სწავლების ზოგიერთი მეთოდი სახეთა გამოცნობის სისტემებისათვის

ირაკლი ჯავახიშვილი
სტუ-ს კიბერნეტიკის ინსტიტუტი

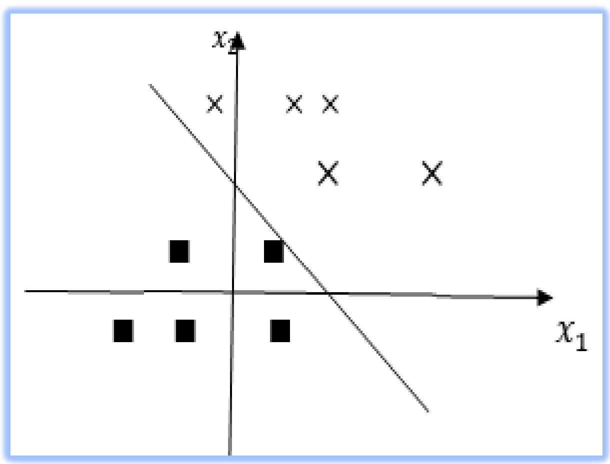
რეზიუმე

სწავლებადი სისტემის ოპტიმალური წონითი ვექტორის მოძებნისათვის მოყვანილია ალგორითმები, რომელთა თანახმადაც კორექციის ნაბიჯის სიგრძის კოეფიციენტი არ არის თავიდანვე არჩეული, არამედ იცვლება სასწავლო მიმდევრობის მიხედვით. აღნიშნული ალგორითმებით იძებნება ერთ-ერთი ამონახსნი, რომელიც შეიძლება იყოს არა ოპტიმალური ისეთი ვექტორებისათვის, რომლებიც სასწავლო მიმდევრობაში არ შედის. ნაშრომში მოყვანილი მეთოდით შეიძლება მოიძებნოს ისეთი გამყოფი ზედაპირი, რომელიც თანაბრად იქნება დაშორებული იმ წერტილებიდან, რომლებიც სიბრტყის სხვადასხვა მხარესაა განლაგებული და აღნიშნული სიბრტყიდან უმოკლესი მანძილით იქნება დაშორებული. ასეთნაირად მოძებნილი სიბრტყე იქნება შედარებით ოპტიმალური იმ ობიექტებისათვისაც, რომლებსაც სისტემის სწავლებაში არ მიუღია მონაწილეობა.

საკვანძო სიტყვები: სახეთა გამოცნობა. სისტემა. სწავლების მეთოდი.

1. შესავალი

სახეთა გამოცნობის სისტემების ძირითადი დანიშნულებაა მიაკუთვნოს გარკვეული ობიექტი ამა თუ იმ კლასს. იმისათვის, რომ ასეთი ტიპის ამოცანები ამოვხსნათ, საჭიროა შემოვიღოთ გარკვეული წესები, რომელთა საფუძველზეც იქნება დაფუძნებული საძიებელი ამონახსნები. შემოვიტანოთ ამოხსნადი ფუნქციები, რომლებსაც ხშირად უწოდებენ დისკრიმინანტულ ფუნქციებს. საილუსტრაციოდ განვიხილოთ მარტივი მაგალითი. ნებისმიერი ობიექტი შეიძლება წარმოვიდგინოთ n განზომილებიან ევკლიდურ სივრცეში წერტილის ან ვექტორის სახით: X= $(x_1; x_2; \dots x_n)'$ (ნახ.1).



ნახ.1

ასეთი ვექტორის კოორდინატები მიღებულია ობიექტების ნიშნების გაზომვის შედეგად.ვექტორი ასეთნაირად წარმოიდგინება:X $(x_1; x_2; \dots; x_2)'$; n=2 შემთხვევა წარმოდგენილია ნახ.1-ზე. ცხადია რომ ასეთნაირად განლაგებული ვექტორები მარტივად შეიძლება გაიყოს ორ კლასად წრფის საშუალებით.

d(X) =$w_1x_1 + w_2x_2 + w_3$ = 0 არის გამყოფი წრფის განტოლება, სადაც W=$(w_1; w_2; w_3)'$არის პარამეტრები, $X = (x_1; x_2)'$ ცვლადები, d(X)-დისკრიმინანტული ფუნქციაა. d(X) ფუნქცია პირველი კლასიდან აღებული ვექტორისათვის იქნება დადებითი და უარყოფითი, თუ ვექტორი ეკუთვნის მეორე კლასს, თუ X მდებარეობს გამყოფ წრფეზე, მაშინ d(X)=0.გვაქვს შემდექი სახის ფუნქცია [1]:

$$d(X)= W'X \quad \begin{cases} > 0 \text{ როდესაც } X\in R_1 \\ < 0 \text{ როდესაც } X\in R_2 \\ = 0 \text{ თუ X გამყოფ ზედაპირზეა} \end{cases}$$

იგივე მსჯელობა შეიძლება განვახორციელოთ ორზე მეტი კლასისათვის. აღწერილი მეთოდის ეფექტურობა დამოკიდებულია შემდეგ ორ ფაქტორზე: 1) d(X) ფუნქციის სახის არჩევაზე და 2) წონითი კოეფიციენტების (პარამეტრების) შერჩევაზე. ზემოთ აღწერილი მაგალითი არის მარტივი, რადგანაც წრფივი დისკრიმინანტული ფუნქციის გამოყენებით შესაძლებელია ორ კლასად გაყოფა. უმეტესად ვხვდებით ისეთ შემთხვევას, როდესაც ობიექტები ევკლიდურ სივრცეში ისეთნაირად არის განლაგებული, რომ მათი გაყოფა კლასებად წრფივად არ არის შესაძლებელი. ასეთ შემთხვევაში უნდა გამოვიყენოთ რთული გამყოფი ფუნქციები. როდესაც განზომილება სამზე მეტია, მაშინ მხედველობითი აღქმა გამყოფი ზედაპირისადმი ხდება შეუძლებელი. ასეთ შემთხვევაში გამოიყენება ანალიზური მეთოდი და მისი ეფექტურობა განისაზღვრება ემპირიულად. წრფივი დისკრიმინანტული ფუნქციის ზოგადად გამოისახება შემდეგი სახით:

$$d(X)=w_1x_1 + w_2x_2 + ... w_nx_n + w_{n+1} ;$$

სადაც W= $(w_1; w_2; ... ; w_n; w_n)'$ არის წონითი კოეფიციენტის ვექტორი. თუ ყველა ვექტორს (ობიექტს) გავაფართოებთ (n+1) კომპონენტით, რომლის მნიშვნელობა ყველა ვექტორისათვის იქნება 1-ის ტოლი, მაშინ დისკრიმინანტული ფუნქცია შეგვიძლია ჩავწეროთ კომპაქტურად: d(X)= $W'X$, სადაც X $= (x_1; x_2; ... x_n; 1)'$. ასეთნაირად გამოსახულ ობიექტს უწოდებენ გაფართოებულ ვექტორს. ორი კლასის შემთხვევაში გაყოფა წრფივად შესაძლებელია თუ შესრულდება შემდეგი პირობა:

$$d(X)=W'X \quad \begin{cases} > 0 & X\in R_1 \\ < 0 & X\in R_2 \end{cases} \tag{1}$$

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც კლასთა რაოდენობა მეტია ორზე: $R_1; R_2; ... ; R_M$. ასეთ შემთხვევაში იძებნება M რაოდენობის დისკრიმინანტული ფუნქცია, რომელმაც უნდა დააკმაყოფილოს შემდეგი პირობა: $d_i(X) > d_j(X)$; j=1;2;…M; i$\neq j$, როდესაც X$\in R_i$; მაშინ ცხადია,რომ R_i და R_j კლასების გამყოფი ზედაპირის განტოლება იქნება d_i(X)-d_j(j)=0.

როდესაც თვითეულ კლასში შემავალი ობიექტები არაა იდენტური, მაშინ შეუძლებელია წრფივი გამყოფი ზედაპირის მოძებნა. ასეთ შემთხვევაში იძულებული ვხდებით მივმართოთ არაწრფივ ფუნქციებს. დისკრიმინანტული ფუნქციის რიგის გაზრდა იწვევს განზოგადოების ხარისხის გაზრდას, რომელიც განაპირობებს ამოცანის ამოხსნის

სირთულეს. იმ შემთხვევაში, როდესაც კლასების გაყოფა არ ხდება სრულად, მაშინ ხდება მიახლოზითი დისკრიმინანტული ფუნქციების მოძებნა. ერთ-ერთი მოხერხებული მეთოდი წრფივი დისკრიმინანტული ფუნქციების განზოგადოებისა მდგომარეობს ამოხსნადი ფუნქციების წარმოდგენაში შემდეგი სახით:

$$d(X)=\sum_{i=1}^{k+1} w_i f_{i(X)} \qquad \text{სადაც} \quad f_{k+1}(X) = 1 \tag{2}$$

დანარჩენი $\{f_i(X)\}$ i=1;2;…;k წარმოადგენს X-ის მიმართ ცალსახა ნამდვილ ფუნქციებს. დისკრიმინანტული ფუნქციების სახე დამოკიდებულია $f_i(X)$ ფუნქციების შერჩევაზე და წევრთა რაოდენობაზე. მიუხედავათ იმისა, რომ დისკრიმინანტულ ფუნქციას შეიძლება ჰქონდეს რთული სახე, გამოყენებული მეთოდი საშუალებას გვაძლევს ვიმოქმედოთ წრფივ სივრცეში. მართლაც თუ $X^* = (f_1(X); f_2(X); \dots f_k(X); 1)'$ მაშინ

$$d(X^*)=W'X; \quad \text{სადაც} \quad W=(w_1; w_2; \dots; w_{k+1})' . \tag{3}$$

ახლებურად ასახული ვექტორის მიხედვით დისკრიმინანტული ფუნქცია იქნება წრფივი (k+1) წევრით. ასეთნაირად წარმოდგენილი ვექტორის k განზომილება შეიძლება საგრძნობლად დიდი იყოს საწყისი სივრცის n განზომილებაზე. ახლა განვიხილოთ ობიექტების და წონითი სივრცეები. ობიექტების სივრცე წარმოადგენს n განზომილებიან ევკლიდურ E^n სივრცეს, სადაც საკოორდინატო ცვლადების ($x_1; x_2; \dots;\ x_n$) აღნიშნულ სივრცეში W ვექტორი წარმოადგენს კოეფიციენტების კრებულს,რომელიც განსაზღვრავს გამყოფ ზედაპირს. წონითი სივრცე წარმოადგენს (n+1) განზომილებიან სივრცეს, სადაც ($w_1; w_2; \dots; w_n, w_{n+1}$) არის საკოორდინატო ცვლადები. განვიხილოთ მარტივი შემთხვევა, როდესაც კლასების რაოდენობა ორია და თვითეულ კლასში ორი ობიექტია: $\{X_1^1 X_2^1\}$ და $\{X_1^2 X_2^2\}$. თუ კლასები წრფივად გაყოფადია, მაშინ ამოცანის ამოხსნა მდგომარეობს ისეთი წონითი ვექტორის W=$(w_{1;} w_{2;} w_3)'$ მოძებნაში, რომელიც დააკმაყილებს შემდეგ პირობებს:

$$\begin{gathered} w_1 x_{11}^{(1)} + w_2 x_{12}^{(1)} + w_3 > 0 \\ w_1 x_{21}^{(1)} + w_2 x_{22}^{(1)} + w_3 > 0 \\ w_1 x_{11}^{(2)} + w_2 x_{12}^{(2)} + w_3 < 0 \\ w_1 x_{21}^{(2)} + w_2 x_{22}^{(2)} + w_3 < 0 \end{gathered} \tag{4}$$

წონით სივრცეში (4)უტოლობათა სისტემაში შემავალი თვითეული უტოლობა განსაზღვრავს სიბრტყის დადებით ან უარყოფით ზონას. ყველა ეს სიბრტყე გადის კოორდინატთა სათავეში. თუ (4) სისტემაში აღებულ უტოლობას გავუტოლებთ ნულს, მივიღებთ მოცემული ობიექტის შესაბამის სიბრტყეს. მაგალითად $w_1 x_{11}^{(1)} + w_2 x_{12}^{(1)} + w_3 = 0$ წარმოადგენს პირველი ობიექტის შესაბამის სიბერტყეს, რომელიც გადის კოორდინატთა სათავეში. უტოლობათა სისტემის (4) ამონახსნი წარმოადგენს ყველა ის W $(w_1; w_{2;} w_3)$ წონითი ვექტორი, რომელიც განლაგებულია პიველი კლასის ობიექტების სიბრტყის დადებით და მეორე კლასის ობიექტრბის უარყოფით ზონაში. უტოლობათა სისტემის (1)

ამოხსნისათვის გამოვიყენოთ სწავლების არაპარამეტრული მეთოდი. ამ შემთხვევაში არ არის საჭირო ცოდნა ობიექტიების სტატისტკური განაწილების ფორმა და იგულისხმება, რომ არსებობს გარკვეული ალბათური განაწილება. იმისათვის ,რომ აღნიშნული მეთოდით მოვძებნოთ ოპტიმალური წონითი კოეფიციენტის ვექტორი W, უნდა გვქონდეს გარკვეული რაოდენობის ობიექტები, რომელთა მიკუთვნება ამა თუ იმ კლასისადმი წინასწარ ცნობილია.

ობიექტების ასეთ მიმდევრობას ეწოდება საწავლო მიმდევრობა: $X_1; X_2; \dots; X_N$. ზემოთ აღნიშნული უტოლობათა სისტიმის ამოხსნისათვის გამოიყენება სხვადასხვა სახის იტერაციული ალგორითმები. ყველა ეს ალგორითმი დაფუძნებულია გრადიენტულ მეთოდზე.

განვიხილოთ სტოქასტიურ აპროქსიმაციაზე დამყარებული სწავლების ალგორითმი, რომელიც იყენებს სწავლების არაპარამეტრულ მეთოდს. დავუშვათ, რომ მოცემულია სასწავლო მიმდევრობა, რომელიც წინასწარ არის კლასიფიცირებული. ვაკვირდებით მიმდევრობას: $(X_1, Q_1); (X_2, Q_2); \dots; (X_n, Q_n)$. სადაც $Q_n = Q^i$ თუ X_n ეკუთვნის Q^i კლასს. იგულისხმება, რომ არსებობს X-ზე პირობითი ალბათობა, ხოლო კლასთა სიმრავლეზე აპრიორული ალბათობა, რომელთა ფუნქციონალური ფორმა არ არის ცნობილი. ორი კლასის შემთხვევისათვის უნდა ვიპოვოთ ისეთი წონითი კოეფიციენტები, რომლებიც გაუკეთებს მინიმიზაციას შემდეგ რეგრესის ფუნქციას:

$$G(W)=\sum_{i=1}^{2} q_i E_i\, [W'.\Phi(X) - \alpha_i]^2.\frac{1}{2} \tag{5}$$

სადაც ф (x) -წინასწარ შერჩეული ფუნქციაა X-ის; q_i -აპრიორული ალბათობაა, E_i -მათემატიკური მოლოდინია X-ის პირობითი განაწილებისათვის მოცემული Q_i -თვის. გრადიენტული მეთოდის და რეგრესის ფუნქციის გამოყენებით ვღებულობთ

$$W_{n+1} = W_n - a_n\left[W_n'\Phi(X_n) - \sum_{i=1}^{2} \rho_i(Q_n) a_i\right]\Phi(X_n) \tag{6}$$

ρ_i ტოლია 1-ის, თუ X_i ეკუთვნის პირველ კლასს და ტოლია 0-ის წინააღმდეგ შემთხვევაში. a_n არის გარკვეული მიმდევრობა- $a_n = \frac{a}{n}$. აღნიშნული (6) ალგორითმის მიხედვით წონითი ვექტორის კორექტირება ხდება იტერაციის ყოველ ნაბიჯზე. მოვახდინოთ აღნიშნული ალგორითმის მოდიფიცირება, რომელიც გულისხმობს წახალისება-დასჯის მეთოდის გამოყენებას. კერძოდ წონითი კოეფიციენტის შესწორება ხდება მხოლოდ მაშინ, როდესაც სისტემა უშვებს შეცდომას. სწავლების ეფექტურობა იზრდება შემდეგი რეკურენტული ფორმულის გამოყენებით:

$$W_{n+1} = W_n \text{ თუ } \begin{cases} W_n'\,\Phi(X_n) > 0 & X_n \in Q_n \\ W_n'\Phi(X_n) < 0 & X_n \in Q_n \end{cases} \tag{7}$$

წინააღმდეგ შემთხვევაში ხდება წონითი ვექტორის შესწორება (6) ფორმულის მიხედვით. $a_n = \frac{a}{n}$ -ის გამოყენებას შეიძლება მივცეთ მარტივი გეომეტრიული ინტერპრეტაცია. კრიტერიალური ფუნქცია არის კვადრატიული, ამიტომ მას ექნება ერთი მინიმუმი გარკვეულ W_0 წერტილზე. იტერაციული მეთოდით W_0 -მოძრაობა ჯერ დიდი ნაბიჯებით, ხოლო როდესაც წონითი ვექტორი W_n უახლოვდება W_0 -ს მოძრაობა

მიმდინარეობს ნაკლები ზომის ბიჯებით. W_0-თან სიახლოვეზე მსჯელობა მიზანშეწონილია $|W|-|W_0|$ სიდიდის ნიშნის ცვლილების სიხშირეზე. ასეთი მსჯელობა შესაძლებელია, მხოლოდ მაშინ როდესაც საქმე გვაქვს ორგანზომილებიან სივრცესთან. მრავალ-განზომილებიან სივრცეში გამოვიყენოთ შემდეგი მოსაზრება. ყოველი ციკლის ბოლოს იზომება P_m -სწორი გამოცნობის ალბათობა. P_m არის სიდიდე, რომელიც ტოლია სწორად გამოცნობილი ობიექტების რაოდენობის, შეფარდება სასწავლო მიმდევრობაში შემავალი ობიექტების მთლიან რიცხვთან. თუ აღმოჩნდა რომ $P_{m+1} > P_m$,მაშინ შეგვიძლია ვიგულისხმოთ. რომ W-ის მნიშვნელობა არ არის ახლოს W_0 -თან და სისტემის სწავლებას ვაგრძელებთ წინა ციკლის შესაბამისი ნაბიჯით. ციკლის ქვეშ იგულისხმება ის დრო, რომლის განმავლობაშიც ხდება სასწავლო მიმდევრობის ყველა ობიექტის ჩვენება. აღნიშნული ალგორითმი გამოისახება შემდეგნაირად:

$$W_{n+1} = W_n \quad \text{თუ} \qquad \begin{cases} W_n'\Phi(X_n) > 0 & X_n \in Q_1 \\ W_n'\Phi(X_n) < 0 & X_n \in Q_2 \end{cases} \qquad \text{და} \tag{8}$$

$$W_{n+1} = W_n - \alpha_n^*\left[W_n'\Phi(X_n) - \rho_1(Q_{n)}\alpha_1 - \rho_2(Q_n)\alpha_2\right]\Phi(X_n) \text{ , წინააღმდეგ შემთხვევაში}$$

სადაც
$$\alpha_n^* = \begin{cases} \alpha_n^* = \alpha_k & \text{თუ} \quad P_{m+1} \geq P_m \\ \alpha_{k+1} & \text{თუ} \quad P_{m+1<}P_m \end{cases}$$

m-არის ციკლის ნომერი. სწავლების ალგორითმის (8)-ის გამოყენებით გარდაქმნილ სივრცეში ხდება წრფივად გაყოფა. ეს ნიშნავს იმას რომ ვიპოვეთ (1) უტოლობათა სისტემის ამოხსნა. აღნიშნულ უტოლობათა სისტემას შეიძლება ჰქონდეს ამოხსნათა გარკვეული არე. აღნიშნული ალგორითმით ჩვენ ვპოულობთ ერთ გარკვეულ ამონახსნს,რომელიც შეიძლება იყოს არა ოპტიმალური. მართლაც (8) ალგორითმით ნაპოვნი გამყოფი ზედაპირი შეიძლება ახლოს იყოს ერთი კლასის ობიექტებთან, ვიდრე მეორე კლასის ობიექტებთან. შევეცადოთ მოვებნოთ ისეთი გაყოფი ზედაპირი,რომელიც თანაბრად იქნება იმ წერტილებიდან, რომლებიც სიბრტყის სხვადასხვა მხარესაა განლაგებული და აღნიშნული სიბრტყესთან იქნება ახლოს. ეს მოსაზრება გამართლებულია იმით,რომ ნასწავლი სისტემა უნდა იქნას გამოყენებული იმ ობიექტებისათვის რომლებიც არ შედის სასწავლო მიმდევრობაში.

პროცესი შემდეგი თანმიმდევრობით ვაწარმოვოთ:

ბიჯი_1: მოვძებნოთ სასწავლო მიმდევრობაში არსებული ყველა წერტილიდან სიბრტყემდე მანძილი ფორმულით n=$\frac{W_n'X}{|W_n|}$;

ბიჯი_2: ამ მანძილებიდან ამოვარჩიოთ თითოეული კლასიდან აბსულუტური მნიშვნელობებით ყველაზე მცირე. ეს მანძილები იყოს შესაბამისად n_1 და n_2 ;

ბიჯი_3: ვიპოვოთ $\frac{n_1-n_2}{2}$;

ბიჯი_4: სწავლის გაგრძელება ხდება (8) ალგორითმის საშუალებით. წონითი ვექტორის კორექტირება მოხდება იმ ობიექტებისათვის, რომლებიც დაშორებულია სიბრტყიდან $\frac{n_1-n_2}{2}$ ნაკლები მანძილით. ეს პროცესი გაგრძელდება იქამდე, სანამ ორი უახლოეს (სხვადასხვა კლასის) ობიექტებს შორის მანძილი სიბრტყემდე იქნება თანაბარი.

ლიტერატურა - References – Литература:

1. Нильсон Н. (1967). Обучающиеся машины. -М., Изд. Мир.

2. Ту Дж., Гонсалес Р. (1973). Принципи распознования образов. -М., Изд.Мир.

3. Квиташвили А.А., Джавахишвили И.Н. (1973). Сходимость процесса обучения распознованию при использовании метода стохастической аппроксимации. Сообщения АН ГССР 1973.N 3

4. Джавахишвили И.Н., Гелдиашвили Н.И. (1975). Обобщение ускорения сходимости процесса обучения расспознованию овразов.Сообщения АН ГССР.N11.

SOME TEACHING METHODS FOR PATTERN RECOGNITION SYSTEMS

Javakhishvili Irakli

Institute of Cybernetics of the Georgian Technical University

Summary

For finding an optimal weight vector of a training system there have been presented algorithms, according to which a step length coefficient of correction is not chosen from the very start, but it is changing by a training sequence. By means of the above mentioned algorithms one of the solutions, which might not be optimal for vectors not included in the training sequence, can be searched for. By the method represented in the work there can be found such a separating surface, which will be equally far from the points arranged on different sides of the plane but far from the mentioned plane at the shortest distance. The plane found this way will be comparatively optimal for those objectives, which have not taken part in training of the system.

НЕКОТОРИЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ СИСТЕМЫ РАСПОЗНОВАНИЯ ОБРАЗОВ

Джавахишвили И.

Институт Кибернетики ГТУ, Грузия

Резюме

Для нахождения значения оптимального весового вектора обучающей системы приведены алгоритмы, согласно которым коеффициент длины шага коррекций не выбран заранее, а меняется в зависимости от обучающей виборки. С помощью указанных алгоритмов можно найти решение, которое может оказаться неоптимальным для тех векторов,которые не входят в обучающую виборку. Приведенным в работе методом можно найти такую разделяющую гиперплоскость, которая будет находиться на одинаковом рапсстоянии от тех точек, которые расположены по разные стороны плоскости и удалены от указанной плоскости на наименьшем расстоянии. Таким образом, найденная гиперплоскость будет оптимальной и для тех обьектов, которые в обучении системы не принимали участие.