

ბაზალტ-ფაიბერის თითისტარზე დახვევის მათემატიკური მოდელის განხილვა

თამაზ ძაგანია, ელგუჯა ბუცხრიკიძე, ვლადიმერ ფადიურაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განხილულია თითისტარზე ბაზალტ-ფაიბერის ძაფის დახვევისას წარმოქმნილი დაჭიმულობის გაანგარიშება და მისი სასურველ ნომინალზე დაყენება. ამავე დროს, სასურველი ფორმის მიცემა, რომელიც უზრუნველყოფს არათანაბარი დაჭიმულობის გადანაწილებას. ეს ყოველივე სასურველ შედეგს იძლევა გაზსადენი მილების ანტიკოროზიული დამცავი ფენის დახვევისას, სარაკეტო მართვის სისტემების გარეგანი ზემოქმედებისგან დასაცავად ბაზალტის ძაფის დამცავი „ეკრანის“ შექმნისას, რისთვისაც აუცილებელი პირობაა ბაზალტ-ფაიბერის თანაბარი და უწყვეტი მიწოდება. აგებულია შესაბამისი მათემატიკური მოდელი და ამოხსნის ალგორითმი.

საკვანძო სიტყვები: ბაზალტი. ბაზალტ-ფაიბერი. კუთხური სიჩქარე. დაჭიმულობის ძალა.

1. შესავალი

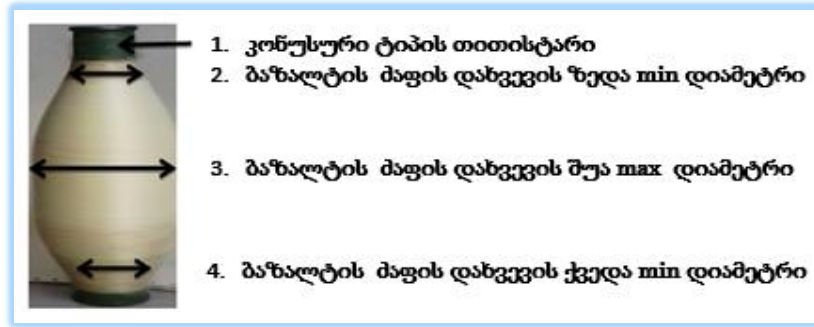
ვულკანური ქანის, ბაზალტისგან, საწარმოო ტექნოლოგიური და საქსოვი ბოჭკო, უნიკალური ძაფი ბაზალტ-ფაიბერი მზადდება, რომელიც წარმოუდგენელი მდგრადობით, საიზოლაციო თვისებებით, თბომედეგობით გამოირჩევა. ძაფს ყველანაირი ბაზალტისგან ვერ დაამზადებ, საჭიროა შეიცავდეს სპეციფიკურ მინარევებს. ასეთი შემადგენლობა კი მხოლოდ ქართულ ბაზალტს ჰქონია. მისი გამოყენების სფერო, გასული საუკუნის 50-იანი წლებიდან უფრო და უფრო იზრდება. ბაზალტ-ფაიბერის უნიფიცირებულად მოხმარებისთვის, საჭირო გახდა ბაზალტის ძაფის თითისტარზე დახვევა, საიდანაც ძაფი ნებისმიერ დანადგარს, თუ მოწყობილობას დაუბრკოლებლად მიეწოდება.

თითისტარზე დახვეულ ძაფს „სასაქონლო“ სახე აქვს – მოსახერხებელია შესანახად, ტრანსპორტირებისათვის, საიზოლაციო-დამხვევი დანადგარები აწყობილია თითისტარიდან ძაფის მისაღებად. ამ დროს ძაფის დაჭიმულობა არ უნდა აღემატებოდეს ნორმულ ზღვარს. დაჭიმულობის ძალების გადასანაწილებლად თითისტარზე დახვევისას ბაზალტ-ფაიბერს უნდა მიეცეს ოვალური ფორმა.

2. ძირითადი ნაწილი

უფრო დაწვრილებით გავეცნოთ, როგორ ხდება დაჭიმულობის ძალების გადანაწილება თითისტარზე ბაზალტ-ფაიბერის ოვალური ფორმით დახვევისას.

როგორც ექსპერიმენტებმა გვიჩვენა, ბაზალტის ძაფის, რომელიც მრავალი ე.წ. „მაფუნებისგან“ შედგება, თითისტარზე დახვევისას ძაფის დაჭიმულობის T ძალა არ არის სასურველი გაუტოლდეს 0-ს. იგი გვეხმარება ე.წ. გრეხვისას, რამოდენიმე ძაფის ერთ კომპლექსურ ძაფად გარდაქმნაში.

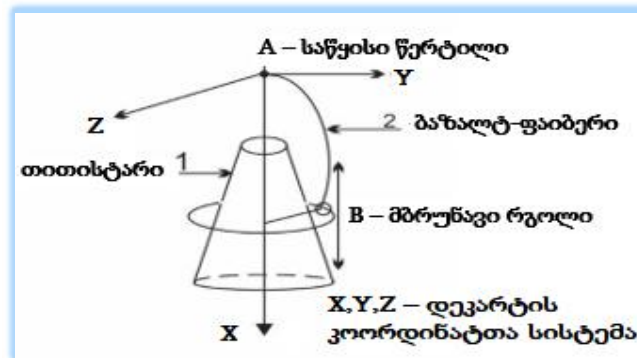


ნახ.1. კონუსური ტიპის თითისტარი

ოპტიმალურია \vec{T} ძალის დაჭიმულობა კონუსური ფორმის თითისტარზე ოვალური სახით დახვევისას (ნახ.1). ამ დროს, \vec{T} მცირე დიამეტრზე დახვევისას მინიმალურია. ხოლო, დიდ დიამეტრზე \vec{T} მაქსიმალური. უწყვეტი ძაფის პირობებში, ხდება ძალწირების გადანაწილება მცირე და დიდ დაჭიმულობის ძალებს შორის [2].

თუ გავითვალისწინებთ მიმმართველი რგოლის ბრუნვას თითისტარის გარშემო, 3000 ბრუნ.წთ-ში, ადვილი მისახვედრია, რამდენად საგრძნობია ძაფის \vec{T} დაჭიმულობის ძალა.

განვიხილოთ კონუსურ თითისტარზე ძაფის ოვალურად დახვევის მთელი პროცესი (ნახ.2).



ნახ.2. ძალთა გადანაწილება კონუსური ტიპის თითისტარზე

A უძრავი წერტილიდან (გორგოლაჭიდან) ბაზალტის ძაფი მიეწოდება მბრუნავ B რგოლს, რომელიც „დარბის“ თითისტარის გარშემო და ახვევს ძაფს. გარდა იმისა, რომ B რგოლი ასრულებს ბრუნვით მოძრაობას, იგი ადის და ჩადის თითისტარის მთელ სიგრძეზე. B გორგოლაჭის ასეთი მოძრაობით ვლდებულობთ თითისტარზე ძაფის დახვევის ოვალურ ფორმას [1].

განვიხილოთ ბაზალტ-ფაიბერი დაჭიმულობა ძაფგამტარის AB მონაკვეთში (ნახ.2).

ავტომატური მართვის თეორიიდან ცნობილია ფარდობითი წონასწორობის განტოლების სახე:

$$\frac{\vec{d}}{d} + \vec{J}_e + \vec{J}_c + \vec{J}_r + \vec{R} + \gamma \vec{g} = 0 \quad (1)$$

\vec{T} - ბაზალტ-ფაიბერის დაჭიმულობის ძალაა;

\vec{J}_e – ინერციის გადამტანი ძალა;

\vec{J}_c – კოროლისის ინერციის ძალა;

\vec{J}_r – ცენტრიდანული ძალა;

\vec{R} – ჰაერის წინააღმდეგობის ძალა;

γ – ძაფის ხვედრითი სიმკვრივე;

\vec{g} – თავისუფალი ვარდნის აჩქარება;

dS – კუთხური კოორდინატის ცვლილებაა ძაფის მოძრაობისას;

ეს ძალები მოდებულია ძაფის მთელ სიგრძეზე AB მონაკვეთში. ინერციის ძალები გამოისახება ფორმულებით:

$$\begin{aligned} \vec{J}_e &= \gamma \omega^2 \\ \vec{J}_c &= 2\gamma \vec{\omega} \cdot \vec{u}; \\ \vec{J}_r &= -\frac{\gamma u^2}{\rho} \vec{n}; \end{aligned}$$

სადაც ρ – ოვალის რადიუსია მოცემულ წერტილში; ω – B რგოლის კუთხური სიჩქარე; u – ძაფის კონტურის სიჩქარე; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – დეკარდეს კოორდინატთა სისტემის ორტები; \vec{n} – ძაფზე მოდებული ძალების ნორმალი

ბაზალტის ძაფსახვევი დანადგარის მუშაობის რეჟიმის განხილვამ დაგვანახა, რომ (1) განტოლებაში \vec{J}_c, \vec{J}_r და $\gamma \vec{g}$ გაცილებით მცირე სიდიდეებია, ინერციის გადამტან \vec{J}_e ძალასთან შედარებით. აქვე შეიძლება ჰაერის წინააღმდეგობის უგულველყოფა $\vec{R} \rightarrow 0$ – კენ. ყოველივე ამის გათვალის-წინებით (1) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{J}_e = 0 \quad (2)$$

სამგანზომილებიან სისტემაში პროექციებისას

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} + J_e &= 0 \\ \frac{r}{\rho} + J_e &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

აღსანიშნავია, რომ კუთხური კოორდინატა S აითვლება A წერტილიდან (ნახ.2).

დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში ინერციის გადამტანი ძალის მხებზე და ნორმალზე პროექციისას გვექნება:

$$\begin{aligned} J_e &= \gamma \omega^2 y \frac{d}{dt} \\ J_e &= \gamma \omega^2 y \frac{d}{dt} \end{aligned} \quad (4)$$

(3) და (4) ფორმულებიდან გამომდინარე, მივიღებთ:

$$\frac{d}{d} = -\gamma\omega^2 y \frac{d}{d} \quad (5)$$

სასაზღვრო მნიშვნელობისთვის, თითისტარის ზედა A წერტილში გვექნება:

$$S = 0 \quad T = T_0 \quad (6)$$

(5) ფორმულის ინტეგრირებისას, სასაზღვრო მნიშვნელობების გამოყენებით, მივიღებთ

$$T = T_0 - \frac{1}{2}\gamma\omega^2 y^2 \quad (7)$$

ექსპერიმენტით დადგინდა, რომ ძაფის დაჭიმულობა თითისტარის ზედა A წერტილში 5% -ით აჭარბებს ძაფის დაჭიმულობას ქვედა წერტილში. აქედან კეთდება დასკვნა, რომ უგანზომილებო სიდიდე $\varepsilon = \gamma\omega^2 \frac{R^2}{T_0}$ არის მცირე სიდიდე ($\varepsilon \ll 1$). ეს იძლევა საშუალებას, მეორე რიგის ინტეგრირებისას გამოვიყენოთ მცირე პარამეტრების თეორია.

ბაზალტის ძაფის თითისტარზე დახვევისას, მასზე მოქმედი დაჭიმულობის ძალის ანალიზმა ცხადჰყო, რომ ოვალური ფორმით დახვეული ძაფის დსჭიმულობის ძალის მრუდი ხასიათდება ფორმულით

$$\frac{1}{P} = \frac{|y''|}{(1 + y'^2)^{3/2}} \quad (8)$$

თუ გავითვალისწინებთ, რომ თითისტარზე ოვალური ფორმით დახვეულ ბაზალტ-ვაიბერს შუაში ამობურცული ფორმა აქვს ($y'' < 0$), მაშინ (3) განტოლებათა სისტემის მეორე განტოლება (4), (7), (8) განტოლებათა გათვალისწინებით, მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$(T_0 - \frac{1}{2}\gamma\omega^2 y^2) y'' = -\gamma\omega^2 y (1 + y'^2) \quad (9)$$

როდესაც სასაზღვრო მნიშვნელობები ტოლია:

$$x = 0 \quad y = 0, \quad x = H \quad y = R \quad (10)$$

სადაც H თითისტარზე ოვალური ფორმით დახვეული ძაფის სიმაღლეა.

თუ მივანიჭებთ ცვლადებს უგანზომილებო მნიშვნელობებს:

$$x = H \tilde{x}, \quad y = R \tilde{y}, \quad T = T_0 \tilde{T} \quad (11)$$

მაშინ (9) განტოლებისთვის, რომელიც განისაზღვრება (10) სასაზღვრო მნიშვნელობებით, უგანზომილებო პარამეტრების მე-(11) განტოლებაში გამოყენებით, გვექნება

$$(1 - \frac{1}{2}\varepsilon \tilde{y}^2) \tilde{y}'' = -\varepsilon \tilde{y} (\lambda^2 + \tilde{y}'^2) \quad (12)$$

$$\text{როდესაც } \tilde{x} = 0 \quad \tilde{y} = 0, \text{ ასევე } \tilde{x} = 1 \quad \tilde{y} = 1 \quad (13)$$

სადაც $\lambda = \frac{H}{R}$

მე-(12) განტოლების ამოხსნისას, თუ გამოვიყენებთ მცირე პარამეტრების თეორიას ε -ის მიმართ, მივიღებთ:

$$\tilde{y} = \tilde{y}_0 + \varepsilon \tilde{y}_1 + \varepsilon^2 \tilde{y}_2 + \varepsilon^3 \tilde{y}_3 + \dots \quad (14)$$

თუ $y_0 \rightarrow 0$, (12) ფორმულა მიიღებს სახეს:

$$\tilde{y}'' + \varepsilon \tilde{y}^2 \tilde{y}_0 = 0 \quad (15)$$

აქ შენარჩუნებულია ϵ_j^2 , სადაც $\eta^2 = (\frac{H^2}{R}) \gg 1$. ხოლო მისი წარმოებული $\epsilon_j^2 = \gamma \omega^2 \frac{H^2}{T_0}$ უკვე აღარ არის მცირე სიდიდე.

მე-(13) ფორმულის გათვალისწინებით (15) განტოლების ამონახსნს ექნება სახე:

$$\overline{y}_0 = \frac{s}{s} \frac{a\tilde{x}}{a} \quad (16)$$

$a = \sqrt{\epsilon}$. \overline{y}_1 -ის პირველი მიახლოებისთვის იქნება:

$$\overline{y}_1'' + a^2 \overline{y}_1 = \frac{1}{2} g_0^2 y_0'' - \overline{y}_0 y_0'' \quad (17)$$

მე-(17) განტოლებაში ჩავსვათ (16) განტოლებით გამოთვლილი \overline{y}_0 :

$$y_1'' + a^2 \overline{y}_1 = -\frac{5}{8} \sin a\tilde{x} - \frac{1}{8} \sin 3 a\tilde{x} \quad (18)$$

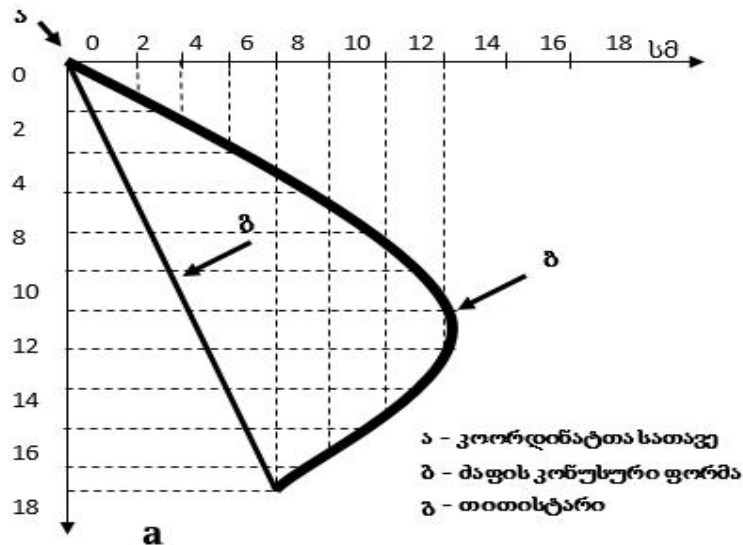
მე-(18) განტოლება იხსნება x და y სასაზღვრო მნიშვნელობებისთვის:

$$\tilde{x} = 0 \quad \tilde{y} = 0, \text{ ასევე } \tilde{x} = 1 \quad \tilde{y}_1 = 0 \quad (19)$$

$$\overline{y}_1 = - \left[\frac{5}{1 a} \operatorname{ctg} a + \frac{1}{6 a^2} \sin 3 a \right] \sin a \tilde{x} + \frac{5}{1 a} \tilde{x} \cos a\tilde{x} + \frac{1}{6 a^2} \sin 3 a\tilde{x} \quad (20)$$

მე-3 ნახაზზე ნაჩვენებია თითისტარზე ბაზალტ-ფაიბერის ოვალურად ფორმირების მრუდი, გამოთვლილი და აგებული მე-(20) ფორმულის მიხედვით a-ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის.

თითისტარზე ძაფის დახვევის ფორმირება მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული a სიდიდეზე. რეალურად, ამ პროცესზე თვალის მიდევნება შესაძლებელი იყო ქ. მარნეულის ბაზალტის ძაფსახვევ ფაბრიკებში [3].



ნახ.3. ოვალური ფორმირების მრუდი

3. დასკვნა

როგორც სტატიიდან ჩანს, ბაზალტ-ფაიბერს თბომედეგ, მაღალი საიზოლაციო თვისებების, ანტიკოროზიულ, ანტისტატიკურ, ელასტიურ მასალას ფართო გამოყენების არიალი აქვს. ეს ყოველივე, მოითხოვს ბაზალტ-ფაიბერის ბუნების კარგად შესწავლას. სტატიაში განხილულია ამ ძაფის კოჭზე დახვევის ისეთი თეორიული მოდელი, რომელიც ძაფის შემდგომი გამოყენებისას მაქსიმალურად საიმედოდ, წყვეტების გარეშე და თანაბარი დატვირთვის პირობებში მოხმარების საშუალებას იძლევა.

ლიტერატურა – References – Литература :

1. Минаков А.П. (1970). О форме баллона и натяжения нити в крутильных машинах. МТИ. т.2. Москва
2. Родионов А., Усенков А. (1979). Натяжение нити в зоне наматывания на кольцевых прядельных машинах. Технология текстильной промышленности. №4
3. Маховер В.Л., Брут-Бруляко А.Б. (2005). Уточнение решения приближенной математической модели балонирования нити. Технология текстильной промышленности. №2.

DISCUSS THE MATHEMATICAL MODEL OF THE BASALT-FIBERGLASS FINGERPRINT

Dzagania Tamaz, Butskhrikidze Elgudja, Padiurashvili Vladimer
Georgian Technical University

Summary

The calculation of the stretching of the basalt fiber thread is considered and its installation is calculated at the desired denomination. At the same time, giving the desired shape, which provides a redistribution of uneven tension. This gives all the desired results when creating basalt protective "screens" to protect the pipeline anticorrosive protective layer from external influence of the missile control systems, for which basalt fiber supply is required evenly and smoothly. The corresponding mathematical model and algorithm of the decision are constructed.

РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БАЛОНИРОВАНИЯ БАЗАЛЬТОВОЙ НИТИ

Дзагания Т., Буцхрикидзе Е., Падиурашвили В.

ю

« »