

# THE NEW CRITERION OF SIMILARITY IN THERMO-AERODYNAMICS OF UNDERGROUND BUILDINGS

Author Lanchava O.

Publication date 2004

Journal Mining Journal

**Description Summary.** The new criterion of similarity is entered, with the help of which it is possible to calculate interconnected flows of heat and mass. Also, it's possible to define reasons of their occurrence as gradients of temperature and potentials of mass transferring. Above-mentioned are shown by analyses of classical examples of thermo-aerodynamics.

Volume 12

Issue 1

Pages 10-15

Publisher GEORGIAN MINING SOCIETY, GEORGIAN TECHNICAL UNIVERSITY, LEPL G. TSULUKIDZE MINING INSTITUTE

## REFERENCES

1. Кутателадзе С.С. Анализ подобия в теплофизике. Новосибирск, Наука, 1982. 308 с.
2. Lanchava O.A. Hygroscopic heat and mass transfer in underground structures. Tbilissi, GTU, 1998, 272 p.
3. Ониани Ш.И., Ланчава О.А., Ксоврели Ю.Р. О влагофизических свойствах горных пород. Уголь Украины, № 4, Киев, 1984.
4. Лыков А.В. Тепломассообмен. М., Энергия, 1978. 480 с.

**საბთო**

**საინჟინერო-ტექნიკური**

**საინჟინერო**

**საინჟინერო**

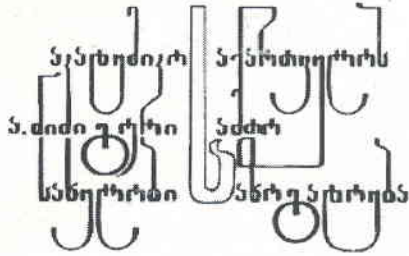
**ანალიზური**

**საინჟინერო-ტექნიკური**

**1(12)**

**Mining Journal  
Горный Журнал**

**2004**



საქართველოს ტექნიკური  
უნივერსიტეტი  
საქართველოს მეცნიერებათა  
აკადემიის გ. წულუკიძის  
სახელობის  
სამთო ინსტიტუტი

ГОРНОЕ ОБЩЕСТВО ГРУЗИИ ИМЕНИ АКАД. А.А. ДЗИДЗИГУРИ  
ГРУЗИНСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ Г.А. ЦУЛУКИДZE АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИИ

A. DZIDZIGURI GEORGIAN MINING SOCIETY  
GEORGIAN TECHNICAL UNIVERSITY  
G. TSULUKIDZE MINING INSTITUTE OF ACADEMY SCIENCES OF GEORGIA

მთავარი რედაქტორი პროფ. ლ. მახარაძე  
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР ПРОФ. Л. И. МАХАРАДZE  
EDITOR-IN-CHIEF PROF. L. MAKHARADZE

სარედაქციო კოლეგია

პროფ. კ. ბეთანელი, პროფ. ა. ბეჟანიშვილი, პროფ. გ. ბუცხრიკიძე, პროფ. ი. გუჯაბიძე,  
პროფ. ე. ჯ. ვოსანი (აშშ), პროფ. უ. ზვიადაძე, პროფ. მ. თევზაძე, პროფ. ნ. ილიაში (რუმინეთი),  
პროფ. მ. კურლენია (რუსეთის ფედერაცია), პროფ. ვ. ლ. მარკუისი (აშშ), ტექ. მეც. კანდ. ე. მათარაძე,  
პროფ. ა. მიქელაძე, პროფ. ვ. მუსხელიშვილი, პროფ. ნ. ნადირაშვილი, პროფ. ი. შორდანი,  
დოც. ლ. როგავა (მთ. რედაქტორის მოადგილე), პროფ. ა. საბინოვი (ყაზახეთი), პროფ. რ. სტურუა,  
პროფ. დ. ტალახაძე, პროფ. ა. ჯინცაძე, პროფ. ა. ჯინცაძე, პროფ. დ. ჩომახიძე,  
პროფ. ი. ცინცაძე (მთ. რედაქტორის მოადგილე), დოც. თ. ჯავახიშვილი (კანსისის უნივერსიტეტი),  
პროფ. ლ. ჯავახიშვილი

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ПРОФ. К.П. БЕТАНЕЛИ, ПРОФ. А.Г. БЕЖАНИШВИЛИ, ПРОФ. Г.Д. БУЦХРИКИДZE, ПРОФ. Э.Д. ВОСП (США),  
В.Ф. ГВИНДЖИЛИЯ, ПРОФ. И.К. ГУДЖАБИДZE, ДОЦ. Т.Л. ДЖАВАХИШВИЛИ (ОТВ. СЕКРЕТАРЬ),  
ПРОФ. Л.А. ДЖАПАРИДZE, ПРОФ. И.С. ЖОРДАНИЯ, ПРОФ. У. И. ЗВИАДАДZE, ПРОФ. Н. ИЛЬЯШ (РУМИНИЯ),  
ПРОФ. М.В. КУРЛЕНЯ (РФ), ПРОФ. А.А. КУТАТЕЛАДZE, ПРОФ. А.С. МИКЕЛАДZE, ПРОФ. Д.С. МАРКУИС (США),  
КАНД. ТЕХН. НАУК Э.Д. МАТАРАДZE, ПРОФ. В.Л. МУСХЕЛИШВИЛИ, ПРОФ. Н.Р. НАДИРАШВИЛИ,  
ПРОФ. А.В. ПЕСВИАНИДZE, ДОЦ. Д.В. РОГАВА (ЗАМ. ГЛ. РЕДАКТОРА), ПРОФ. А.С. САГИНОВ (КАЗАХСТАН),  
ПРОФ. Р.И. СТУРУА, ПРОФ. Д.Г. ТАЛАХАДZE, ПРОФ. М.Н. ТЕВЗАДZE, ПРОФ. Ю.Д. ЦИНЦАДZE (ЗАМ. ГЛ. РЕДАКТОРА),  
ПРОФ. Д.И. ЧОМАХИДZE,

EDITORIAL BOARD

PROF. K. BETANELI, PROF. A. BEZHANISHVILI, PROF. G. BUTSKHRIKIDZE, PROF. D. CHOMAKHIDZE,  
PROF. I. GUJABIDZE, V. GVINJILIA, PROF. N. ILIAS (ROMANIA), PROF. L. JAPARIDZE, DOC. T. JAVAKHISHVILI  
(RESPONSIBLE SECRETARY), PROF. M. KURLENYA (RF), PROF. A. KUTATELADZE, PROF. D. MARQUIC (USA),  
CAND. TECH. SC. E. MATARADZE, PROF. A. MIKELADZE, PROF. V. MUSKHELISHVILI, PROF. N. NADIRASHVILI,  
DOC. D. ROGAVA (DEPUTY EDITOR IN CHIEF), PROF. A. PESVIANIDZE, PROF. A. SAGINOV (KAZAKHSTAN),  
PROF. R. STURUA, PROF. D. TALAKHADZE, PROF. M. TEVZADZE, PROF. I. TSINTSADZE (DEPUTY EDITOR IN CHIEF),  
PROF. E. WASP (USA), PROF. I. ZHORDANIA, PROF. U. ZVIADADZE

რედაქციის მისამართი: 0175, თბილისი, კოსტავას 77, სტუ-ს III კორპუსი, ოთახი 234.  
ტელ. 899-17-32-18, ფაქსი: (99532) 94-20-33

АДРЕС РЕДАКЦИИ: 0175, Грузия, Тбилиси, ул. Костава, 77. Грузинский Технический  
Университет, III корпус, ком. 234, тел. 899-17-32-18, факс: (99532) 94-20-33,  
E-mail: mining\_journal@posta.ge

EDITORIAL OFFICE: Georgian Technical University, 77, Kostava str., Tbilisi, 0175 Georgia. Fax: (99532) 94-20-33,  
E-mail: mining\_journal@posta.ge

ჟურნალი გამოდის 1998 წლიდან. Журнал издается с 1998 года. Published since 1998  
რეферირდება ВИНТИ-ს რეფერირებადი ჟურნალსა და მონაცემთა ბაზებში  
Реферируется в реферативном журнале и в базах данных ВИНТИ  
Abstracted/Indexed in VINITI (Russia)

ПРОФ. О.А. ЛАНЧАВА

НОВЫЙ КРИТЕРИЙ ПОДОБИЯ В ТЕРМОАЭРОДИНАМИКЕ  
ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ

ПРЕДСТАВЛЕНО ПРОФ. Ш.И. ОНИАНИ

*Введен новый критерий подобия, с помощью которого обеспечивается удобство расчета взаимосвязанных потоков тепла и массы, а также причин их возникновения в виде градиентов температуры и потенциала массопереноса, что подтверждено на основе анализа классических примеров термоаэродинамики.*

При вентиляции подземных сооружений на разделе системы «горный массив - вентиляционный поток» со стороны движущей среды образуются аэродинамический, тепловой и массовый пограничные слои. Очевидно, что существование аэродинамического пограничного слоя в условиях горного массива исключено, а охлажденная и осушенная зоны в массиве пород, как и сезонные уравнивающие оболочки, можно рассматривать как пограничные слои, образование и наращивание которых происходит в течение всего срока существования сооружения. Нестационарность протекающих сложных теплофизических процессов в подземных сооружениях обусловлена неуклонным наращиванием толщины этих слоев в массиве. Отмеченные процессы можно трактовать как наложение градиентов температуры и потенциала массопереноса, вызывающее возникновение убывающих во времени потоков тепла и массы. В процессах тепло- и массопереноса наблюдается подобие, т.к. носителями массы и энергии являются одни и те же элементарные частицы - атомы, молекулы, свободные электроны, ионы. Проблема оценки этих процессов заключается в том, что макроскопическое проявление движения элементарных частиц может быть отражено в виде возникновения градиентов температуры и потенциала массопереноса, градиентов температуры и концентрации вещества и т.д. С достаточной достоверностью можно сделать вывод о том, что многообразие макроскопического проявления процессов, обуславливающих массообмен, значительно осложняет исследования этих взаимосвязанных явлений. Как известно, обмен массой и энергией возможен между газами, жидкостями и твердыми телами в различных комбинациях.

При соприкосновении двух тел с различными температурами, из-за столкновения частиц происходит выравнивание их энергии, что макроскопически проявляется в перераспределении температуры. Таким образом, энергия всех элементарных частиц проявляется в виде температуры, которая изменяется по обе стороны от поверхности раздела.

Толщина  $X_a$  области с возмущенной температурой нарастает по закону

$$X_a \sim \sqrt{a\tau}, \quad (1)$$

где  $a$  - температуропроводность среды, показывающая способность среды реагировать изменением своей температуры на воздействие импульса тепловой энергии (также может быть интерпретирована как коэффициент диффузии импульса)  $m^2/c$ ;  $\tau$  - время, с;  $\sim$  - знак пропорциональности.

Как отмечалось выше, текучая среда характеризуется аэродинамическим пограничным слоем, толщина  $X_v$  которого нарастает по закону

$$X_v \sim \sqrt{\nu\tau}, \quad (2)$$

где  $\nu$  - кинематическая вязкость среды, показывающая способность среды отвечать на воздействие импульса кинетической энергии изменением скорости внутри себя (также можно интерпретировать как коэффициент диффузии импульса),  $m^2/c$ .

Толщина аэродинамического пограничного слоя, в зависимости от скорости потока и кинематической вязкости, варьирует в диапазоне от сотых до тысячных частей гидравлического диаметра выработки. Решающее значение этот параметр приобретает при определении динамического сопротивления, которое обратно пропорционально критерию Рейнольдса, который является первой особой комбинацией физического ( $V$ ), геометрического ( $D_0$ ) и кинематического ( $\nu$ ) параметров

$$Re = \frac{VD_0}{\nu}, \quad (3)$$

где  $V$  - скорость потока  $m/c$ ,  $D_0$  - гидравлический диаметр, м.

С помощью аналогии возможно установление качественных и количественных соотношений между различными параметрами и фиксирование трудноустанавливаемых величин сравнительно простыми методами. Из формул (1), (2) видно, что аэродинамический и тепловой пограничные слои описываются математически аналогичными уравнениями и поэтому, в определенных условиях, соблюдается аналогия между этими процессами. При одинаковых граничных

условиях и  $Pr = \frac{\nu}{a} = 1$ , поля температуры и скоростей

подобны, коэффициенты теплоотдачи  $\alpha$  и трения  $c_f$  пропорциональны друг другу и между ними соблюдается

аналогия Рейнольдса  $\frac{\alpha}{Vc_p} = \frac{c_f}{2}$  [1]. Левая часть этого

равенства традиционно называется критерием Стентона

$$St = \frac{\alpha}{Vc_p}$$

Необходимо отметить, что эти процессы аналогичны только в том объеме, который определяется формулами (1) и (2). Качественными свойствами, которые обуславливают отличие этих процессов, являются с одной стороны теплоемкость и теплопроводность и с другой - аэродинамическое (инерционное) трение. Из-за этого, критерий Рейнольдса с коэффициентом  $a$  вместо  $V$ , не имеет практическую ценность, т.к. отмеченный критерий показывает подобие по инерционным силам.

Толщину пограничного слоя со стороны массива можно выразить относительной величиной  $\frac{\chi_a}{R_0} \sim \frac{\sqrt{a\tau}}{R_0}$ , где  $R_0$  - эквивалентный радиус сечения горной выработки.

Величину  $\frac{\chi_a}{R_0}$  можно назвать относительной толщиной теплоуравняющей оболочки, а квадрат правой части этой пропорции традиционно называется

критерием Фурье  $F_0 = \frac{a\tau}{R_0^2}$ , с помощью которого можно оценить гомохронность процессов. Примечательно, что в текучих средах стабилизация пограничного слоя происходит значительно быстрее ( $F_0 \ll 1$ ) по сравнению с таковой для горного массива ( $F_0 > 50$ ).

Большое значение имеет установление знака пропорциональности в формуле (1), что возможно с помощью локальных потоков пограничных слоев твердой и текучей сред на основе законов Ньютона-Рихмана и Фурье. Закон Ньютона-Рихмана связывает наиболее важные величины для практических расчетов, а в коэффициенте в скрытой форме присутствует критерий Рейнольдса

$$q = \alpha(t_c - t_b), \quad (4)$$

где  $q$  - локальная плотность теплового потока на стенке, Вт/м<sup>2</sup>;  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>.К), который зависит от многих параметров, в том числе и от температурного напора  $(t_c - t_b)$ , однако для условий подземных сооружений зависимостью  $\alpha \sim (t_c - t_b)$  пренебрегают;  $t_c, t_b$  - температура поверхности стенки и воздуха соответственно, °С.

Для бесконечного горного массива закон Ньютона-Рихмана имеет вид

$$q = K_r(t_0 - t_b), \quad (5)$$

где  $K_r$  - коэффициент нестационарного теплообмена в результате образования пограничного слоя со стороны горного массива, Вт/(м<sup>2</sup>.град);  $t_0$  - естественная температура горных пород, °С.

Установление коэффициента нестационарного теплообмена возможно решением дифференциального

$$\text{уравнения теплопроводности } \frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial t}{\partial R} \right),$$

отражающего гипотезу о сплошности среды и закон Фурье

$$q = -\lambda \text{ grad } t, \quad (6)$$

где  $q$  - локальная плотность теплового потока в заданной точке в заданный момент времени, Вт/м<sup>2</sup>;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности горных пород, Вт/(м.град);  $\text{grad } t$  - скорость изменения температуры массива по нормали к поверхности раздела в заданной точке, град/м.

Таким образом, условия определения практических важных параметров с помощью пограничных слоев твердой и текучих сред очевидны, однако нашей задачей, в большей степени, является установление связи между тепловым и массовым пограничными слоями.

Аналогичными, выраженными формулами (1), (2), закономерностями характеризуются процессы массопереноса и массообмена, но здесь сложностей больше. Это связано с разнообразием макроскопического проявления движения элементарных частиц в виде потенциала массопереноса, концентрации и т.д., и вследствие этого, произвольного толкования массофизических свойств, что подробно рассмотрено в [2]. Поэтому в настоящей работе приводятся лишь необходимые разъяснения.

Как и в случае теплопереноса, диффузия элементарных частиц происходит из области с большей концентрацией вещества и поток направлен в сторону меньшей концентрации. С обеих сторон от условной поверхности раздела двух сред, характеризующихся различными концентрациями, образуется возмущенная область, которая называется концентрационным пограничным

слоем. Толщина  $\chi_D$  этого слоя нарастает по закону

$$\chi_D \sim \sqrt{D\tau}, \quad (7)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии, показывающий способность среды отвечать на воздействие импульса энергии изменением концентрации внутри себя ( $D$  также можно интерпретировать как коэффициент диффузии импульса),

м<sup>2</sup>/с.  $\chi_D$  соизмерима с  $\chi_v$  и тесно связана с ней.

Закон Ньютона-Рихмана

$$J = \beta(C_c - C), \quad (8)$$

где  $J$  - плотность потока массы, кг/(м<sup>2</sup>.с);  $C_c, C$  - безразмерные концентрации вещества на границе раздела сред и в одной из сред;  $\beta$  - коэффициент диффузионного массообмена, кг/(м<sup>2</sup>.с).

Закон Фика

$$J = -D\gamma \text{ grad } C, \quad (9)$$

где  $\gamma$  - плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;  $\text{grad } C$  - скорость изменения безразмерной концентрации диффундирующего вещества по нормали к условной поверхности раздела, 1/м.

Законы Ньютона-Рихмана и Фика можно выразить через размерные концентрации с помощью формулы

$$\bar{c} = C\gamma, \text{ где } \bar{c} - \text{плотность диффундирующего веще-}$$

ства,  $\text{кг/м}^3$ . В таком случае  $\beta$  имеет размерность  $\text{м/с}$ , а при постоянстве плотности среды, т.е.,  $\gamma = \text{const}$ , в законе Фика  $C$  заменяется на  $\bar{c}$ . Здесь следует различать плотности среды и диффундирующего вещества.

При нулевых градиентах концентрации и наличия градиента температуры, более подвижные молекулы переходят в теплые, а менее подвижные - в холодные области, в результате возникает поток и изменяется концентрация, что называется эффектом Соре или термодиффузией. Аналогично, при нулевых градиентах температуры и наличия градиента концентрации, возникает дополнительный тепловой поток, который называется эффектом Дюфура. Отмеченные явления впервые наблюдались в инертных газах, которые впоследствии подтвердились также самостоятельными экспериментальными исследованиями Клаузиуса и Вальдмана.

При диффундирующих газах в качестве движущей силы применяют парциальные давления, а при массообмене между фазами (твердая поверхность- газ или жидкость, газ-жидкость) пользуются химическим потенциалом. Основные законы Ньютона-Рихмана и Фика и характеризующие коэффициенты соответственно видоизменяются.

Толщина  $\chi_{am}$  области с возмущенным потенциалом массопереноса нарастает по закону

$$\chi_{am} \sim \sqrt{a_m \tau}, \quad (10)$$

где  $a_m$  - коэффициент потенциалопроводности массопереноса, показывающий способность среды изменять потенциал массопереноса внутри себя под воздействием импульса энергии (скрытой теплоты, либо количества движения;  $a_m$  также можно интерпретировать как коэффициент диффузии импульса,  $\text{м}^2/\text{с}$ .  $\chi_{am}$  соизмерима с  $\chi_v$  и тесно связана с ней.

Закон Ньютона-Рихмана для стенки и бесконечного горного массива, соответственно, имеет вид

$$q_m = \alpha_m (\Theta_c - \Theta_s); \quad (11)$$

$$q_m = K_{tm} (\Theta_0 - \Theta_s), \quad (12)$$

где  $q_m$  - локальная плотность потока массы,  $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ;  $\Theta_c$ ,  $\Theta_s$ ,  $\Theta_0$  - соответственно, потенциал массопереноса стенки выработки, воздушной струи и горного массива в бесконечности,  $\text{кДж/кмоль}$ ;  $\alpha_m$ ,  $K_{tm}$  - соответственно коэффициент массоотдачи и коэффициент нестационарного массообмена (т.е. коэффициент массоотдачи с учетом проводящей способности части массива, заключенного в пределах ширины пограничного слоя),  $\text{кг.кмоль}/(\text{кДж.м}^2 \cdot \text{с})$ .

Закон Лыкова

$$q_m = -\lambda_m \text{grad } Q, \quad (13)$$

где  $\lambda_m$  - коэффициент массопроводности горной породы,  $\text{кг.кмоль}/(\text{кДж.м.с})$ .

Основное уравнение массопроводности Лыкова базируется на гипотезе наличия силового потенциального поля в поровом пространстве капиллярно-пористого тела, а также на гипотезе о зависимости вектора потока массы от градиента потенциала массопереноса.

Обратим внимание, что чистый теплоперенос имеет место только в сплошных средах, а чистый массоперенос (с определенной условностью) осуществляется больше в жидкостях и в газах. В первом случае механизмом переноса является кондукция (хаотическое движение элементарных частиц), а во втором случае в силу также вступает макроскопический механизм - конвекция. При массопереносе в капиллярно-пористых структурах второй механизм отсутствует, а в поле сорбционных сил молекулы сорбата получают дополнительный энергетический скачок. Поэтому мы более склонны массоперенос в жидкостях и газах называть выравниванием концентрации, в отличие от массопереноса в капиллярно-пористых телах. Вполне осознаем, что в результате движения жидкостей и газов в трубах и обмена энергией, на стенках могут быть отложены, либо унесены вещества (гидротермоизоляция, продукты коррозии и т.д.), с нарушением условий теплообмена и гидродинамики, но все же, около поверхности сплошных сред, мы склонны называть эти процессы выравниванием концентрации, а не массообменом, и массообмен рассматриваем с точки зрения образования и наращивания пограничного возмущенного слоя в сорбенте. Поэтому коэффициент  $D$  в большей степени показывает перераспределение и выравнивание концентрации, чем наращивание и образование пограничных слоев, что крайне трудно прослеживается в случае массообмена между двумя газами.

При совместном тепломассообмене между бесконечным горным массивом и вентиляционной струей на поверхности раздела с обеих сторон образуются пограничные слои с толщинами  $\chi_a$  и  $\chi_{am}$ . В настоящей работе, как уже отмечалось, все внимание сосредотачивается на образовании и нарастании этих слоев со стороны массива и струя считается одномерной. Следовательно, не решаются уравнения Навье-Стокса для струи и применяются коэффициенты  $\alpha$  и  $\alpha_m$ , в которых отражено влияние аэродинамики струи через критерий Рейнольдса  $Re$ .

Заметим, что в начале процессов, при  $\tau = 0$ ,  $K_\tau = \alpha$  и  $K_{tm} = \alpha_m$ . При  $\tau > 0$ , образуются пограничные слои и наращиваются их ширины  $\chi_a$ ,  $\chi_{am}$  и тепломассопередача происходит из все более глубинных слоев массива, через толщины  $\chi_a$  и  $\chi_{am}$  и соблюдаются условия  $K_\tau < \alpha$ ,  $K_{tm} < \alpha_m$ . Следовательно, с течением времени уменьшаются локальные плотности тепла и массы из-за увеличения толщин пограничных слоев, выраженных формулами Ньютона-Рихмана, т.е.  $q \sim \chi_a$ ,

$q_m \sim \chi_{am}$ . Уменьшение локальной плотности этих потоков прослеживается также из уравнений Фурье и Лыкова, особенно, после их представления в следующем виде:  $q = -a\gamma_0 grad t$ ,  $q_m = -a_m c_m \gamma_0 grad \Theta$ , где  $c$ ,  $c_m$  - соответственно коэффициенты теплоемкости и изотермической массоемкости горных пород, Дж/(кг.К), кмоль/кДж. Таким образом, для локальных плотностей потоков тепла и массы соответственно имеем  $q \sim -a grad t$  и  $q_m \sim -a_m grad \Theta$ .

Из формул (1), (2), (6) и (9) видно, что коэффициенты  $V$ ,  $a$ ,  $D$ ,  $a_m$  имеют тождественную размерность  $m^2/c$ . Аналогия между коэффициентами  $V$ ,  $a$ ,  $D$  называется тройной аналогией. Аналогию с подключением коэффициента  $a_m$  назовем тройной аналогией с плюсом.

Аналогия между этими процессами открывает возможность изучения одного процесса с помощью другого и распространения количественных зависимостей. Заметим, что это будет простейшей математической моделью, в которой за основу принята не физическая сущность явлений, а математическая тождественность описания. Следовательно, решения соответствующих уравнений будут совпадать по форме при одинаковых граничных условиях. Различия в решениях будут обусловлены численными значениями коэффициентов  $V$ ,  $a$ ,  $D$ ,  $a_m$ .

Отметим, что для взаимного распространения результатов, важное значение имеют безразмерные соотношения этих коэффициентов, которые называются критериями подобия. Безразмерные величины имеют следующие названия:  $V/a = Pr$  - критерий Прандтля,  $V/D = Sc = Pr_D$  - критерий Шмидта, или диффузионный критерий Прандтля,  $D/a = Le$  - диффузионный критерий Льюиса. Симплексы, подобные  $Pr$ ,  $Pr_D$ ,  $Le$  и т.д., а также безразмерные комплексы, которые будут рассмотрены ниже, являются фундаментальными для исследования физических явлений с помощью теории подобия.

Введем новые критерии: массообменный критерий Льюиса, или массообменный критерий Лыкова и массообменный критерий Прандтля, которые соответственно рассчитываются по формулам

$$Le_m = Lu_m = \frac{a_m}{a} \quad (14)$$

$$Pr_m = \frac{v}{a_m} \quad (15)$$

Очевидно, что  $Pr/Pr_D = Le$ ,  $Pr_m/Pr = Le_m$ . Комбинация  $Re.Pr = Pe = VD_f/a$  называется критерием Пекле характеризует конвективный и молекулярный перенос тепла в потоке и является показателем теплового подобия для текучих сред.

Перепишем уравнения (4) и (11) в следующем виде  $q = (t_c - t_s)/R_a$ ,  $q_m = (\Theta_c - \Theta_s)/R_{am}$ , где  $R_a = 1/\alpha$

- внешнее термическое сопротивление теплообмена (в отличие от внутреннего термического сопротивления

$\chi_a / \lambda$ );  $R_{am}$  - аналогичное сопротивление для массообмена. В этих выражениях прослеживается аналогия с законом Ома. Легко видеть, что эти уравнения тождественны математическому выражению закона Ома  $J = (U_1 - U_2)/R$ . Отмеченная аналогия широко применяется в моделировании тепломассообменных процессов с помощью электрических  $RR$  и  $RC$  аналогов.

Дифференциальные уравнения совместно протекающих процессов тепло- и массообмена имеют вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \Delta^2 t + \frac{\epsilon r c_m}{c} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = a_m \Delta^2 \Theta + a_m \delta_\Theta \Delta^2 t, \quad (17)$$

где кроме расшифрованных величин,  $\epsilon$  - критерий фазового перехода в горном массиве;  $r$  - удельная энтальпия парообразования, кДж/кг;  $\delta_\Theta$  - термоградиентный коэффициент, кДж/(кмоль.град).

Для локализации времени и пространства необходимы начальные и граничные условия, которые замыкают решения этих уравнений. Граничные условия получаются попарным сопоставлением законов, выраженных формулами (5), (6) и (12), (13) и вместе с начальными условиями имеют вид:

$$\tau = 0, R = R_0: \quad t_{(R_0,0)} = t_0, \quad \Theta_{(R_0,0)} = \Theta_0; \quad (18)$$

$$\tau > 0, R = \infty: \quad t_{(R,\tau)} = t_0, \quad \Theta_{(R,\tau)} = \Theta_0; \quad (19)$$

$$\tau > 0, R = R_0: \quad -\lambda_m \frac{\partial t}{\partial R} + \alpha(t_{ct} - t_b) + \alpha_m r(\Theta_{ct} - \Theta_s) = 0; \quad (20)$$

$$-\lambda_m \frac{\partial \Theta}{\partial R} - \lambda_m \delta_\Theta \frac{\partial t}{\partial R} + \alpha_m(\Theta_{ct} - \Theta_s) = 0. \quad (21)$$

Уравнения (16), (17) являются математическими выражениями законов сохранения и показывают распространение возмущений в горном массиве, вызванных влиянием энергетического импульса струи. Скорость распространения возмущений зависит от коэффициентов  $a$  и  $a_m$ . Чем выше численные значения этих коэффициентов, при прочих равных условиях, тем выше численное значение координаты  $R$ , и приток энергии и массы происходит из более отдаленных от поверхности раздела слоев горного массива.

Пусть оператор Лапласа  $\Delta^2$  из уравнений (16) и (17)

имеет вид  $\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}$ . Согласно правилу Лопиталья,

заменяем производные отношением конечных величин по

формуле  $\frac{\partial^m Y}{\partial X^m} \sim \frac{Y}{X^m}$ .

При постоянстве первых производных во времени и пространстве, т.е.  $\partial \Theta / \partial R|_{R=R_0} = const$ ,  $\partial t / \partial \tau|_{R=R_0} = const$ ,

$\partial \Theta / \partial \tau|_{R=R_0} = const$ ,  $\partial t / \partial \tau|_{R=R_0} = const$ , вторые производ-

ные будут  $\partial^2 \Theta / \partial R^2 = 0$ ,  $\partial^2 t / \partial R^2 = 0$  и уравнение (16) принимает вид

$$\left. \frac{\Delta_r t}{\tau} \right|_{R=R_0} = a \left[ 0 + \left. \frac{\Delta_r t}{R^2} \right|_{R=R_0} \right] + \varepsilon \frac{c_m}{c} \left. \frac{\Delta_r \Theta}{\tau} \right|_{R=R_0}$$

Умножением на  $\tau$  и делением на  $\Delta_r t$  обеих частей этого выражения получается

$$\frac{\Delta_r t}{\Delta_r t} = \frac{a\tau}{R_0^2} + \varepsilon \frac{c_m}{c} \frac{\Delta_r \Theta}{\Delta_r t} \quad (22)$$

В правой части выражения (22) представлены две безразмерные величины, критерий Фурье и критерий Коссовича

$$Ko = \frac{gc_m}{c} \frac{\Delta \Theta}{\Delta t} \quad (23)$$

Левая часть уравнения (22) является относительной температурой, которая определяется из выражения

$$\frac{\Delta_r t}{\Delta_r t} = \bar{t}_{(R,r)} = \frac{t - t_a}{t_0 - t_a} \quad (24)$$

Согласно начальным условиям (18), (19)  $t = t_0$  при  $\tau = 0$ , и  $\tau > 0$ , т. е. в начале процесса и в бесконечности  $\bar{t}_{(R,r)} = 1$ . Как показали наши исследования, при  $F_0 = 50$ , в зависимости от численного значения критерия Био, отмеченная бесконечность варьирует в пределах 15-65 м.

Аналогично, для относительного потенциала массопереноса имеем

$$\frac{\Delta_r \Theta}{\Delta_r \Theta} = \bar{\Theta}_{(R,r)} = \frac{\Theta - \Theta_a}{\Theta_0 - \Theta_a} \quad (25)$$

Очевидно, что  $\bar{\Theta}_{(R,r)} = 1$  в начале процесса и при  $\tau > 0$  в бесконечности.

При  $R = R_0$ , температура и потенциал массопереноса на разделе системы «струя-массив» является функцией только времени, т.е.

$$\bar{t} = \bar{t}_{(R,r)} = f(\tau), \quad \bar{\Theta} = \bar{\Theta}_{(R,r)} = f(\tau), \quad (26)$$

где  $\bar{t}$ ,  $\bar{\Theta}$  - относительная температура и относительный потенциал массопереноса, которые обозначены черточкой сверху.

Следовательно, коэффициенты нестационарного тепло- и массообмена связаны с относительными потенциалами переноса пропорциональными зависимостями

$$K_r \sim \bar{t}_{(R,r)}, \quad K_m \sim \bar{\Theta}_{(R,r)} \quad (27)$$

Аналогично, с применением правила Лопитала, из уравнения (17) и граничного условия (21) с учетом начальных условий, выраженных формулами (18), (19), получаются характеризующие эти процессы критерии подобия: Био, массообменного Био, Фурье и Поснова, которые соответственно имеют вид  $Bi = \alpha R_0 / \lambda$ ;

$$Bi_m = \alpha_m R_0 / \lambda_m; \quad Fo_m = a_m \tau / R_0^2; \quad Pn_m = \delta_\Theta \Delta t / \Delta \Theta.$$

Из анализа уравнения (20) получается новый критерий. Согласно теореме, в этой формуле, числа размерных величин, первичных размерностей и без-

размерных комплексов соответственно равны 9, 5 и 4. Безразмерными величинами являются новый критерий, безразмерная температура, критерии Био, и Поснова [2]. После внесения конечных пропорциональных величин с применением правила Лопитала и умножения на величину  $R / \lambda \Delta_r t$ , формула (20) принимает вид

$$\frac{\Delta_r t}{\Delta_r t} = \frac{\alpha R}{\lambda} + \frac{\alpha_m r R}{\lambda} \frac{\Delta_r \Theta}{\Delta_r t}, \quad (28)$$

который при  $R = R_0$  и несложных преобразований принимает вид

$$\frac{\Delta_r t}{\Delta_{R_0} t} = Bi + \frac{\delta_\Theta \alpha_m r}{\alpha} \frac{Bi}{Pn_m}, \quad (29)$$

Безразмерная величина  $\delta_\Theta \alpha_m r / \alpha$  из этой формулы является новым критерием и обозначим его через  $(\tilde{\alpha})$ , т.е.

$$La = \delta_\Theta \alpha_m r / \alpha, \quad (30)$$

где  $r$  - удельная энтальпия фазового перехода, Дж/кг.

Новый критерий представляет собой синтез критериев Льюиса, Коссовича и Поснова. С целью доказательства отмеченного, рассмотрим плотности потоков тепла и массы на разделе системы «горный массив - воздушная струя» на основе законов Ньютона-Рихмана, Фурье и Лыкова. Легко заметить, что эти плотности соответственно имеют вид

$$\alpha \Delta_r t = \lambda \Delta_{R_0} t, \quad (31)$$

$$\alpha_m \Delta_r \Theta = \lambda_m \Delta_{R_0} \Theta. \quad (32)$$

С учетом известных зависимостей между плотностью, тепло- и массофизическими свойствами материалов, после несложных преобразований, эти формулы соответственно принимают вид

$$\alpha = ac\gamma_0 \frac{\Delta_r t}{\Delta_{R_0} t} \quad (33)$$

$$\alpha_m = a_m c_m \gamma_0 \frac{\Delta_r \Theta}{\Delta_{R_0} \Theta} \quad (34)$$

С помощью формул (30), (33), (34), а также критериев Льюиса, Коссовича, Поснова и нового критерия окончательно получается

$$La = LeKoPn_m \quad (35)$$

Критерий Поснова связывает объемные потоки тепла и массы и показывает изменение градиента потенциала массопереноса, вызванное наличием температурного градиента. Критерий Коссовича показывает влияние энергетического импульса вентиляционного потока на влажностное состояние горного массива. В действительности, с учетом выражения приращения массосодержания  $\Delta U = c_m \Delta \Theta Ko$ , показывает изменение этого характеристического параметра одного из компонентов (горного массива), в зависимости от температурного градиента, возникшего из-за влияния энергетического импульса струи.

Новый критерий связывает термическое сопротивление  $1/\alpha$  с аналогичным сопротивлением переноса



მასის არეალ აეროდინამიკური საზღვარი, ანუ, აკავშირებს გარე წინააღმდეგობის თერმულ და მასის ნაკადების, აგრეთვე მათი აღმკვეთი ძალების, ტემპერატურისა და მასა-გადატანის პოტენციის გრადიენტების, ზედადების გაანგარიშების მოსახერხებლობა ნაჩვენებია აეროდინამიკური სასაზღვრო შრის თერმული და მასაგადატანის წინააღმდეგობის მიხედვით, რაც დასაბუთებულია თერმოდინამიკის კლასიკური მაგალითების ანალიზის საფუძველზე.

Целесообразно здесь же показать разницу между новым критерием и критерием Льюиса. Критерий Льюиса в зависимости от свойств горного массива, показывает соотношение между скоростями наращивания различных пограничных слоев в массиве. В действительности, коэффициент температуропроводности характеризует инерционную способность массива отвечать энергетическому импульсу струи темпом изменения температуры внутри себя, в результате чего возникает температурный градиент. Отмеченное полностью распространяется на коэффициент потенциалопроводности массопереноса  $a_m$ .

Таким образом, критерием Льюиса при решении термоаэродинамических многопараметрических задач струя характеризуется лишь косвенно. Новый критерий, непосредственно показывает термоаэродинамику струи через коэффициенты  $\alpha$  и  $\alpha_m$ .

В любом случае коэффициенты  $a$  и  $a_m$  отличаются друг от друга как минимум на два порядка [3]. Следовательно, критерий Льюиса не может равняться единице и поэтому вопрос учета дополнительных эффектов Соре и Дюфура (которыми Лыков пренебрегает) при  $Le=Lu=1$  [4] остается нерешенным. Градиент температуры по существу всегда порождает дополнительный поток массы, и наоборот, градиент потенциала массопереноса всегда вызывает возникновение теплового потока, однако на практике возможны случаи, когда этим взаимовлиянием можно пренебречь. Отмеченное устанавливает критическое число нового критерия  $Om10^6=1$ .

Кроме того, полезность нового критерия также заключается в том, что критериальные числа Коссовича и Поснова при теплофизических расчетах невозможно вычислить адекватно. Дело в том, что дополнительный теплоперенос в виде эффекта Дюфура в безразмерном виде показывает критерий Коссовича, а дополнительный массоперенос в виде эффекта Соре - критерий Поснова. Определяющие значения приращения температуры и потенциала массопереноса, необходимые для вычисления этих критериев, в первом приближении можно выразить

через напоры температуры и потенциала согласно выражениям

$$\Delta t = t_0 - t_{cp}; \tag{36}$$

$$\Delta \Theta = \Theta_0 - \Theta_{cp}. \tag{37}$$

где  $t_{cp}$ ,  $\Theta_{cp}$  - средняя температура и средний потенциал массопереноса струи, которые являются искомыми величинами. Точное определение этих приращений встречается с неразрешимыми трудностями и поэтому, по величинам  $Ko$  и  $Pn_m$  невозможно провести вычисления на основе проектных данных. Как видно из расчетной формулы новый критерий, этим недостатком не характеризуется.

Можно заключить, что решения дифференциальных уравнений (16), (17) с соблюдением соответствующих краевых условий и с учетом толщин теплового и массового пограничных слоев в горном массиве, можно представить в виде функциональной зависимости безразмерных величин,  $\bar{t}_{(R_0,r)} = f(Fo, Bi, La)$ ,  $\bar{\Theta}_{(R_0,r)} = f(Fo_m, Bi_m, La)$ , с помощью которых возможен расчет коэффициентов нестационарного тепло- и массообмена  $K_r = a\bar{t}$ ,  $K_m = \alpha_m \bar{\Theta}$ , а также вентиляции подземных сооружений. Следовательно, при помощи нового критерия проясняются теплофизические процессы, происходящие в подземных сооружениях, учет которых необходим при решении вопросов оптимального проектирования, строительства и эксплуатации этих объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С.С. Анализ подобия в теплофизике. Новосибирск, Наука, 1982. 308 с.
2. Ланчава О.А. Гигроскопический теплообмен в подземных сооружениях. Тбилиси, ГТУ, 1998. 272 с.
3. Ониани Ш.И., Ланчава О.А., Ксворели Ю.Р. О массофизических свойствах горных пород. Уголь Украины, №4, Киев, 1984.
4. Лыков А.В. Теплообмен. М., Энергия, 1978. 480 с.

მ. ლანჩავა

მსგავსების ახალი კრიტერიუმი  
მინისქვეშა ნაგებობების  
თერმოდინამიკის

O. LANCHAVA

THE NEW CRITERION OF SIMILARITY IN  
THERMO-AERODYNAMICS OF UNDERGROUND  
BUILDINGS

The new criterion of similarity is entered, with the help of which it is possible to calculate interconnected flows of heat and mass. Also it's possible to define reasons of their occurrence as gradients of temperature and potential of mass transferring. Above-mentioned are shown by analyses of classical examples of thermo-aerodynamics.