არაწრფივი, არასტაციონალური ჩაკეტილი მართვის სისტემის იდენტიფიკაცია მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქციების საშუალებით

ნინო ვარძიაშვილი
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

განხილულია შემთხვევა, როცა არაწრფივი, არასტაციონალური ჩაკეტილი მართვის სისტემის აღმწერი ფუნქციონალი შესაძლებელია წარმოდგენილ იქნას ორი ფუნქციონალის ნამრავლის სახით: $F(x(\tau),t)=F_1(x(\tau))\cdot F_2(t)$, სადაც $F_1(x(\tau))$ არის ფუნქციონალი, რომელიც შესაძლებელია ჩაწერილ იქნას ვოლტერას მწკრივის სახით, ხოლო $F_2(t)$ ფუნქციონალი იშლება ხარისხოვან მწკრივად. მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქციის საშუალებით მიღებულია განტოლებათა სისტემა დროის დისკრეტულ მომენტებში იმპულსური გარდამავალი ფუნქციების მნიშვნელობებსა და $F_2(t)$ ფუნქციონალის ხარისხოვანი მწკრივის კოეფიციენტების მიმართ. მიღებული განტოლებათა სისტემის ამონახსნის პოვნა საშუალებას იძლევა მოვახდინოთ არაწრფივი, არასტაციონალური ჩაკეტილი მართვის სისტემის იდენტიფიკაცია.

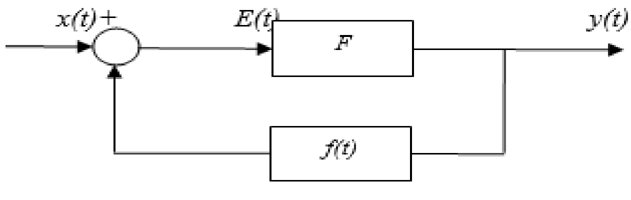
საკვანძო სიტყვები: იდენტიფიკაცია. მახასიათებელი ფუნქციები. არაწრფივი ობიექტები.

1. შესავალი

ნაშრომებში [1,2], წარმოდგენილია არაწრფივი ობიექტების იდენტიფიკაცია მახასიათებელი (ბლოკ) ფუნქციების საშუალებით, როდესაც საიდენტიფიკაციო ობიექტი მიეკუთვნება არასტაციონალურ სისტემათა კლასს. [3]-ში შექმნილი მეთოდი გავრცობილია არაწრფივი ობიქტებზე. წინამდებარე ნაშრომში განხილულია არაწრფივი, არასტაციონალური ობიექტის იდენტიფიკაცია ჩაკეტილი მართვის სისტემის შემთხვევაში.

2. ძირითადი ნაწილი

განვიხილოთ ჩაკეტილი მართვის სისტემა (ნახ.1):



ნახ.1.

სადაც F ფუნქციონალი წარმოადგენს არაწრფივი, არასტაციონარული ობიექტის თვისებებს. $x(t)$ და $y(t)$ შესაბამისად შემავალი და გამომავალი სიგნალებია, $f(t)$ უკუკავშირის წრედის იმპულსური გარდამავალი ფუნქციაა. განვიხილავთ შემთხვევას, როცა შესაძლებელია $F(x(\tau),t)$ ფუნქციონალი წარმოდგენილი იქნას ორი ფუნქციონალის ნამრავლის სახით:

$$F(x(\tau), t) = F_1(x(\tau)) \cdot F_2(t).$$

სადაც $F_1(x(t))$ ფუნქციონალი შესაძლებელია წარმოდგენილი იქნას ვოლტერას მწკრივის საშუალებით:

$$F_1[x(t)] = \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^t \cdots \int_0^t g^{(i)}(t-t_1, \ldots, t-t_i) \prod_{k=1}^{i} \left(x(t_k) - \int_0^{t_k} f(t_k - \tau) y(\tau) d\tau \right) dt_1 \cdots dt_i \tag{1}$$

ხოლო $F_2(t)$ იშლება t ცვლადის მიმართ ხარისხოვან მწკრივად:

$$F_2(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + \ldots \tag{2}$$

ამ შემთხვევაში, მართვის ობიექტის მათემატიკური მოდელისათვის გვექნება:

$$\hat{y}(t) = (a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + \ldots) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^t \cdots \int_0^t g^{(i)}(t-t_1, \ldots, t-t_i) \prod_{k=1}^{i} \left(x(t_k) - \int_0^{t_k} f(t_k - \tau) y(\tau) d\tau \right) dt_1 \cdots dt_i \tag{3}$$

(აქ $\hat{y}(t)$ მოდელის გამოსასვლელი სიგნალია, ანუ $y(t)$-ს შეფასება) იდენტიფიკაციის ამოცანას შეადგენს განვსაზღვროთ იმპულსური $g^{(i)}(t_1, \ldots t_i)$ ფუნქციები და $(a_0; a_1; a_2; \ldots)$ კოეფიციენტები $[0, T]$ სეგმენტზე უწყვეტი $x(t)$, $y(t)$ და $f(t)$ ფუნქციების საშუალებით. თუ შემოვიღებთ აღნიშვნას:

$$E(t) \equiv x(t) - \int_0^t f(t-\tau) y(\tau) d\tau,$$

მაშინ (3) ტოლობიდან მივიღებთ:

$$\hat{y}(t) = (a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + \ldots) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^t \cdots \int_0^t g^{(i)}(t-t_1, \ldots, t-t_i) \prod_{k=1}^{i} E(t_k) dt_1 \cdots dt_i \tag{4}$$

ვთქვათ, N ფიქსირებული რიცხვია. $[0; T]$ შუალედი დავყოთ N ტოლ ნაწილად, $h = T / N$. შემოვიტანოთ მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქცია შემდეგი სახით [1]:

$$\Phi_{m_1 \ldots m_i}(t_1, \ldots, t_i) = \begin{cases} 1, \text{ როცა } (t_1, \ldots, t_i) \in \left](m_1 - 1)h_j m_1 h\right] x \cdots x \left](m_i - 1)h_j m_i h\right]; \\ 0, \text{ როცა } (t_1, \ldots, t_i) \notin \left](m_1 - 1)h_j m_1 h\right] x \cdots x \left](m_i \cdots 1)h_j m_i h\right] \end{cases}$$

აღვნიშნოთ:

$$g^{(i)}_{m_1 \cdots m_i} = \frac{1}{h^n} \int_{(m_1-1)h}^{m_1 h} \cdots \int_{(m_j-1)h}^{m_i h} g^{(i)} dt_1 \cdots dt_i, \tag{5}$$

მაშინ $g^{(i)}(t_1 \ldots t_i)$ ფუნქციისათვის შეიძლება დაიწეროს შემდეგი აპროქსიმაციული ტოლობა:

$$g^{(i)}(t_1, \ldots, t_i) = \sum_{m_1=1}^{N} \cdots \sum_{m_i=1}^{N} g^{(i)}_{m_1 \cdots m_i} \Phi_{m_1 \cdots m_i}(t_1, \ldots t_i) \tag{6}$$

იდენტიფიკაციის ამოცანის ამოხსნის ალგორითმის თვალსაჩინოდ ჩვენებისთვის, ზოგადობის შეუზღუდავად, (1) ტოლობის მარჯვენა მხარეში ავიღოთ მხოლოდ ორი შესაკრები, ხოლო (2) ტოლობის მარჯვენა მხარეში კი n შესაკრები.

ჩანაწერის გამარტივების მიზნით $g^{(1)}(t) \equiv g(t)$, $g^{(2)}(t_1,t_2) \equiv G(t_1,t_2)$. ზემოთ აღნიშნულიდან გამომდინარე, (3) გამოსახულება მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\hat{y}(t) = \left(a_0 + a_1 \cdot t + \ldots + a_{n-1} \cdot t^{n-1}\right) \cdot \left(\int_0^t g(t-t_1) x(t_1) dt + \int_0^t \int_0^t G(t-t_1, t-t_2) E(t_1) E(t_2) dt_1 dt_2 \right) \quad (7)$$

თუ $p \in \overline{1,n}$, მაშინ შუალედი $\left](p-1)h; ph\right]$ (როცა $p=1$, მაშინ $[0;h]$ შუალედი) დავყოთ $p+2$ ტოლ ნაწილად, ხოლო თუ $p \in \overline{n+1,N}$, მაშინ შუალედი $\left](p-1)h; ph\right]$ დავყოთ $p+1$ ტოლ ნაწილად და განვიხილოთ ყოველი მიღებული შუალედის მახასიათებელი ფუნქცია:

$$\varphi_{pq}(t) = \begin{cases} 1, \text{როცა } t \in \left]t_{pq-1}; t_{pq}\right]; \\ 0, \text{როცა } t \notin \left]t_{pq-1}; t_{pq}\right], \end{cases} \quad (8)$$

სადაც $t_{pq} = (p-1)h + \dfrac{q}{p+2} h$, $q \in \overline{1; p+2}$, როცა $p \in \overline{1,n}$, და $t_{pq} = (p-1)h + \dfrac{q}{p+1} h$, $q \in \overline{1; p+1}$, როცა $p \in \overline{n+1,N}$.

შემოვიღოთ აღნიშვნები:

$$E_{pq} = \frac{p+2}{h} \int_{t_{pq-1}}^{t_{pq}} E(t) dt; \qquad p = \overline{1,n} \qquad q = \overline{1, p+2};$$

$$\hat{y}_{pq} = \frac{p+2}{h} \int_{tpq-1}^{tpq} \hat{y}(t) dt; \qquad p = \overline{1,n} \qquad q = \overline{1, p+2}. \quad (9.1)$$

$$E_{pq} = \frac{p+1}{h} \int_{t_{pq-1}}^{t_{pq}} E(t) dt; \qquad p = \overline{n+1, N} \qquad q = \overline{1, p+1};$$

$$\hat{y}_{pq} = \frac{p+1}{h} \int_{tpq-1}^{tpq} \hat{y}(t) dt; \qquad p = \overline{n+1, N} \qquad q = \overline{1, p+1}. \quad (9.2)$$

(8) და (9) აღნიშვნების გათვალისწინებით გვექნება შემდეგი აპროქსიმაციული ტოლობები:

$$E(t) = \sum_{p=1}^{n} \sum_{q=1}^{p+2} x_{pq} \cdot \varphi_{pq}(t) + \sum_{p=n+1}^{N} \sum_{q+1}^{p+1} E_{pq} \cdot \varphi_{pq}(t);$$

$$\hat{y}(t) = \sum_{p=1}^{n} \sum_{q=1}^{p+2} \hat{y}_{pq} \cdot \varphi_{pq}(t) + \sum_{p=n+1}^{N} \sum_{q+1}^{p+1} \hat{y}_{pq} \cdot \varphi_{pq}(t) \quad (10)$$

თუ $A_{ij}^{(m)} = \sum_{r=1}^{m+1} \left(\sum_{p=1}^{n} \sum_{q=1}^{P+2} E_{pq} \cdot (\varphi_{pq} * \varphi_{mr})(t_{ij}) + \sum_{p=n+1}^{N} \sum_{q=1}^{P+1} E_{pq} \cdot (\varphi_{pq} * \varphi_{mr})(t_{ij}) \right)$, მაშინ სათანადო გარდაქმნების შედეგად [3], მივიღებთ განტოლებთა სისტემას:

$$\hat{y}_{11} = \left(g_1 \cdot A_{11}^{(1)} + G_{11}\left(A_{11}^{(1)}\right)^2\right)\left(a_0 + a_1 \cdot t_{11} + \ldots + a_{n-1} \cdot (t_{11})^{n-1}\right)$$

$$\hat{y}_{12} = \left(g_1 \cdot A_{12}^{(1)} + G_{11}\left(A_{12}^{(1)}\right)^2\right)\left(a_0 + a_1 \cdot t_{12} + \ldots + a_{n-1} \cdot (t_{12})^{n-1}\right)$$

$$\hat{y}_{13} = \left(g_1 \cdot A_{13}^{(1)} + G_{11}\left(A_{13}^{(1)}\right)^2\right)\left(a_0 + a_1 \cdot t_{13} + \ldots + a_{n-1} \cdot (t_{13})^{n-1}\right)$$

$$\hat{y}_{n1} = \left(\sum_{m=1}^{n} g_m A_{n1}^{(m)} + \sum_{m,k=1}^{n} G_{mk} A_{ij}^{m} A_{ij}^{k} \right) \left(a_0 + a_1 \cdot t_{n1} + \ldots + a_{n-1} \cdot (t_{n1})^{n-1} \right)$$

$$\hat{y}_{n,n+2} = \left(\sum_{m=1}^{n} g_m A_{n,n+2}^{(m)} + \sum_{m,k=1}^{n} G_{mk} A_{n,n+2}^{(m)} A_{n,n+2}^{(k)} \right) \left(a_0 + a_1 \cdot t_{n,n+2} + \ldots + a_{n-1} \cdot (t_{n,n+2})^{n-1} \right)$$

$$\hat{y}_{N,N+1} = \left(\sum_{m=1}^{N} g_m A_{N,N+1}^{(m)} + \sum_{m,k=1}^{n} G_{mk} A_{N,N+1}^{(m)} A_{N,N+1}^{(k)} \right) \left(a_0 + a_1 \cdot t_{N,N+1} + \ldots + a_{n-1} \cdot (t_{N,N+1})^{n-1} \right)$$

განტოლებათა პირველ სამეულში გვაქვს $(2+n)$ უცნობი: $g_1, G_{11}, a_0, \ldots, a_{n-1}$. განტოლებათა შემდეგ ოთხეულში შემოდის სამი ახალი უცნობი: g_2, G_2 და $(G_{12}+G_{21})$ (ჯამს განვიხილავთ როგორც ერთი უცნობს), და ასე შემდეგ, $(2+n)$ განტოლებაში (განტოლებებში, რომლებშიც მონაწილეობენ $\hat{y}_{n1}, \hat{y}_{n2}, \ldots, \hat{y}_{n,n+2}$ სიდიდეები) შემოდის $(1+n)$ ახალი უცნობი: g_n, $(G_{n1}+G_{1n})$, $(G_{n2}+G_{2n})$, ... , $(G_{n,n-1}+G_{n-1,n})$, G_{nn}.

განტოლებათა რიცხვი ტოლია ამ განტოლებებში შემავალ უცნობთა რიცხვის, ამიტომ ზოგადად შესაძლებელია ვიპოვოთ ამ განტოლებათა სისტემის ამონახსნი (შევნიშნოთ, რომ ეს არაა წრფივ განტოლებათა სისტემა, ამიტომ ზოგადად მას ექნება არა ერთადერთი ამონახსნი). დანარჩენ განტოლებებში შემოდის იმდენი ახალი უცნობი ($g_{n+1}, \ldots, g_N$, $(G_{n+1,1}+G_{1,n+1}), \ldots, (G_{n,n-1}+G_{n-1,n}), G_{nn}, \ldots, G_{NN}$) რამდენი განტოლებაცაა, ამასთან ეს განტოლებები წრფივია ამ ახალი უცნობების მიმართ, რაც ნიშნავს იმას, რომ ამ სისტემას, ზოგადად, ექნება ერთადერთი ამონახსნი.

იმის გასარკვევად, თუ რომელი ამონახსნი უნდა ავირჩიოთ მათგან, საჭიროა მათემატიკური მოდელით მიღებული მონაცემები (ამონახსნთა ყველა სიმრავლი-სათვის) შევადაროთ რეალურ მონაცემებს და ავირჩიოთ ის ამონახსნი, რომლის-თვისაც სიდიდე $M\left(y-\hat{y}\right)^2$ იქნება უმცირესი (აქ M მათემატიკური ლოდინის სიმბოლოა). მათემატიკური მოდელის პარამეტრების დაზუსტების მიზნით, ყოველ მომდევნო ეტაპზე ხდება მოდელით მიღებული მონაცემების შედარება რეალურ მონაცემებთან. ეს საშუალებას გვაძლევს მოვახდინოთ წინა ეტაპზე მიღებული შედეგების, მაგალითად, a_i კოეფიციენტების მიღებული მნიშვნელობების კორექტირება. ზოგადად, რობინს-მონროს პროცედურის თანახმად $a_i(n+1) = a_i(n) + \gamma_n\left(y-\hat{y}\right)$ [4].

3. დასკვნა

არაწრფივი, არასტაციონალური ჩაკეტილი მართვის სისტემის შემთხვევაში, მრავალი ცვლადის მახასიათებელი ფუნქციის გამოყენებით, მიღებულია

იდენტიფიკაციის ალგორითმი იმპულსური გარდამავალი ფუნქციების მნიშვნელობების პოვნისათვის დროის დისკრეტული მომენტებში.

ლიტერატურა:

1. Akhobadze M. (1989). Identifikation of nonlinear closed dinamic systems by the block impulse functions. IFAC. Tbilisi, USSR.
2. ახობაძე მ., კურცხალია ე. (1990). არაწრფივი ობიექტების იდენტიფიკაციის რეკურსიული ალგორითმი. სტუ. სამეცნიერო შრომები #13(369).
3. ვარძიაშვილი ნ., კურცხალია ე. (2016). არაწრფივი, არასტაციონალური, დინამიკური ობიექტების იდენტიფიკაცია ფუნქციონალური მწკრივების საშუალებით, სტუ, სამეცნიერო ჟურნალი „განათლება“ 2(16).
4. Вазан М. (1972). Стохастическая аппроксимация. -М.: Мир.

IDENTIFICATION OF NON-LINEAR, NON-STATIONARY LOCKED CONTROL SYSTEM BY CHARACTERISTIC MULTIVARIABLE FUNCTIONS

Vardziashvili Nino

Georgian Technical University

Summary

The article discusses the case when the function describing the non-linear, non-stationary locked control system may be presented as a multiplication of two functions: $F(x(\tau), t) = F_1(x(\tau)) \cdot F_2(t)$. Where $F_1(x(\tau))$ is the function, which can be given in the form of the Volterra series, and $F_2(t)$ features the separation of qualitative series. Bases on characteristic multivariable function is obtained system of equations towards the meanings of impulsive transition functions and coeficients of qualitative series of functions in discrete moments of time. The solution of system of equations allows us to identify a non-linear, non-stationary locked control system.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫЙ, НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Вардзиашвили Н.

Грузинский Технический Университет

Резюме

Рассмотривается случай, когда функционал описывающая нелинейную, нестационарную замкнутую систему управления может быть представлена в виде произведение двух функционалов: $F(x(\tau), t) = F_1(x(\tau)) \cdot F_2(t)$, где $F_1(x(\tau))$ функционал, которая может быть задана в виде ряда Вольтерра, а $F_2(t)$ представляет собой степпенный ряд. С помощью характеристической функции многих переменных получается система уравнения относительно значении импулсных переходных функций в дискретные моменты времени и коэффициентов степпенного ряда. Решение системы уравнений позволяет определить состояния нелинейный, нестационарный замкнутый системы управления.