მაღალი რიგის პოლინომების კვლევა გრაფო-ანალიზური მეთოდით

ომარ კოტრიკაძე, ქეთევან კოტრიკაძე
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

თანამედროვე მართვის თეორიაში ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საშუალებაა ავტომატური რეგულირების სისტემის შესასწავლად გადაცემის ფუნქცია და მისი მახასიათებელი განტოლება. ასეთი სისტემების მახასიათებელი განტოლება უმეტესს წილად მაღალი ხარისხისაა და მისი ფესვების პოვნა კლასიკური მეთოდებით საკმაოდ გართულებულია. ამიტომ ასეთი განტოლებების კვლევისთვის ვიყენებთ არასტანდარტულ მიდგომას, კერძოდ გრაფო-ანალიზურ მეთოდს, რომლის გამოყენებაც აიოელებს სისტემის მდგრადობის და სინთეზის ამოცანების გადაწყვეტას. ეს არის მახსიათებელი განტოლების ფესვების ტრაექტორიების დადგენა ანუ ფესვების ჰოდოგრაფების განსაზღვრა, როცა იცვლება სისტემის ერთი ან რამდენიმე პარამეტრი.

საკვანძო სიტყვები: მართვის სისტემები. სისტემის მდგრადობა. მეხუთე რიგის განტოლება. ფესვური ჰოდოგრაფი.

1. შესავალი

მაღალი რიგის განტოლებების კვლევა ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საკითხია სისტემის მდგრადობის და სინთეზის ამოცანების გადაწყვეტისას. ხშირ შემთხვევაში ასეთი ტიპის განტოლებების ამოხსნა სტანდარტული მეთოდებით საკმაოდ რთულია ან შეუძლებელიც. ამოცანა რთულდება იმ შემთხვევაში, თუ ასეთ განტოლების პარამეტრები იცვლება. ჩვენს შემთხვევაში ვიხილავთ სამწევრა მე-5 რიგის განტოლებას და ვაგებთ მათი ფესვების ტრაექტორიებს ანუ ფესვურ ჰოდოგრაფებს (ფჰ), როცა იცვლება აღნიშნული განტოლების ერთი პარამეტრი. აღსანიშნავია, ის გარემოება, რომ აღნიშნულ სტატიაში მეხუთე რიგის განტოლებია ფჰ იგება იმ შემთხვევებისთვის, როცა აღნიშნულ განტოლებაში მეხუთე ხარისხის ცვლადიან წევრს ემატება ერთზე მაღალი ხარისხის მქონე ცლადები, რაც ართულებს ფესვთა მოძრაობის ტრაქტორიების სახის დადგენას.

2. ძირითადი ნაწილი

განვიხილოთ მეხუთე რიგის სამწევრა პოლინომი, რომელიც წარმოადგენს დაყვანილ განტოლებას. აღნიშნული სამწევრა პოლინომი შეიცავს კიდევ ერთ ცვლადს რომლის ხარისხი 2-ის ტოლია. ასეთ შემთხვევაში მოცემული პოლინომის ფესვების დადგენა საკმაოდ რთულია მხოლო და მხოლოდ ანალიზური მეთოდით. ამიტომ ჩვენს შემთხვევაში ვიყენებთ არა მარტო ანალიზურ მიდგომას, არამედ გრაფიკულსაც ანუ, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, ვიყენებთ გრაფო-ანალიზურ მეთოდს. დავადგინოთ, როგორ მოძრაობენ ფესვები ფესვთა კომპლექსურ სიბრტყეზე, როცა (1) განტოლებაში იცვლება პარამეტრი.

$$S^5 + \alpha S^2 + 1 = 0 \tag{1}$$

(1) განტოლების ფესვები ისეთი $S = re^{j\varphi}$ რიცხვები, რომლებიც ტოლობას

$$r^5 Sin3\varphi = Sin2\varphi. \qquad (2)$$

ჭეშმარიტ რიცხვით ტოლობად აქცევენ.

თუ (2) ტოლობაში ჩავსვამთ $Sin3\varphi = 3Sin\varphi - 4Sin^3\varphi$ და $Sin2\varphi = 2Sin\varphi Cos\varphi$. მივიღებთ ტოლობებს:

$$Sin\varphi = 0 \ (3) \text{ და } r^5(4Cos^3\varphi - 1) = 2Cos\varphi \ (4)$$

აქედან (3) ნამდვილი ფესვისთვისაა ჭეშმარიტი ტოლობა; ხოლო (4) წარმოადგენს (1) განტოლების $S = \delta + j\omega$ $(\omega \neq 0)$ კომპლექსური ფესვების განტოლებას [1].

(1) განტოლების ფჰ-ების ერთეულოვან წრეწირთან გადაკვეთის წერტილების არგუმენტები იქნება: $Sin3\varphi = Sin2\varphi$ განტოლების ფესვები

$$\varphi = 36^o(2k+1) \ (5) \text{ და } \varphi = 360^o k \ (6)$$

აქედან (5) მნიშვნელობები ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილებია, ხოლო (6) ფესვთა კომპლექსური სიბრტყის დადებითი ნახევარღერძია.

(1) განტოლების ფჰ-ების განთავსების არეები იქნება:

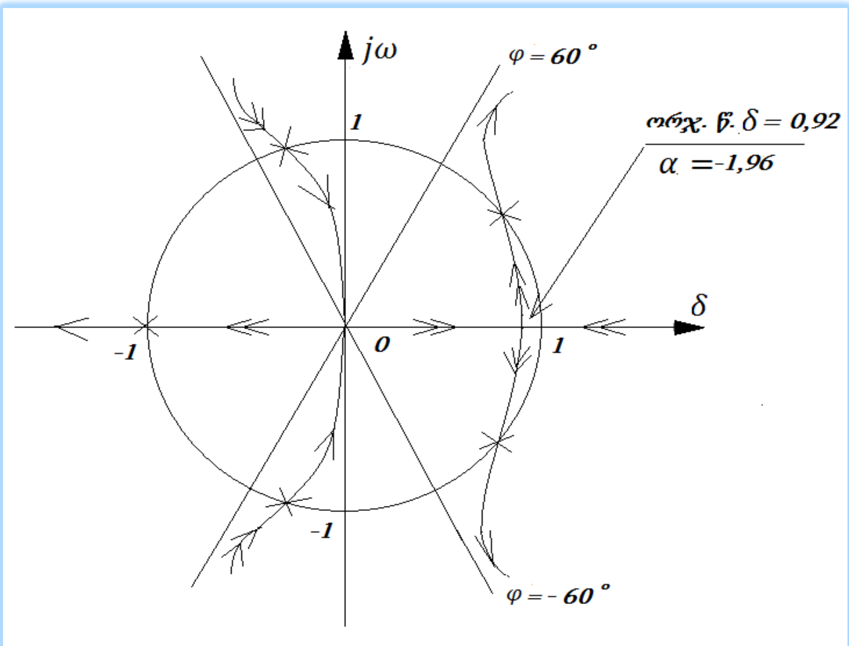
$$\begin{cases} \sin 3\varphi > 0 \\ \sin 2\varphi > 0 \end{cases} \text{ ან } \begin{cases} \sin 3\varphi < 0 \\ \sin 2\varphi < 0 \end{cases}$$

უტოლობათა სისტემების ამონახსნებია: $\varphi \in]-60^0; 60^0[\cup]-120^0; -90^0[\cup]90^0; 120^0[$.

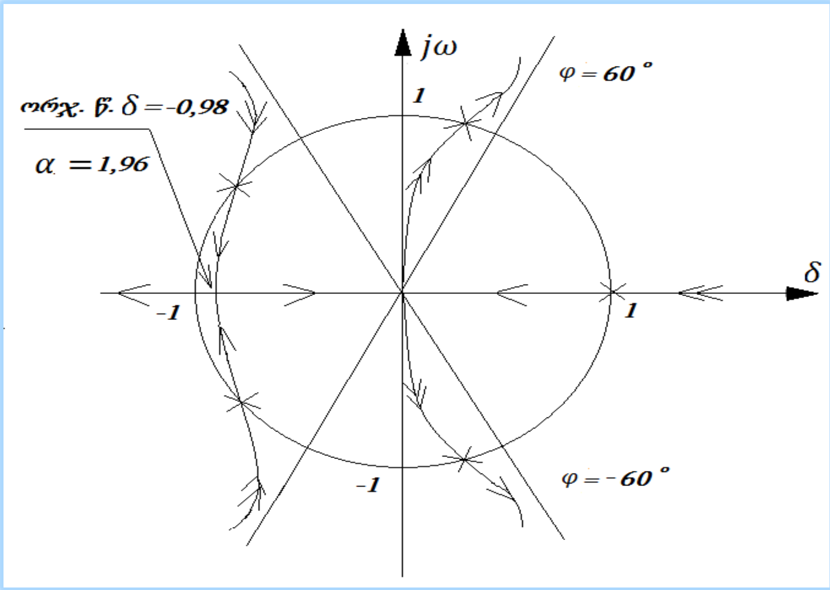
(1) განტოლების ორჯერადი ნამდვილი წერტილი იქნება:

$$(S^5+1)'S^2 - (S^2)'(S^5+1) = 0.$$

განტოლების ფესვები: $S = 0$ და $S = \sqrt[5]{\frac{2}{3}}$. აქედან, $S = 0$ არის (1) განტოლების ორჯერადი საბოლოო წერტილი, ხოლო $S = \sqrt[5]{\frac{2}{3}} = 0{,}922$ საძიებელი ორჯერადი წერტილია, რომელიც (1) განტოლების ორი ფესვი მოხვდებიან, მაშინ თუ $\alpha = -1{,}96$ (უფრო ზუსტი მნიშვნელობა იქნება: $\alpha = -1{,}960131704$).



ნახ.1



ნახ.2

საძიებელი გრაფიკი გამოსახულია 1-ელ ნახაზზე, სადაც მითითებულია ორჯერადი ნამდვილი ფესვის მნიშვნელობა ამ წერტილებში და ფესვების ტრაექტორიებზე ფესვების მოძრაობის მიმართულებები, როცა α იცვლება $-\infty$-დან 0-მდე. ფესვების მოძრაობის ტრაექტორია ორმაგი ისრებითაა აღნიშნული, ხოლო 0-დან $+\infty$-მდე - ერთმაგი ისრებით [2, 3]. ახლა დავადგინოთ

$$S^5 + \alpha S^2 - 1 = 0 \tag{7}$$

(7) განტოლების ფესვების ტრაექტორიები, როცა $\alpha \in]-\infty; +\infty[$. (7) განტოლების ფესვების ტრაექტორიების განტოლება იქნება:

$$r^5 Sin3\varphi = -Sin2\varphi. \tag{8}$$

ამ განტოლებიდან შესაძლებელია ფესვური ჰოდოგრაფის განლაგების არეების დადგენა. ეს არეები იქნება შემდეგი უტოლობათა სისტემების ამონახსნი:

$$\begin{cases} \sin 3\varphi > 0 \\ \sin 2\varphi < 0 \end{cases} \text{ან} \begin{cases} \sin 3\varphi < 0 \\ \sin 2\varphi > 0 \end{cases}$$

$$\varphi \in]-60^0; 60^0[\cup]120^0; 240^0[.$$

ახლა ვიპოვოთ ფჰ-ის ერთეულოვან წრეწირთან გადაკვეთის წერტილები, რომლებიც $Sin3\varphi = -Sin2\varphi$ განტოლების ამონახსნებია:

$$\varphi = 72^o k \text{ და } \varphi = 180^o(2k+1).$$

ამ ამონახსნებიდან 1-ლი ჯგუფი ფჰ-ს საწყისს წერტილებს წარმოადგენენ, ხოლო მეორე ჯგუფი ნამდვილი მარცხენა ნახევარღერძის ერთეულოვან წრეწირთან გადაკვეთის წერტილის არგუმენტია. ახლა დავუბრუნდეთ (8) განტოლებას. თუ ამ განტოლებაში ჩავსვამთ $Sin3\varphi$ და $Sin2\varphi$-ის მნიშვნელობებს, მივიღებთ:

$$Sin\varphi = 0 \text{ და } r^5(4Cos^2\varphi - 1) = -2Cos\varphi \tag{9}$$

წინა შედეგების ანალოგიურად თუ გამოვიკვლევთ (9) განტოლების r-ის ექსტრემუმს, აღმოჩნდება, რომ ასეთი ექსტრემუმი არ არსებობს.

ახლა დავდგინოთ (7) განტოლების ორჯერადი წერტილები:

$$(S^5 - 1)' S^2 - (S^2)'(S^5 - 1) = 0.$$

აქედან, ნამდვილი ფესვები ექნება: $S = 0$ და $S = -\sqrt[5]{\frac{2}{3}}$. ამ ორი ფესვიდან $S = 0$ (7) განტოლების საბოლოო ორჯერადი წერტილია; განტოლების ორჯერადი საბოლოო წერტილი, $S = -\sqrt[5]{\frac{2}{3}} = -0{,}922$. ფჰ-ის ორჯერადი ნამდვილი ფესვი, რომელიც მიიღება, თუ $\alpha = -\frac{S^5-1}{S^2} = -\frac{-\frac{2}{3}-1}{-\sqrt[5]{\frac{4}{9}}} = -\frac{1\frac{2}{3}}{0{,}85} = 1{,}96$ ე. ი. ამჯერად $S = -\sqrt[5]{\frac{2}{3}}$ ორჯერადი წერტილი (7) განტოლებას ექნება თუ $\alpha = 1{,}96$. (2) განტოლების ფჰ-ები გამოსახულია ნახ. 2-ზე. იგივე გრაფიკი შეიძლებოდა ასეც დაგვედგინა: (7) განტოლებაში S შევუცვალოთ ნიშანი, მაშინ (7) მიიღებს სახეს

$$-S^5 + \alpha\, S^2 - 1 = 0$$

რომელიც გავამრავლოთ (-1)-ზე და მივიღებთ:

$$S^5 - \alpha\, S^2 + 1 = 0\,. \tag{10}$$

ეს იმას ნიშნავს, რომ (7) განტოლების ფჰ შეიძლება მიღებულ იქნას ნახ. 1-ზე გამოსახული ფჰ-ის სარკული ანარეკლით წარმოსახვითი ღერძის მიმართ ფესვების მოძრაობის მიმართულებების საპირისპირო მიმართულებით შეცვალით ნახ. 2. გავაგრძელოთ მეხუთე რიგის სამწევრა პოლინომების კვლევა.

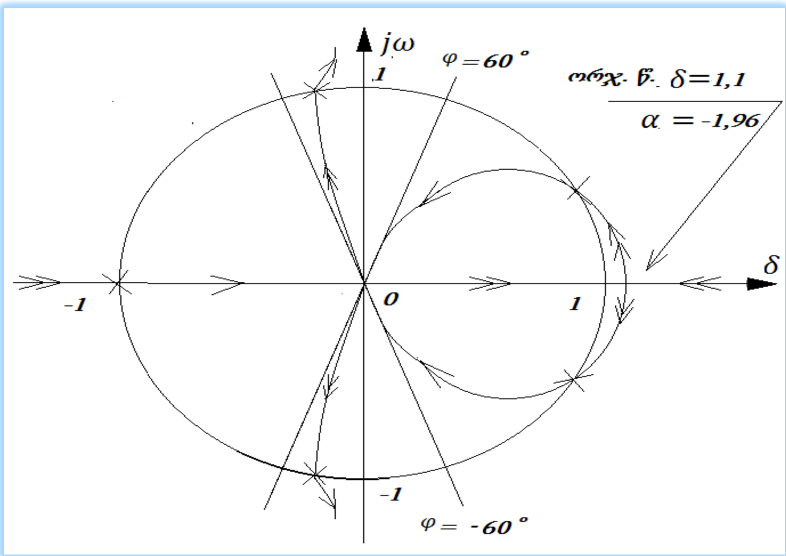
შემდეგი პოლინომია:

$$S^5 + \alpha\, S^3 + 1 = 0\,. \tag{11}$$

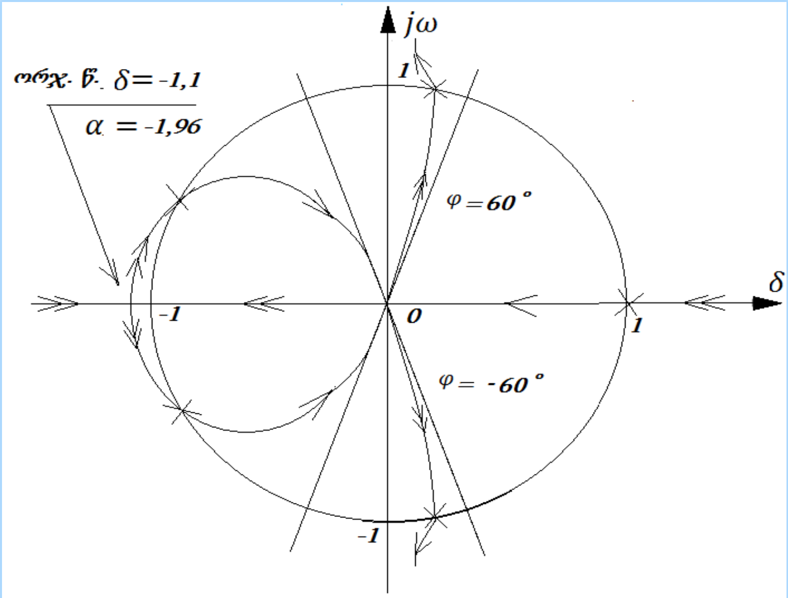
ფჰ-ის საწყისი წერტილებია ერთეულოვანი წრეწირის წერტილები არგუმენტებით: 36^o; 108^o; 180^o; 252^o; $324.^o$ სამჯერადი საბოლოო წერტილი კოორდინატთა სათავეშია; (11) განტოლების ფჰ-ის განტოლებაა:

$$r^5 Sin3\varphi = -Sin2\varphi. \tag{12}$$

ფჰ-ის ერთეულოვან წრეწირთან გადაკვეთის არგუმენტებია: $Sin2\varphi = Sin3\varphi$. განტოლების ფესვები: $0^o; 36^o$; $108^o; 180^o$; 252^o; $324^o; 360.^o$პირველი და ბოლო მნიშვნელობები $Sin\frac{\varphi}{2} = 0$ განტოლების ფესვებია, ხოლო დანარჩენი წერტილები ფჰ-ის საწყისი წერტილებია.



ნახ.3



ნახ.4

ახლა დავადგინოთ ფჰ-ის განთავსების არეები, რომელიც შემდეგი უტოლობათა სისტემების ამონახსნებია:

$$\begin{cases} \sin 2\varphi > 0 \\ \sin 3\varphi > 0 \end{cases} \text{და} \begin{cases} \sin 2\varphi < 0 \\ \sin 3\varphi < 0 \end{cases}$$

$$\varphi \in]-60^0; 60^0[\cup]-120^0; -90^0[\cup]90^0; 120^0[.$$

(11) განტოლების ჯერადი ფესვები იქნება:

$$(S^5+1)'S^3 - (S^3)'(S^5+1) = 0. \tag{13}$$

განტოლების ამონახსნები ორჯერადი ფესვი $S = 0$ და $S = \sqrt[5]{1,5} = 1,0845$. $S = 0$ იქნება (11) განტოლების სამჯერადი საბოლოო წერტილი, ხოლო $S = \sqrt[5]{1,5} = 1,0845$ არის (11) განტოლების ფესვი და α-ს შესაბამისი მნიშვნელობა. ნახაზზე აგრეთვე მითითებულია ფესვების მოძრაობების მიმართულებები; ორმაგი ისრებით თუ α იცვლება $-\infty$ -დან 0-მდე და ერთმაგი ისრებითა თუ - 0-დან $+\infty$-მდე.

გამოვიკვლიოთ

$$S^5 + \alpha S^3 - 1 = 0. \tag{14}$$

განტოლების ფჰ-ები და ფესვების თვისებები.

ფჰ-ს საწყისი წერტილები იქნება ფესვთა კომპლექსური სიბრტყის ის წერტილები, რომელთა არგუმენტებია: $0^o; 72^o;\ 144^o; 180^o;\ 216^o;\ 228^o; 360.^o$ფჰ-ის ორჯერადი ფესვებია:

$$(S^5-1)'S^3 - (S^3)'(S^5-1) = 0. \tag{15}$$

განტოლების ნამდვილი ფესვები: $S = 0$ ორჯერადი ფესვია და $S = -\sqrt[5]{3/2} = -1,0845$ კი (14) განტოლების ფჰ-ის ორჯერადი წერტილია, რომელსაც მივიღებთ, მაშინ თუ $\alpha = -1,96$. ფჰ-ს განთავსების არეებია: $\varphi \in]-60^0; 60^0[\cup]120^0; 240[$.

(14) განტოლების ფჰ გამოსახულია ნახ. 4-ზე, რომელზედაც მითითებულია (14) განტოლების ორჯერადი ნამდვილი ფესვი $S = -\sqrt[5]{\frac{3}{2}} = -1,0845$ და α-ს მნიშვნელობა ამ წერტილში $\alpha = -1,96$.

(14) განტოლების ფჰ შეიძლებოდა ასედაც მიგვეღო. ამ განტოლებებში S შევცვალოთ (-S)-ით გვექნება:

$$-S^5 - \alpha S^3 - 1 = 0,$$

რომელიც გავამრავლოთ (-1)-ზე მივიღებთ (11) განტოლებას. გამოდის, რომ (14) განტოლების ფჰ (11) განტოლების ფჰ-ის ნახ. 3-ის სარკული ანარეკლია წარმოსახვით ღერძის მიმართ.

მე-5 რიგის პოლინომებიდან გამოსაკვლევი დაგვრჩა ორი პოლინომი:

$$S^5 + \alpha S^4 + 1 = 0 \text{ და } S^5 + \alpha S^4 - 1 = 0\,.$$

გამოვიკვლიოთ

$$S^5 + \alpha S^4 + 1 = 0 \qquad (15)$$

განტოლების ფესვური ჰოდოგრაფები. ფჰ-ს საწყისი წერტილები ფესვთა კომპლექსური სიბრტყის ერთეულოვან წრეწირზეა, რომელთა არგუმენტებია: 36^o; 108^o; 180^o; 252^o; $324.^o$ $S = 0$ ორჯერადი საბოლოო წერტილია და ორჯერადი ნამდვილი ფესვი იქნება:

$$(S^5 + 1)'S^4 - 4S^3(S^5 + 1) = 0.$$

განტოლების ნამდვილი ფესვები $S = 0$ $S = -\sqrt[5]{4} = 1{,}32$; ამ წერტილში α-ს მნიშვნელობა $\alpha = -\frac{S^5+1}{S^4} = -\frac{-5}{-\sqrt[5]{4}} = -1{,}65.$ როგორც აღვნიშნეთ, $S = 0$ ოთხჯერადი საბოლოო წერტილია.

ახლა დავწეროთ (15) განტოლების ფჰ-ს განტოლება:

$$r^5 Sin\varphi = Sin4\varphi. \qquad (16)$$

თუ ჩავსვამთ

$$Sin4\varphi = 4Sin\varphi Cos\varphi(2Cos^2\varphi - 1),$$

მაშინ (16) ტოლობიდან მივიღებთ ორ განტოლებას:

$$Sin\varphi = 0 \;(17) \text{ და } r^5 = 4Cos\varphi(2Cos^2\varphi - 1) \;\; (18)$$

(17) ტოლობა ფესვთა კომპლექური სიბრტყის ნამდვილი ღერძის განტოლებაა, ხოლო (18) არის (15) განტოლების კომპლექსური ფესვების განტოლება; თუ გავითვალისწინებთ, რომ $Cos\varphi = \frac{\delta}{r}$, მაშინ (18) შეგვიძლია ასეც ჩავწეროთ:

$$8\delta^3 - 4\delta r^4 - r^8 = 0.$$

მივიღებთ:

$$X(\delta; r) = 8\delta^3 - 4\delta r^2 - r^2 = 0 \qquad (19)$$

$$X'_\delta(\delta; r) = 24\delta^2 - 4r^2 = 0. \qquad (20)$$

თუ

$$\begin{cases} X(\delta; r) = 0 \\ X'_\delta(\delta; r) = 0 \end{cases}$$

განტოლებათა სისტემას ექნება $(\delta; r)$ ნამდვილი ამონახსნი, მაშინ ეს წერტილი იქნება (15) განტოლების ფჰ-ის r მოდულის ექსტრემუმის წერტილი. ვიპოვოთ ამ წერტილისთვის r-ის და δ-ს მნიშვნელობები. ამისათვის (20)-დან განვსაზღვროთ δ და ჩავსვათ (19)-ში. მივიღებთ: $\delta = -\frac{1}{3}\sqrt[5]{3}$ და $r_m{}^2 = 6\delta^2 = 6\left(-\frac{1}{3}\sqrt[5]{3}\right)^2 = 1{,}034.$ აქედან $r_m = 1{,}017$ და $\delta = -0{,}415$; ექსტრემუმის წერტილში არგუმენტი იქნება: $\varphi_m = 114{,}095.^o$ (15) განტოლების ფჰ-ის აგებისას ჩვენ ვნახეთ, რომ $(\delta; r_m)$ მოდულის მაქსიმუმის წერტილია (ნახ. 5). ამ ნახაზზე

აღნიშნულია (15) განტოლების ორჯერადი წერტილი, α-ს მნიშვნელობა ამ წერტილში და მოდულის ექსტრემუმის წერტილი.

(15) განტოლების ფჰ-ის ასაგებად სასარგებლოა ფჰ-ის განლაგების არეების ცოდნა. ამ არეების საპოვნელად საჭიროა შემდეგი უტოლობათა სისტემების ამოხსნა:

$$\begin{cases}\sin 4\varphi > 0\\ \sin\varphi > 0\end{cases} \text{ და } \begin{cases}\sin 4\varphi < 0\\ \sin\varphi < 0\end{cases}$$

ამ სისტემების ამონახსნთა ერთობლიობა არის (15) განტოლების ფჰ-ის განლაგების არეები. $\varphi \in]-45^0; 45^0[\cup]-135^0; -90^0[\cup]90^0; 135^0[$.

ბოლოს გამოვიკვლიოთ განტოლების ფჰ-ს თვისებები:

$$S^5 + \alpha\, S^4 - 1 = 0. \tag{21}$$

$$S^5 - 1 = 0. \tag{22}$$

განტოლების ფესვები იქნება (21) განტოლების ფჰ-ის საწყისი წერტილები (ამ წერტილებში α=0), რომელებიც ართეულოვან წრეწირზე მდებარეობენ და მათი არგუმენტებია: $36^o; 108^o; 180^o; -108^o; -36^o$. ახლა ვიპოვოთ (21) განტოლების ნამდვილი წერტილები, რისთვისაც ამოვხსნათ განტოლება:

$$(S^5 - 1)'S^4 - (S^4)'(S^5 - 1) = 0.$$

აქედან, $S = 0$ და $S = -\sqrt[5]{4}$. $S = 0$ (21) განტოლების ოთხჯერადი საბოლოო წერტილია (ამ წერტილში $\alpha \to -\infty$); $S = -\sqrt[5]{4}$ არის (21) განტოლების ორჯერადი ნამდვილი ფესვი; ასეთი ფესვი მიიღება თუ $\alpha = 1{,}65$. (უფრო ზუსტად $\alpha = 1{,}643384888.$)

(21) განტოლების ფჰ-ის განტოლება იქნება:

$$r^5 Sin\varphi = -Sin4\varphi. \tag{23}$$

თუ ჩავსვამთ

$$Sin4\varphi = 4Sin\varphi Cos\varphi(2Cos^2\varphi - 1)$$

მნიშვნელობას, მაშინ (23)-დან მივიღებთ ორ უტოლობას:

$$Sin\varphi = 0 \ (24) \text{ და } r^5 = -.4Cos\varphi(2Cos^2\varphi - 1) \ (25)$$

თუ (25)-ში ჩავსვამთ $Cos\varphi = \frac{\delta}{r}$ მნიშვნელობას მივიღებთ:

$$8\delta^3 - 4\delta r^2 + r^8 = 0. \tag{26}$$

r -ის ექსტრემუმის დასადგენად (26) გავაწარმოოთ δ -თი და მივიღებთ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases}24\delta^2 - 4r^2 = 0\\ 8\delta^3 - 4\delta r^2 + r^8 = 0.\end{cases} \tag{27}$$

ამ სისტემას $(\delta; r)$ ამონახსნი იქნება r -ის ექსტრემუმის წერტილი; $\delta = \frac{1}{3}\sqrt[5]{3} = 0{,}415$ უფრო ზუსტად 0,415243646 და $r = \frac{1}{3}\sqrt[10]{69984} = 1{,}017135053 = 1{,}017$. აქედან $r_m = 1.017$ და $\delta = -0{,}415$, მაშინ $Cos\varphi = \frac{\delta}{r} = 0{,}40824829 \approx 0{,}41$ და $\varphi = 65{,}90515745^o \approx 65{,}9.^o$

(21) განტოლების ფჰ-ის დახაზვისას ვნახავთ, რომ $r = 1{,}017$ კომპლექსური ფესვების მოდულის მაქსიმუმია.

ბოლოს დავადგინოთ ფჰ-ების განლაგების არეები, რისთვისაც ამოვხსნათ უტოლობათა სისტემები:

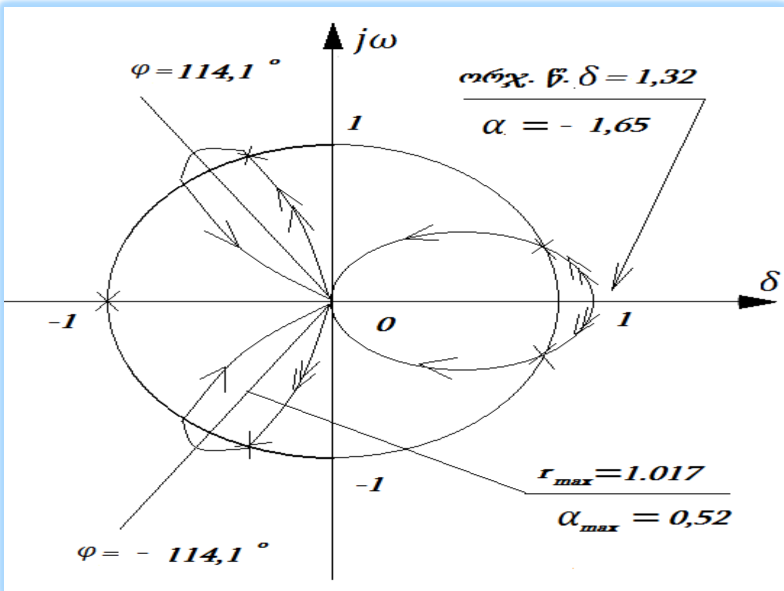
$$\begin{cases}\sin 4\varphi > 0\\ \sin\varphi < 0\end{cases} \text{ და } \begin{cases}\sin 4\varphi < 0\\ \sin\varphi > 0\end{cases}$$

ამოხსნის შედეგად მივიღებთ: $\varphi \in]-90^0;45^0[\cup]45^0;90^0[\cup]135^0;20^0[$. ერთეულოვან წრეწირთან ფჰ-ის გადაკვეთის წერტილების არგუმენტები იქნება:

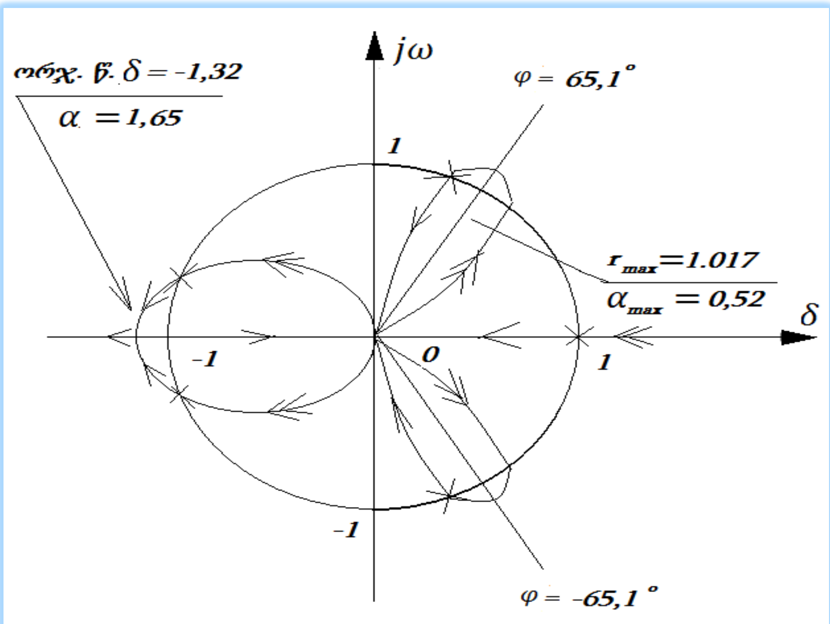
$$Sin\varphi = -Sin4\varphi.$$

განტოლების ფესვები $\varphi = 72k,^o$ სადაც $k \in Z$ საწყისი წერტილებია და $\varphi = 72^o(2k+1)$ სადაც $k \in Z$ წერტილებია არგუმენტებით $\varphi = 160.^o$ r-ის ექსტრემუმის წერტილში $\alpha_m = -0{,}519054558 \approx -0{,}52$.

(21) განტოლების ფჰ გამოსახულია ნახ. 6-ზე, სადაც მითითებულია: ორჯერადი ნამდვილი ფესვი, α-ს მნიშვნელობა ორჯერად წერტილში, მოდულის r_m მაქსიმუმი, α-ს მნიშვნელობა მოდულის მაქსიმუმის წერტილში.



ნახ.5



ნახ.6

3. დასკვნა

მიღებული შედეგების მიხედვით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ფესვური ჰოდოგრაფების აგება გრაფო-ანალიზური მეთოდის საშუალებით, საკმაოდ რთულია. პოლინომის ფესვების ტრიგონომეტრიულ ფორმაში ჩაწერა აიოლებს ფესვების ტრაექტორიების დადგენას. ამავე დროს ვიყენებთ ფესვური ჰოდოგრაფის გრაფიკულ თვისებებსაც. მეხუთე რიგის პოლინომის ფესვური ჰოდოგრაფის საწყისი წერტილების მნიშვნელობები და განლაგება ერთეულოვან წრეწირზე, მიუხედავად იმისა, რომ პოლინომის მეორე წევრის ხარისხი ყოველ ჯერზე იცვლება, ერთი და იგივეა. იცვლება მხოლოდ ფესვების მოძრაობის ტრაექტორიები, ჯერადი ფესვები და განთავსების არეები.

ლიტერატურა - References – Литература:

1. Evans G.W. (2004). The story of Walter R. Evans and his textbook Control-System Dynamics. IEEE Control Systems Magazine.
2. L.H.A Monteiro, J. D. (2008). Simple Answers to Usual Questions about Unusual Forms of the Evans' Root Locus Plot. Revista Controle & Automacao.
3. Richard C. Dorf, R. H. (2008). Modern Control Systems. USA: Pearson Education Inc.

STUDY OF HIGHER ORDER POLYNOMIALS BY THE GRAPHICAL-ANALYTICAL METHOD

Omar Kotrikadze, Ketevan Kotrikadze

Georgian Technical University

Summary

In modern control theory, one of the most important means is ыtudy the transfer function of the automatic control system and its characteristic equation. The characteristic equation of such systems is mostly higher degree and to find it roots with classical methods is rather difficult. Therefore, we use nonstandard approach for studding these equations; in particular, the grapho-analytical method, which simplifies the solution of problems of stability and synthesis of systems. This is the establishment of trajectories of equation roots that means to determine the hodographs, when one or more parameters of the system are changed.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛИНОМОВ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА ГРАФО-АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Котрикадзе О, Котрикадзе К.

Грузинский Технический Университет

Резюме

В современной теории управления одним из важнейших средств является передаточная функция и характеристическое уравнение автоматической системы регулирования. Большая часть характеристических уравнений таких систем высокого порядка и нахождение их корней классическими методами довольно сложно. Поэтому мы используем нестандартный подход к изучению данных уравнений, в частности графо-аналитический метод, который упрощает решение задач устойчивости и синтеза систем. Это установление траекторий корней или корневых годографов характеристического уравнения, при изменении одного или нескольких параметров системы.