

ბესიკ ჩიქვინიძის ახალგაზრდა მეცნიერთა 2015 წლის გრანტის მოკლე რეზიუმე

სათაური

შექცეული სტოქასტური დიფერენციალური განტოლებები და მათი გამოყენება სტოქასტურ ოპტიმალურ მართვაში

რეზიუმე

2015 წელს შოთა რუსთაველის ეროვნულმა სამეცნიერო ფონდმა გამოაცხადა ახალგაზრდა მეცნიერთა კვლევების გრანტი რომელშიც მონაწილეობა შეეძლოთ მხოლოდ ახალგაზრდა მეცნიერებს (სადოქტორო ნაშრომის დაცვიდან არა უმეტეს 7 წელი უნდა ყოფილიყო გასული). გამომდინარე იქიდან, რომ სადოქტორო პროგრამა 2013 წელს დავამთავრე, გადავწყვიტე მიმეღო მონაწილეობა კონკურსში გრანტის მოსაპოვებლად. 2015 წლის დეკემბრის ბოლოსშოთა რუსთაველის ეროვნულმა სამეცნიერო ფონდმა გამოაქვეყნა კონკურსის შედეგები და ჩემი საგრანტო პროექტიც დაფინანსდა 2 წლის ვადით.

ჩემი საგრანტო პროექტის მიზანი იყო სტოქასტური ექსპონენტის თანაბრადინტეგრებადობის საკითხის შესწავლა და ახალი საკმარისი პირობების მოძიება. თავდაპირველად შევისწავლე ამ მიმართულებით არსებული კლასიკური შედეგები. სტოქასტური ექსპონენტის თანაბრადინტეგრებადობისათვის საკმარისი ყველაზე ზოგადი პირობა იყო იაპონელი მათემატიკოსის Kazamaki-ს მიერ მიღებული საკმარისი პირობა ე. წ. Novikov-Kazamaki-ის შერეული პირობა:

$$\text{თუ } \sup_{\tau} E e^{aM_{\tau} + \left(\frac{1}{2} - a\right)(M)_{\tau} - |1-a|\varphi((M)_{\tau})} < \infty \text{ სადა } a \neq 1 \text{ მაშინ } E E_{\tau}(M) = 1.$$

მიმდინარე საგრანტო პროექტში განვაზოგადე Novikov-Kazamaki-ის შერეული პირობა და ნაცვლად $a \neq 1$ მუდმივისა გვაქვს ჭვრეტადი a_s პროცესი ხოლო $a \neq 1$ პირობის ნაცვლად გვაქვს $|1 - a_s| \geq \varepsilon > 0$ პირობა. შედეგად მივიღეთ სტოქასტური ექსპონენტის თანაბრადინტეგრებადობისათვის ახალი საკმარისი პირობა:

$$\text{თუ } \sup_{\tau} E e^{\int_0^{\tau} a_s dM_s + \int_0^{\tau} \left(\frac{1}{2} - a_s\right) d(M)_s - \varepsilon \varphi((M)_{\tau})} < \infty \text{ სადა } |1 - a_s| \geq \varepsilon > 0 \text{ მაშინ } E E_{\tau}(M) = 1.$$

გარდა ამისა ავაგეთ კონტრმაგალითი, რომლისთვისაც Novikov-Kazamaki-ის შერეული პირობა არ სრულდება არცერთი $a \neq 1$ -თვის მაგრამ არსებობს ისეთი a_s ჭვრეტადი პროცესი, რომ $|1 - a_s| \geq 1$ და $\sup_{\tau} E e^{\int_0^{\tau} a_s dM_s + \int_0^{\tau} \left(\frac{1}{2} - a_s\right) d(M)_s} < \infty$.