^{+}(x,t)\equiv 0$, ხოლო $u_0^{-}(x), u_0^{+}(x), \quad u_1^{-}(t), \quad u_1^{+}(t), \varphi_0(t)$ ცნობილი, საკმაოდ გლუვი ფუნქციებია, მაშინ არსებობს (2)-(5) ამოცანის რეგულარული ამონახსენი.

შენიშვნა 2. ცვლადთა განცალების (ფურიეს) მეთოდის საშუალებით შეიძლება დამტკიცდეს (2)-(5) ამოცანის რეგულარული ამონახსნის არსებობა იმ შემთხვევაშიც, როცა $f^{-}(x,t)\neq 0$ და $f^{+}(x,t)\neq 0$.

წარმოდგენილ ნაშრომებში (იხ. [9], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში; [7], სტატიები, პუბლიკაციები საქართველოში) განხილული მეთოდების საილუსტრაციოდ ამოხსნილია კონკრეტული ამოცანები.

4.3. შესწავლილია პროგრამული კომპლექსებისათვის შემადგენელი ნაწილების ვერიფიკაცია პროგრამების პარალელური ბუნების გათვალისწინებით. აღნიშნული პრობლემის გადაწყვეტის მიზნით გამოყენებული იქნა ვერიფიკაციის ცნობილი მეთოდი MODEL CHECKING ტემპორალური ლოგიკებისა და კრიპკეს სტრუქტურების გათვალისწინებით. მოხდა ამ მეთოდის ადაპტაცია კონკრეტული ამოცანათა ტიპისა და პარალელური დამუშავების თავისებურებების გათვალისწინებით.

სხვადასხვა ტიპის მათემატიკური მოდელებისათვის პარალელური თვლის აგება და დამუშავება წარმოადგენს მნიშვნელოვან პრობლემას. აღსანიშნავია რომ ამ ალგორითმების პროგრამული რეალიზაცია შესაძლებელია თანამედროვე სუპერკომპიუტერებზე ან კლასტერებზე. ამასთან მიღებული პროგრამული პროდუქტის საიმედოობისათვის დიდი მნიშვნელობა ენიჭება აღნიშნული პროგრამების ვერიფიკაციას მათი პარალელური ბუნების გათვალისწინებით, რაც ტრადიციულ ვერიფიკაციასთან შედარებით ქმნის დამატებით სირთულეებს.

ბოლო დროს დიდი მნიშვნელობა ენიჭება პროგრამების საიმედოობას, რაც საშუალებას იძლევა თავიდან ავიცილოდ როგორც ეკონომიკურ-მატერიალური დანაკარგები.

ბოლო დროის მიღებული შედეგებიდან აღსანიშნავია მიმართულება MODEL CHECKING, რომელიც დღეისათვის წარმოადგენს ერთადერთ პრაქტიკულად ღირებულ მიმართულებას. მაგრამ პარალელური პროგრამების ვერიფიკაცია ამ სისტემისათვისათ არ არის ჯერჯერობით რეალიზებული. ამიტომ ჩვენს მიერ ჩატარებული კვლევები მოცემული ტიპის ამოცანებისათვის აგებული პარალელური პროგრამების ვერიფიკაციასთან დაკავშირებით მეტად აქტუალურია და პრაქტიკულად მნიშვნელოვანია.

ტრადიციულად, მონაცემთა დამუშავების პარალელური ალგორითმები ეფუძნება შემდეგ იდეას: რომელიღაც პრინციპის მიხედვით (მაგალითად, ბირთვების რაოდენობის, თითოეულ პროცესორზე ძირითადი ოპერაციების შესრულების დროს და სხვ.) დაიყოს მთლიანი წარმოდგენილი ინფორმაცია ნაწილებად და შემდეგ თითოეული ნაწილი დამუშავდეს ცალკეულ ბირთვზე (ან პროცესორზე).

ინფორმაციის ნაწილებად დაყოფას სჭირდება საკმაოდ დიდი დრო და ეს პროცესი ყოველთვის არ ხდება ოპტიმალურად. კომპიუტერის ბირთვების მოცდენა უნდა იყოს მინიმუმამდე დაყვანილი. ყოველთვის როდი ხდება ოპტიმალური დაყოფის შერჩევა (ან/და ალგორითმის შეცვლა მუშაობის დროს).

ჩვენს მიერ შემოთავაზებული პარალელური ალგორითმის (იხ. [8], სტატიები, პუბლიკაციები საქართველოში) ძირითადი პრინციპია: მონაცემთა დაყოფა ნაწილებად და ბირთვებზე დამუშავება უნდა მოხდეს პარალელურად, რითაც ბირთვების მოცდენა მინიმუმამდე იქნება დაყვანილი. აღნიშნულ სტატიაში განხილულია ამ პრინციპზე მოქმედი ორი ალგორითმი - დახარისხების (“Small Delay”) და მატრიცების გამრავლების ტრანსპონირებული ლენტური ალგორითმის განვითარება.

დახარისხების ალგორითმი - ეს არის სიაში ელემენტების დალაგების, მოწესრიგების ალგორითმი. დახარისხების ამოცანამ წარმოშვა დიდი რაოდენობის განსხვავებული მეთოდები, მაგრამ არ არსებობს „უნივერსალური“, საუკეთესო ალგორითმი. საუკეთესოს არჩევა ძირითადად ხდება 4 პარამეტრით: დახარისხების დრო, მეხსიერების რაოდენობა, მდგრადობა და ბუნებრივი ქცევა.

ჩვენს მიერ შეთავაზებული ალგორითმის სიახლე მდგომარეობს იმაში, რომ მასივის დაშლა და დახარისხება ხდება პარალელურ რეჟიმში და ეს შესაძლებელია იმით რომ რომ ბირთვზე დახარისხება იწყება მცირეოდენი დაგვიანებით ვიდრე წინა ბირთვზე. დროის მოგება განპირობებულია იმით, რომ არ ხდება დაყოვნება მასივის ქვემასივებად დაყოფისათვის.

ამ პარალელური ალგორითმის გამოყენება შეიძლება სხვადასხვა სფეროში, მათ შორის ავტომატური თარგმნისას სიტყვების მორფოლოგიური ანალიზისათვის (იხ. [9], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში). ჩვენს მიერ შეთავაზებული ალგორითმი იყენებს ჩვენივე შემუშავებული ინფორმაციის პარალელური დამუშავების ოპტიმალურ ალგორითმს. გამოიყენება ძირითადი ფორმულა:

$$K \approx (W^*M-L)/ V,$$

სადაც M - ბირთვების (ან პროცესორების) რაოდენობაა , L - ბირთვებზე ელემენტების (სიტყვების) გადაცემის დროა, V - ბირთვზე ერთი ოპერაციის (მორფოლოგიური ანალიზის) შესრულების დრო, W- შემდეგ დასამუშავებელ ელემენტზე (სიტყვაზე) გადასვლის დრო (ძალიან მცირე), K- ბირთვებზე გადასაცემი ელემენტების (სიტყვების) რაოდენობა. K-ს ოპტიმალური არჩევა წარმოადგენს ალგორითმის ძირითად ნაწილს.

4. 4. მიმდინარე საანგარიშო წელს გამოქვეყნდა მონოგრაფია „ინფორმაციის ფიზიკა” (იხ. [1], მონოგრაფიები, პუბლიკაციები საქართველოში), რომელიც ძირითადად ეყრდნობა ავტორის მეცნიერული კვლევის შედეგებს სხვადასხვა მიმართულებით, რომლებშიც წამყვანი როლი მიეკუთვნება კოდირების თეორიას. ნაშრომი წარმოადგენს ამ თეორიის გამოყენების მცდელობას ისეთ მომიჯნავე მეცნიერებებში, როგორებიცაა კონფლიქტების მართვის ინფორმაციული მოდელი, სწავლების პროცესის მართვის ინფორმაციული მოდელი, ცოდნის ათვისების ორგანიზაციისა და მართვის ინფორმაციული მოდელი, სისტემის ახალი განმარტება და ცოდნის წარმოდგენა სისტემური მიდგომის საფუძველზე, სახეთა ამოცნობის კონსტრუქციული მეთოდი, ინფორმაცია და პოტენციალი და მრავალი სხვა საკითხი.

პირველ თავში განხილულია ახალი მიმართულების - ინფორმაციის ფიზიკის დაფუძნება. განმარტებულია ინფორმაციის სრული დიფერენციალი და შენახვის კანონი, აგრეთვე ინფორმაციის იმპულსის შენახვის კანონიც.

მეორე - მეექვსე თავებში მოცემულია კოდირების თეორიის საკითხები, რომლებსაც განვიხილავთ როგორ ინფორმაციის კვანტურ მექანიკას. იგი სწავლობს ინფორმაციის კვანტების მოძრაობას გადაცემისა და დამუშავების პროცესში.

მეშვიდე თავში დამუშავებულია კრიპტოგრაფიული სისტემების აგების მეთოდები. აქ ყურადღება გამახვილებულია კავშირის არხში დაშიფრული ინფორმაციის დაცვაზე კრიპტოანალიტიკოსის ღია ტექსტით თავდასხმის შემთხვევაში. სქემებში არაწრფივი ელემენტის შემოტანით მიღწეულია მაღალი მდგრადობა ღია ტექსტით თავდასხმის წინააღმდეგ.
მერვე თავში ნაჩვენებია ინფორმაციისა და კოდირების თეორიის განსაკუთრებული უნარი ბუნებაში მიმდინარე მრავალი მოვლენის ერთიანი მიდგომით ახსნის შესაძლებლობით. დასაბუთებულია თერმოდინამიკაში ენტროპიის კლასიკურ გაგებასა და ინფორმაციის თეორიაში ენტროპიული ფუნქციის შენონისეული გააზრების იდენტურობა.
მეცხრე თავი ეძღვნება პრაქტიკული ამოცანების შესწავლას კოდირების თეორიის გამოყენებით.
მიმართულება 4-ის პრობლემატიკას მიეძღვნა აგრეთვე მოხსენებები სამეცნიერო ფორუმებზე (იხ. [12 - 14], სამეცნიერო ფორუმები საქართველოში; [8, 10], სამეცნიერო ფორუმები უცხოეთში).

I. 3. შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული სამეცნიერო-კვლევითი პროექტები (ეხება როგორც უმაღლეს საგანმანათლებლო დაწესებულებებს, ისე მასთან არსებულ დამოუკიდებელ სამეცნიერო-კვლევით ინსტიტუტებსა და სსიპ სამეცნიერო-კვლევით ინსტიტუტებს).

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	დამფინანსებელი ორგანიზაცია	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
1	2	3	4	5
1	ურთიერთკავშირი ნიშნებსა და გადანაცვლებებს შორის ვექტორთა კომპაქტურ შეჯამებაში: თეორია და გამოყენებები. მათემატიკა.	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი. საგრანტო ხელშეკრულება FR / 539/5-100/13	ს. ჩობანიანი	ვ.ტარიელაძე, ვ. კვარაცხელია, გ. ჭელიძე, გ. გიორგობიანი, მ. ნიკოლეიშვილი.

დასრულებული პროექტის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე)

პროექტი №1

პროექტი დასრულდა 2017 წელს. მასში განხილულია ვექტორული შესაკრებების გადანაცვლების კვლევის მათემატიკურ მეთოდებთან დაკავშირებული ფუნდამენტური და გამოყენებითი

ამოცანები.

ფუნდამენტურ ამოცანებში: დავატკიცეთ რიგი ახალი მაქსიმალური უტოლობებისა, რომლებიც გამოიყენება ფურიეს მწკრივების კრებადობის საკითხებში (კოლმოგოროვ-გარსიას დიდი ხნის გადაუჭრელი ჰიპოთეზა და ულიანოვის პრობლემა), ასევე ნორმირებულ სივრცეში პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის დახასიათების ტრადიციულ ამოცანაში. ამ მიმართულებით ძირითადი მიზნები იყო:

1. **მაქსიმალური უტოლობები.**
   a) დამტკიცებულია გარსია-ნიკიშინის ტიპის მაქსიმალური უტოლობები ჩვენ მიერ შემუშავებული მეთოდით. მეთოდს გააჩნია მთელი რიგი უპირატესობები: მისი საშუალებით დამტკიცებულ მაქსიმალურ უტოლობებში შემავალი მუდმივები ოპტიმალურია, უტოლობები უშვებს უშუალო განზოგადოებებს ვექტორულ, ფუნქციურ და ვექტორ-ფუნქციურ შემთხვევებში.
   b) შესწავლილია ყველა იმ გადანაცვლებების სიმრავლე, რომელიც ნიკიშინის ამოცანაში ზომით კრებად მწკრივს გადაიყვანს თითქმის ყველგან კრებად მწკრივში. გარსიას ცნობილი თეორემა ფურიეს მწკრივის თითქმის ყველგან კრებადობის შესახებ, არის ნიკიშინის თეორემის კერძო შემთხვევა.
   c) მიღებულია მაქსიმალური უტოლობა გადანაცვლებადი შემთხვევითი სიდიდეებისათვის, რომელიც აუმჯობესებს გარსიას, მორეს და პიზიეს, ჩობანიანის და სალეხის, და, აგრეთვე, ლევენტალის ცნობილ შედეგებს.
   d) შესწავლილია ერთი სუსტი ტიპის უტოლობის სამართლიანობის საკითხი. აგებულია შესაბამისი კონტრმაგალითები, დამტკიცებულია მისი შესუსტებული ვარიანტი.
2. **ფურიეს მწკრივების კრებადობის საკითხები.**
   a) განსაკუთრებით საინტერესოა გარსიას უტოლობა-ჰიპოთეზა (ღიაა 1970 წლიდან) და კოლმოგოროვის ჰიპოთეზა (ღიაა 1930-იანი წლებიდან). ჩვენი მეთოდი უშვებს გარსიას (უფრო ძლიერი) ჰიპოთეზის დამტკიცებას იმ შემთვევაში, როცა ორთონორმირებული სისტემა წარმოადგენს შემთხვევით სიდიდეთა გადანაცვლებად სისტემას. აგრეთვე, მიღებული გვაქვს მაქსიმალური უტოლობა, რომელმაც უნდა მოგვცეს გარსიას ჰიპოთეზის სამართლიანობის ბევრი სხვა შემთხვევა.
   b) შესწავლილია (σ, θ)-პირობის როლი ულიანოვის ამოცანაში. სიდონის თეორემის გამოყენებით მიღებულია რევეშის შემდეგი ცნობილი შედეგის ალტერნატიული დამტკიცება: არსებობს ისეთი უწყვეტი 2π-პერიოდული ფუნქცია, რომ მისი ტრიგონომეტრიული ფურიეს მწკრივი იკრიბება თანაბრად, მაგრამ რადემახერის პირობა არ სრულდება; უფრო მეტიც, არ სრულდება უფრო სუსტი (σ, θ)-პირობაც;

3. პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის დახასიათება.
   a) დადგინდა, რომ (σ, θ)-პირობა პირობით კრებადი მწკრივის ჯამთა სიმრავლის აფინურობას და ჩაკეტილობას იწვევს მეტრიზებადი ლოკალურად $\mathfrak{p}$-ამოზნექილი სივრცეებისათვის.
   b) დავამტკიცოთ ან უარვყოთ ჰიპოთეზა: თუ ბანახის X სივრცე ისეთია, რომ მის შეუღლებულ სივრცეში ნებისმიერი მწკრივის შესაძლო ჯამთა სიმრავლე X-ტოპოლოგიაში ემთხვე-

ვა სუსტ ტოპოლოგიაში ჯამთა სიმრავლეს, მაშინ X რეფლექსურია. ნაჩვენებია, რომ ჰიპოთეზა სწორია თუ X სეპარაბელურია და მცდარია თუ X არ არის სეპარაბელური.

c) ჩვენს მიერ ადრე დამტკიცებული იყო, რომ ყოველი ერთეულოვან მოდულიანი კომპლექსური $z \notin \{-1,1\}$ რიცხვისათვის მწკრივი $\sum z^n/n$ არის უნივერსალური $\mathbb{C}$-ში. ჩვენ დავამტკიცეთ, რომ არ არსებობს კვატერნიონი z, $|z| = 1$, რომლისთვისაც ანალოგიური მწკრივი იქნება უნივერსალური კვატერნიონების ველში.

d) დამტკიცდა, რომ სეპარაბელურ ბანახის სივრცეში ნებისმიერი მწკრივის ჯამთა სიმრავლე ყოველთვის არის ანალიზური სიმრავლე.

4. სხვა ამოცანები

a) ნაჩვენებია, რომ მეტრიზებადი ლოკალურად ამოზნექილი X სივრცე დუალურად c-მაკის სივრცეა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა X-ს გააჩნია შურის თვისება. აქედან, როგორც შედეგი, მიღებულია, რომ ბანახის რეფლექსური X სივრცე დუალურად c-მაკის სივრცეა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა X სასრულგანზომილებიანია.

b) დამტკიცებულია რომ უსასრულო განზომილებიანი ნორმირებული სივრცისათვის თავსებადი ლოკალურად ამოზნექილი ტოპოლოგიების ოჯახის სიმძლავერე არაა კონტინუუმის სიმძლავრეზე ნაკლები.

c) გაანალიზებულია უპირობო ბაზისიან ბანახის სივრცეში მწკრივთა უპირობო კრებადობის ზოგიერთი აუცილებელი და საკმარისი პირობა.

d) შემოტანილია სილვესტრისა და ადამარის მატრიცების რიცხვითი მახასიათებლები; მიღებულია მათი შეფასებები და განხილულია ამ მახასიათებლების ზოგიერთი გამოყენება.

გამოყენებებში: გავაუმჯობესეთ კომპაქტური ვექტორული შეჯამების ამოცანაში თითქმის საუკეთესო გადანაცვლების პოვნის ალგორითმი. ჩვენმა მეთოდმა, რომელიც ეყრდნობა გადატანის უტოლობას [S.Chobanyan and G.Giorgobiani, Lecture Notes in Math., 1391, 1989, 33-46], უკვე ჰპოვა მრავალი გამოყენება დაგეგმვის თეორიაში, მანქანურ სწავლებაში, სახეთა ამოცნობასა და შეუსაბამობათა (discrepancy) თეორიაში. ამ მიმართულებით:

a) ჩვენ ვიპოვეთ ოპტიმალურთან ახლოს მყოფი გადანაცვლების აგების ალგორითმი, რომლის სირთულე არის პოლინომიალური, არის „ხარბი“ ტიპის და უზრუნველყოფს სათანადო შეფასებას;

b) შექმნილია სპენსერის ალგორითმის ალტერნატიული ალგორითმი, რომლის სირთულე არის პოლინომიალური. ჩვენი გადატანის უტოლობის გამოიყენებით ამოცანა დაიყვანება ე.წ. „ნიშან- ალგორითმზე“, რომელიც სინამდვილეში არის მონტე-კარლოს მეთოდის ნაირსახეობა. მეთოდი იძლევა უკეთეს შედეგს, ვიდრე სპენსერის ცნობილი ალგორითმი;

c) ჩვენს თეორიულ შედეგს შესაკრებთა საუკეთესო გადანაცვლების პოვნის შესახებ აქვს გამოყენება დაგეგმვის თეორიის ამოცანაში. ამოცანა დაგვყავს კომპაქტური ვექტორული შეჯამების ამოცანაზე. თავის მხრივ გადატანის ლემით ამოცანა დაიყვანება ნიშნების შერჩევის ამოცანაზე.

ჩვენი სამეცნიერო აქტივობა ასახულია 8 სამეცნიერო სტატიაში. მათგან 7 ნაშრომი უკვე გამოქვეყნდა, 1 მიღებულია გამოსაქვეყნებლად, საერთაშორისო სამეცნიერო რეფერირებად ჟურნალებში.

1 მონოგრაფია გადაცემულია გამოსაქვეყნებლად (J. Math. Sci., Springer). მიღებული შედეგები წარდგენილი იყო 9 მოხსენების სახით საერთაშორისო კონფერენციებზე. პროექტის ფარგლებში მიღებულ შედეგებს შეიძლება აგრეთვე გაეცნოთ შუალედურ და საბოლოო ანგარიშებში.

I. 4.

№	პროექტის დასახელება მეცნიერების დარგისა და სამეცნიერო მიმართულების მითითებით	დამფინანსებელი ორგანიზაცია	პროექტის ხელმძღვანელი	პროექტის შემსრულებლები
1	შერეული ტიპის მარკოვული და ნახევრადმარკოვული რიგების სისტემები ინფოკომუნიკაციური ქსელების საიმედოობრივი დაგეგმვის ამოცანებში. მათემატიკა; მათემატიკური მოდელირება, გამოთვლითი მეთოდები, პარალელური დაპროგრამება	შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი. საგრანტო ხელშეკრულება FR/312/4-150/14	ჰ. მელაძე	პროექტის შემსრულებლები არიან აგრეთვე ტექნიკური უნივერსიტეტის სხვა სტრუქტურული ერთეულების თანამშრომლები.
2				

გარდამავალი (მრავალწლიანი) პროექტის ეტაპის ძირითადი თეორიული და პრაქტიკული შედეგების შესახებ ვრცელი ანოტაცია (ქართულ ენაზე) პროექტის კვლევის ობიექტია რთული, ტერიტორიულად განაწილებული სატელეკომუნიკაციო სისტემა, რომელიც შედგება ერთმანეთის იდენტური ძირითადი და სარეზერვო , არასაიმედო აღდგენადი ელემენტებისაგან. სისტემაში მოქმედებენ მტყუნებული ძირითადი ელემენტის სარეზერვოთი ჩანაცვლების და მტყუნებული (ძირითადი ასევე სარეზერვო) ელემენტის აღდგენის (რემონტის) ორგანოები (არხები). <u>პროექტის ამოცანა 1</u> ეძღვნება ზემოაღწერილი ობიექტის მარკოვული (ექსპონენტური) მოდელების აგებასა და გამოკვლევას იმ შემთხვევაში, როცა ძირითადი ელემენტების რაოდენობა უსასრულოა ($m = \infty$). აგებულია ობიექტის ექსპონენტური მოდელი იმ შემთხვევაში, როცა სისტემაში მოქმედებს ერთი ჩანაცვლების არხი ($k = 1$), ხოლო აღდგენის ორგანოების რაოდენობა ნებისმიერია ($l \in \mathbb{N}$). წინა შემთხვევის ანალოგიურად ესაა წრფივი დიფერენციალური განტოლებების უსასრულო სისტემა,

რომელიც სტაციონალურ მდგომარეობაში გვაძლევს წრფივ ალგებრულ განტოლებათა უსასრულო სისტემას. შემოთავაზებულია ამ სისტემის ამოხსნის სრულიად ახალი, ორიგინალური მეთოდი, რაც გარკვეული თვალსაზრისით გამოიყენება ზემოთ აღწერილი ტიპის ნებისმიერი უსასრულო სისტემის ამოსახსნელად. ამ მეთოდის ეფექტიანობის დასადასტურებლად შემუშავებულია მისი ამოხსნის ალგორითმი და კომპიუტერული პროგრამა. ჩატარებული კომპიუტერული გამოთვლები ადასტურებს შემუშავებული მეთოდის მაღალ ეფექტიანობას.

<u>პროექტის ამოცანა 2</u> ეძღვნება ზემოხსენებული ობიექტის ნახევრადმარკოვული მოდელების აგებასა და გამოკვლევას. ასეთი მოდელების აგება, განსაკუთრებით კი მათი გამოკვლევა, გაცილებით რთული პრობლემაა როგორც საიმედოობის მათემატიკური თეორიის და რიგების თეორიის ფარგლებში, ასევე მთლიანად თანამედროვე მათემატიკის ფარგლებში. ნახევრადმარკოვული მოდელების გამოკვლევა შესაძლებელია მხოლოდ სისტემის საწყის პარამეტრებზე (m, n, k, l მთელი არაუარყოფითი რიცხვები) და საწყის დროით მახასიათებლებზე მკაცრი შეზღუდვების პირობებში. განსაკუთრებით არსებითი მნიშვნელობა აქვს ჩანაცვლების შემთხვევითი დროისა და აღდგენის შემთხვევითი დროის, როგორც შემთხვევითი სიდიდეების F და G განაწილებათა ფუნქციების არჩევას, სახელდობრ, ცნობილია რომ მეტნაკლებად პერსპექტიული მოდელის აგება შემდგომი გამოკვლევისა და გამოყენების თვალსაზრისით, შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, როცა აღნიშნული ფუნქციებიდან მხოლოდ ერთია ზოგადი სახის (ამ დროს მეორე უნდა იყოს ექსპონენტური).

ამავე დროს, როცა F ზოგადია, მაშინ ჩანაცვლების ორგანოთა რაოდენობა უნდა იყოს 1 (იგივე ეხება შემთხვევას, როცა ზოგადია G ფუნქცია).

აგრეთვე აგებულია საცდელი ნახევრადმარკოვული მოდელი შემდეგ პირობებში: $\boldsymbol{m = \infty, n \in \mathbb{N}, G}$ ფუნქცია ნებისმიერია, წანაცვლების ოპერაცია მყისიერია. მიღებული მოდელი წარმოადგენს შემდეგი ტიპის განტოლებათა უსასრულო სისტემას. პირველი არის ინტეგრო-დიფერენციალური განტოლება. შემდეგია პირველი რიგის, წრფივ კერძო წარმოებულიან დიფერენციალურ განტოლებათა უსასრულო სისტემა, არაკლასიკური, არალოკალური სასაზღვრო პირობებით. სასაზღვრო პირობები, თავის მხრივ, მოცემულია ინტეგრალურ დამოკიდებულებათა უსასრულო სისტემის სახით. მოდელის გამოკვლევა მომდევნო საანგარიშო პერიოდებშია განზრახული.

მიღებული შედეგების ერთი ნაწილი გამოქვეყნებულია სამეცნიერო ნაშრომების სახით (იხ. [10], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში; [5], სტატიები, პუბლიკაციები საქართველოში).

ნაშრომი ([10], სტატიები, პუბლიკაციები უცხოეთში) შეეხება სტრუქტურული მართვის პრობლემას ნებისმიერი ტერიტორიულად განაწილებული დარეზერვებული სისტემებისთვის, რომლებიც შედგება არასაიმედო აღდგენადი კომპონენტებისაგან. შემოთავაზებულია ზემოხსენებულ სისტემებში დეგრადაციისა და მისი კომპენსირების პროცესების ურთიერთქმედების მათემატიკური მოდელები და ჩატარებულია მათი გამოყენებების ნაწილობრივი ანალიზი. ეს მოდელები წარმოადგენს ღია და ჩაკეტილ სპეციალური ტიპის რიგის სისტემებს ორი პარალელური მომსახურების ოპერაციისათვის - ჩანაცვლება და აღდგენა (რემონტი). დასმულია აღნიშნული სისტემების ოპტიმიზაციის ამოცანა ეკონომიკური კრიტერიუმებით. განხილულია მისი ამოხსნის შესაძლო გზები.

ნაშრომში ([5], სტატიები, პუბლიკაციები საქართველოში) განხილულია მრავალკომპონენტიანი დარეზერვებული სისტემა, რომელიც შედგება არასაიმედო, აღდგენადი ელემენტებისაგან. ამ სის-

ტემაში სრულდება მომსახურების ორი პარალელური ოპერაცია: 1) მტყუნებული ელემენტის ჩანაცვლება სარეზერვოთი; 2) მტყუნებული ელემენტის აღდგენა. ჩანაცვლებისა და რემონტის ორგანოთა რაოდენობები ნებისმიერია. აგებულია რიგების ღია ექსპონენტური მოდელი საკვლევი სისტემის საიმედოობისა და ეფექტიანობის ანალიზისათვის. ის წარმოადგენს ჩვეულებრივ წრფივ დიფერენციალურ განტოლებათა უსასრულო სისტემას. მისგან სტაციონარულ მდგომარეობაში მიღებულია წრფივ ალგებრულ განტოლებათა უსასრულო სისტემა. ამჟამად მიმდინარეობს ამ სისტემის გამოკვლევა. პროექტის ფარგლებში მიღებულ შედეგებს გამოქვეყნებული სტატიების გარდა შეიძლება გაეცნოთ შუალედური ანგარიშების მასალებში (სულ შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდში წარდგენილია 4 შუალედური ანგარიში).

II. 1. პუბლიკაციები (საქართველოს სახელმწიფო ბიუჯეტით და/ან შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული კვლევითი პროექტის თემატიკის ფარგლებში)

ა) საქართველოში

სტატიები

№	ავტორი/ ავტორები	სტატიის სათაური, ჟურნალის/კრებულის დასახელება	ჟურნალის/ კრებულის ნომერი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	M. Zakradze, M.Kublashvili, Z. Sanikidze, N. Koblishvili	Investigation and numerical solution of some 3D internal Dirichlet generalized harmonic problems in finite domains. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute	171	Tbilisi, A. Razmadze Mathematical Institute	8
2	J. Giorgobiani	Long-term Inventory Control Problem for Cascade Systems.	v.10, no. 4, p.27 – 32. 2016.	Tbilisi, Georgian National Academy of Sciences	

		Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences			
3	D. Ugulava	Approximation in mean on homogeneous compact spaces. Transactions of A. Razmadze Mathematical Institute	v.171, 2, 2017	Tbilisi, A. Razmadze Mathematical Institute	8
4	T. Chantladze, Z. Kipshide, M. Nachkebia, D.Ugulava	Cryptographic System of high Stability. GESJ: Computer Science and Telecommunications	2(52), 2017,	თბილისი, საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი და საქართველოს საპატრიარქოს წმ. ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი	7
5	A. Prangishvili, H. Meladze, R. Kakubava, N. Svanidze	On Network Maintenance Problem. Open Markovian Queuing System with Bifurcation of Arrivals. Bulletin of the Georgian national Academy of sciences, Cybernetics	v. 11, no. 3, 2017	Georgian National Academy of Sciences	9
6	H. Meladze, T. Davitashvili	About one non-local contact problem for one dimensional heat equation. Reports of Enlarged Sessions of the Seminar of I. Vekua Institute of Applied Mathematics	v. 31, 2017	I. Vekua Institute of Applied Mathematics	4
7	H. Meladze, T. Davitashvili, I. Meladze	Nonlocal contact problem for nonhomogeneous second order ordinary differential equations.	ტ.13, 2017	ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემია	7

		ცხუმ-აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე (მიღებულია დასაბეჭდად)			
8	N. Archvadze, M.Pkhovelishvili, L. Shetsiruli	A new approach to constructing parallel algorithms. Electronic Scientific Journal: "Computer Sciences and Telecommunications"	3(53), 2017	Publisher: Georgian Technical University.	6

II. 2. პუბლიკაციები:
ბ) უცხოეთში

სტატიები

#	ავტორი/ ავტორები	სტატიის სათაური, ჟურნალის/კრებულის დასახელება	ჟურნალის/კრებულის ნომერი	გამოცემის ადგილი, გამომცემლობა	გვერდების რაოდენობა
1	D. Zarnadze, D. Ugulava	New mathematical models of computerized tomography based on SVD of Radon operator. „Information and Computer Technology, Modeling and Control“.	Chapter 29, 2017. https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=62205	Nova Science publishers, New York	10
2	G. Baghaturia, M. Menteshashvili	The numerical algorithm for the quasi-linear differential equation of mixed type. "Information and Computer Technology, Modeling and Control".	Chapter 25, 2017. https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=62205	Nova Science Publishers, New York	11
3	Á. Figula, M. Menteshashvili	On the Geometry of the Domain of the Solution of Nonlinear Cauchy Problem. „Lie Groups, Differential Equations, and Geometry"	Chapter 9, 2017	UNIPA Springer Series	17

4	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia, M. Menteshashvili.	Maximum Inequalities and their Applications to Hadamard Matrices. Proceedings of 11th Int. Conf. Comp. Sc. Inf. Tech. (CSIT 2017)	Proceedings CSIT 2017. p. 198 – 199. https://csit.am/2017/	Yerevan, Armenia, IIAP NAS RA	2
5	E. Martin-Peinador, A. Plichko, V. Tarieladze	Compatible locally convex topologies on normed spaces: cardinality aspects. Bull. Aust. Math. Soc.	96 2017, 139-145	Cambridge University Press	7
6	B. Mamporia	Stochastic Differential Equation Driven by the Cylindrical Wiener Process in a Banach space. Transactions of A. Razmadze Mathematical institute	171, 1	Production and Hosting by Elsevier B.V.	14
7	B. Mamporia	Process of Independent Increments in Turbulence. Inf. Comp. Tech., Modeling and Control. Proceedings of the Int. Sc. Conf. Devoted to the 85th Ann. of Acad. I.V. Prangishvili.	Chapter 51, 2017. https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=62205	Nova Science publishers, New York	10
8	T. Davitashvili, H. Meladze	Some Algorithms of Solving the Systems of Nonlinear Algebraic Equations on Parallel Computing Systems. "Information and Computer Technology, Modeling and Control".	Chapter 7. 2017 https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.php?products_id=62205	Nova Science publishers, New York	16
9	H. Meladze , T. Davitashvili N. Skhirtladze	About One Parallel Algorithm of Solving Non-Local Contact Problem for Parabolic Equations. Proceedings of 11th Int. Conf. Comp. Sc. Inf. Tech. (CSIT 2017)	Proceedings CSIT 2017. p. 328 – 331. https://csit.am/2017/	Yerevan, Armenia, IIAP NAS RA	5
10	A. Prangishvili, H. Meladze and R. Kakubava	Queuing Models for Large-Scale Technical Systems' Structural Control. „Information and	Chapter 26. 2017 https://www.novapublishers.com/catalog/product_info.ph	Nova Science publishers, New York	9

		Computer Technology, Modeling and Control".	p?products_id=62205		

I. 1. სამეცნიერო ფორუმების მუშაობაში მონაწილეობა (სახელმწიფო ბიუჯეტით და/ან შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტით დაფინანსებული კვლევითი პროექტის თემატიკის ფარგლებში)

ა) საქართველოში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მოხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
1	J. Giorgobiani, M. Nachkebia, G. Giorgobiani	Energy control issues	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
2	გ. ბაღათურია მ. მენთეშაშვილი.	მახასიათებელი ამოცანის არა-წრფივი ვარიანტები შერეული ტიპის მეორე რიგის კერძო-წარმოებულიანი დიფერენცი-ალური განტოლებისათვის.	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
3	M. Nikoleishvili, A. Nikoleishvili, V.Tarieladze	A generalization of a relation between means.	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
4	ს. ჩობანიანი	ვექტორთა კომპაქტური შეჯა-მების ამოცანები ალბათობის თეორიაში, ფუნქციონალურ ანალიზსა და გამოყენებით სტატისტიკაში	გაერთიანებული სემინარი ალბათობასა და სტატისტიკა-ში, 2017 წლის 8 მაისი, თსუ, მათემატიკის დეპარტამენტი.
5	G. Chelidze, G. Giorgobiani, V. Tarieladze.	Rearrangement theorem for the weak topology.	XXXI International Enlarged Ses-sions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics (VIAM) of Ivane Javakhisvili Tbilisi State University (TSU) Dedicated to the 110th Birthday Ann. of Academician Ilia Vekua , April 19–21, 2017. Tbilisi, Georgia. http://www.viam.science.tsu.ge/eng/enlrg

6	V. Kvaratskhelia, K. Ninidze, G. Chelidze	On an algorithm of finding sign-invariant pairs of elements in normed spaces	XXXI International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics (VIAM) of Ivane Javakhisvili Tbilisi State University (TSU) Dedicated to the 110th Birthday Ann. of Academician Ilia Vekua , April 19–21, 2017. Tbilisi, Georgia. http://www.viam.science.tsu.ge/eng/enlrg
7	V. Kvaratskhelia	Professor Revaz Absava - 70	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
8	V. Kvaratskhelia	A note on relationships between moments	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
9	B. Mamporia	Stochastic differential equations in a Banach space, mein directions and new method of development	XXXI International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics (VIAM) of Ivane Javakhisvili Tbilisi State University (TSU) Dedicated to the 110th Birthday Ann. of Academician Ilia Vekua , April 19–21, 2017. Tbilisi, Georgia. http://www.viam.science.tsu.ge/eng/enlrg
10	B. Mamporia	On stochastic differential equation driven by the cylindrical Wiener process	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
11	V. Tarieladze	Plenary talk: "Stefan Banach and Georgia (Dedicated to S. Banach's 125 birthday anniversary)"	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
12	H. Meladze, T. Davitashvili	About Nonlocal Contact Problems	VIII Annual Int. Conf. of the Georgian Mathematical Union. Batumi, 4 – 8 September, 2017 http://www.gmu.ge/Batumi2017/
13	T. Davitashvili, H. Meladze	Plenary talk: On Some Parallel Algorithms for Approximate	The Third International Conference on Applications of Mathema-

		Solution of Problems of Mathematical Physics	tics and Informatics in Natural Sciences and Engineering. Dedicated to the 80th Birthday of David Gordeziani, AMINSE 2017, December 6-9. http://www.viam.science.tsu.ge/aminse2017/plenary/
14	H. Meladze, T. Davitashvili	About One Non-Local Contact Problem for One Dimensional Heat Equation	XXXI International Enlarged Sessions of the Seminar of Ilia Vekua Institute of Applied Mathematics (VIAM) of Ivane Javakhisvili Tbilisi State University (TSU) Dedicated to the 110th Birthday Ann. of Academician Ilia Vekua , April 19–21, 2017. Tbilisi, Georgia. http://www.viam.science.tsu.ge/eng/enlrg

ბ) უცხოეთში

№	მომხსენებელი/ მომხსენებლები	მოხსენების სათაური	ფორუმის ჩატარების დრო და ადგილი
1	ე. აბრამიძე	ფენოვანი ელიფსოიდალური გარსების არაწრფივი დეფორმაციის ამოცანების რიცხვითი ამოხსნა დაზუსტებული თეორიის საფუძველზე	Caucasian Math. Conf., CMC II, Aug. 22-24, 2017, Van, Turkey
2	G. Giorgobiani, V. Kvaratskhelia, M. Menteshashvili	Maximum Inequalities and their Applications to Hadamard Matrices.	11th Int. Conf. Comp. Sci. Inf. Tech. (CSIT'2017), Sep. 25 – 29, 2017, Yerevan, Armenia, https://csit.am/2017/
3	G. Giorgobiani	Sum ranges and universal series in topological vector spaces.	Seminario, Dep. Geometría y Topología, Instituto de Matemática Interdisciplinar, Facultad de CC Matematicas. Complutense University of Madrid. Madrid, Spain, November 21 – 24, 2017
4	V. Tarieladze	On the sum range problem	Caucasian Math. Conf., CMC II, Aug. 22-24, 2017, Van, Turkey
5	V. Tarieladze	On two definitions of a protodiscrete groups	Jornada de Investigacion en Geometria y Topologia. Curso Avanza-

			do " Topologia en Grupos de Lie, espacios homogeneus y clases caracteristicas", Sep. 27-29, 2017, A Coruna, Spain
6	V. Tarieladze.	Plenary talk: "Stefan Banach's visit to Georgia and two problems posed by him"	Int. conf. Functional Analysis, dedicated to the 125th anniversary of S. Banach, Sep.18-23, 2017, Lviv, Ukraine
7	B. Mamporia	On stochastic differential equation in a Banach space	Caucasian Math. Conf., CMC II, Aug. 22-24, 2017, Van, Turkey
8	Н. Н. Арчвадзе, М. Г. Пховелишвили, Л. Д. Шецирули	Об одном алгоритме параллельной сортировки	System Analysis and Information Technologies 19-th Int. Conf. SAIT 2017. May 22 – 25, 2017, Kyiv, Ukraine http://sait.kpi.ua/media/filer_public/33/42/33422ad6-282e-4782-9551-0987a4e58286/sait2017ebook.pdf
9	N. Archvadze, M. Pkhovelishvili, L. Shetsiruli	Morphological Analysis of Words on Clusters (ru)	«Прикладная лингвистика в науке и образовании». Юбилейные чтения в честь 95-летия профессора Р.Г. Пиотровского
10	H. Meladze , T. Davitashvili, N.Skhirtladze	About One Parallel Algorithm of Solving Non-Local Contact Problem for Parabolic Equations	11th Int. Conf. Comp. Sci. Inf. Tech. (CSIT'2017), Sep. 25 – 29, 2017, Yerevan, Armenia, https://csit.am/2017/
11	V. Tarieladze	Characterizing sequences of countable subgroups of torus and LQC-Mackey problem	Seminario, Dep. Geometría y Topología, Instituto de Matemática Interdisciplinar, Facultad de CC Matematicas. Complutense University of Madrid. Madrid, Spain, November 21 – 24, 2017

დამატებითი ინფორმაცია

დასაბეჭდად მიღებული ნაშრომები:

1. J. Sanikidze, M. Kublashvili, M. Mirianashvili. On A Question Of Application Of Direct Computatinal Methods To Numerical Solution Of Singular Integral Equations With Cauchy Kernel (Applied Mathematics, Informatics and Mechanics).
2. S. Chobanyan, S. Levental. The transference inequality in rearrangements of orthogonal series (Georgian Math. J.).

3. F. Criado-Aldeanueva, T. Davitashvili, H. Meladze. On One Generalization of Contact Problem for Poisson's Equation in Rectangular Area. (International Journal of Computer Mathematics)

დასაბეჭდად გადაცემული ნაშრომები:

მონოგრაფია:

1. G. Giorgobiani. Rearrangements of Series. (J. Math. Sci., Springer, 123 p., 2017).

დოქტორანტების ხელმძღვანელობა:

1. ა. ყავრელიშვილი - "მომსახურების სფერის ბიზნეს-პროცესების მართვის ავტომატიზება". დოქტორის აკადემიური ხარისხი. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი (ხელმძღ. ჰ. მელაძე);
2. მ. აბაშიძე - "არალოკალური სასაზღვრო ამოცანებისათვის ოპტიმალური მართვის ამოცანების ამოხსნის რიცხვითი ალგორითმები". საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი (ხელმძღ. ჰ. მელაძე);
3. ლ. ჩიქოვანი- "ფილტრაციის ზოგიერთი ამოცანის მათემატიკური მოდელის გამოკვლევა და რიცხვითი ალგორითმების აგება". საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი (ხელმძღ. ჰ. მელაძე);
4. თ. გაბაშვილი - "დისტანციური სწავლების ინდივიდზე ადაპტირებული სისტემების დიდაქტიკური ეფექტურობის კვლევა". საპატრიარქოს ქართული უნივერსიტეტი (ხელმძღ. ჰ. მელაძე);
5. გ. ნიკოლაიშვილი - "ორკომპონენტიანი ნარევის დინამიკის მათემატიკური მოდელირება". საპატრიარქოს ქართული უნივერსიტეტი (ხელმძღ. ჰ. მელაძე);
6. ა. ჩახვაძე - "ორკომპონენტიანი მყარი სხეულის რადიაციული გაფუების მათემატიკური მოდელირება". საპატრიარქოს ქართული უნივერსიტეტი (ხელმძღ. ჰ. მელაძე);
7. მ. კუბლაშვილის - "მექანიკის ზოგიერთი ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა". (ხელმძღ. ზ. სანიკიძე).

სადისერტაციო კომისიის წევრობა:

1. არჩილ სურმავა. დოქტორის აკადემიური ხარისხი. ატლასის დეტექტორის ინფორმაციული მოდელის ანალიზის მეთოდების დამუშავება მოდელირების ამოცანისთვის. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2017.10.27 (კომისიის წევრები - ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი).
2. ლევან ლაბაძე. დოქტორის აკადემიური ხარისხი. ზოგიერთი სტოქასტური პროცესის პარამეტრების ძალდებული შეფასების შესახებ. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2017.07.03 (კომისიის წევრი - გ. გიორგობიანი).

სასწავლო პროცესთან კავშირი 2017 წლის მანძილზე:

ინსტიტუტის 12 მეცნიერ-თანამშრომელი მოღვაწეობს საქართველოს სხვადასხვა უნივერსიტეტებში და ჩართულია სამაგისტრო და სადოქტორო პროგრამებში:

- **საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტი:** პროფესორები - დ. უგულავა, ვ. კვარაცხელია, ვ. ტა-რიელაძე; ასოცირებული პროფესორები - ე. აბრამიძე , ზ. სანიკიძე, მ. ნაჭყებია; მოწვეული პრო-ფესორები - ს. ჩობანიანი, გ. ბაღათურია.
- **სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი**: ვ. კვარაცხელია (პროფესორი), მ. მენთეშაშვილი (ასოცი-რებული პროფესორი), მ. ნაჭყებია (ასისტენტ-პროფესორი).
- **თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტთან არსებული ეკონომიკის საერთაშორისო სკოლა (ISET)**: ს. ჩობანიანი (პროფესორი).
- **საქართველოს წმიდა ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართული უნივერსიტეტი**: ჰ. მე-ლაძე (პროფესორი), გ. ცერცვაძე (მოწვეული პროფესორი).
- **აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი**: ჯ. სანიკიძე (მოწვეული პროფესორი).

მივლინებები:

- კომპიუტერული მეცნიერებისა და საინფორმაციო ტექნოლოგიების მე-11 საერთაშორისო კონფე-რენციის (CSIT' 2017) საორგანიზაციო კომიტეტის მოწვევით 2017 წლის 25-29 სექტემბერს ერევანში (სომხეთი) CSIT 2017-შიმონაწილეობის მისაღებად და მოხსენებების წასაკითხად მივლინებულნი იყვნენ ინსტიტუტის თანამშრომლები: ვ. კვარაცხელია, გ. გიორგობიანი, ჰ. მე-ლაძე და მ. მენთეშაშვილი.
- Erasmus+ გაცვლითი პროგრამის ფარგლებში ვ. კვარაცხელია მიმდინარე წლის 2-დან 9 დეკემბრამდე ლექციების წასაკითხად იყო მივლინებული დებრეცენის უნივერსიტეტში (უნგრე-თი).
- დებრეცენის უნივერსიტეტის (უნგრეთი) მათემატიკის ინსტიტუტის მიწვევით ინსტიტუტის უფროსი მეცნიერი თანამშრომელი მ. მენთეშაშვილი თავის უნგრელ კოლეგასთან სამეცნიერო სამუშაოების ჩასატარებლად მიმდინარე წლის 2-დან 9 დეკემბრამდე იყო მივლინებული დებრეცენის უნივერსიტეტში.
- მადრიდის (ესპანეთი) კომპლუტენსეს უნივერსიტეტის მათემატიკის ფაკულტეტის გეომეტრიის და ტოპოლოგიის დეპარტამენტის მიწვევით ვ. ტარიელაძე და გ. გიორგობიანი ერთობლივი სა-მეცნიერო სამუშაოების ჩასატარებლად მიმდინარე წლის 20-დან 25 დეკემბრამდე იყვნენ მივლინებული კომპლუტენსეს უნივერსიტეტში.
- კრაკოვის (პოლონეთი) მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტის გამოყენებითი მათე-მატიკის ფაკულტეტის მიწვევით გ. ბაღათურია ერთობლივი სამეცნიერო სამუშაოების ჩასატა-რებლად მიმდინარე წლის 7 ივნისიდან 26 ივლისამდე და 2 დეკემბრიდან 2018 წლის 5 იანვრამდე მივლინებული იქნა კრაკოვის მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების უნივერსიტეტში. თანამშრომ-ლობა შეეხება დიფერენციალური განტოლებების ჯგუფური ანალიზის საკითხებს. კერძოდ, გარკვეული სიმეტრიების საშუალებით კერძო ამონახსნების პოვნის მეთოდებს რადგან რეალური ფიზიკური პროცესების კვლევისას ხშირად არ არის აუცილებელი ზოგადი ამონახსნის აგება, არამედ საჭიროა გარკვეულ დამატებით პირობების არსებობის შემთხვევაში კერძო ამონახსნის პოვნა. ასევე თანამშრომლობა შეეხება სხვადსხვა ამოცანების დასმის კორექტულობასა და ამონახსნების მდგრადობის საკითხებს. ასევე, გაგრძელდა თანამშრომლობა ვარშავის უნი-ვერსიტეტის პროფესორ ზბიგნევ პერაძინსკისთან თემაზე „k-ჯერადი ტალღები არაწრფივი დი-

ფერენციალური განტოლებებისათვის“. თანამშრომლობა ეხება არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებადობის საკითხებს ზოგადად და იმ არაწრფივი დიფერენციალური განტოლებების გარკვეული კლასის აგებას, რომელთათვისაც ამონახსნები წარმოიდგინება 3-ჯერადი და, ზოგადად, k-ჯერადი ტალღების ფორმით. ამ თემაზე მომზადებულია სტატია, G. Bagha-turia, Z. Peradzynski. On k-tuple waves for the second order quasilinear hyperbolic equation.

უმაღლესი განათლების პროგრამის საკრედიტაციო ექსპერტთა ჯგუფის წევრობა:

1. ივანე ჯავახიშვილის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი. პროგრამის სახელწოდება - მათემატიკის საერთაშორისო სადოქტორო პროგრამა. თბილისი, 2017. ექსპერტთა ჯგუფის წევრი - გ. გიორგობიანი.
2. ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელმწიფო უნივერსიტეტი. პროგრამის სახელწოდება - ფინანსური მათემატიკა. ბათუმი 2017. ექსპერტთა ჯგუფის თავმჯდომარე - გ. გიორგობიანი.